

区間推定 (その2)

正規母集団における母平均の区間推定(母分散未知)

【設問】 標本数	$n = 5$
標本の平均	$\bar{x} = 131$
標本の不偏分散平方根	$s_u = 15.97$

このとき,

$$\text{信頼係数} = 0.95$$

として, 母平均 m の信頼区間を推定せよ。

$$\text{【計算】 } w = \frac{1}{\sqrt{n}} t_{\text{inv}}(1 - \alpha/2, n-1) \cdot s_u$$

を定めると, 区間推定は

$$[\bar{x} - w, \bar{x} + w] = \{111.171, 150.829\}$$

【要点】

標本の平均値を表す変量を \bar{X} とする。そのとき

$$T = \frac{(\bar{X} - m) \sqrt{n}}{s_u} \quad (1)$$

を定めると, T は自由度 $n-1$ の t 分布に従う。

さて,

$$P(-t < T < t) =$$

を満足する t を求める。

$$P(|T| < t) = P(-t < T < t) = 1 -$$

それゆえ, t の値は組込み関数 t_{inv} を用いて,

$$t = t_{\text{inv}}(1 - \alpha/2, n-1)$$

区間 $(-t < T < t)$ に式(1)を適用すると,

$$\bar{X} - \frac{ts_u}{\sqrt{n}} < m < \bar{X} + \frac{ts_u}{\sqrt{n}}$$

信頼区間は \bar{X} にその実現値である \bar{x} の値を代入して求められる。