

数式計算/ドキュメント作成ソフト

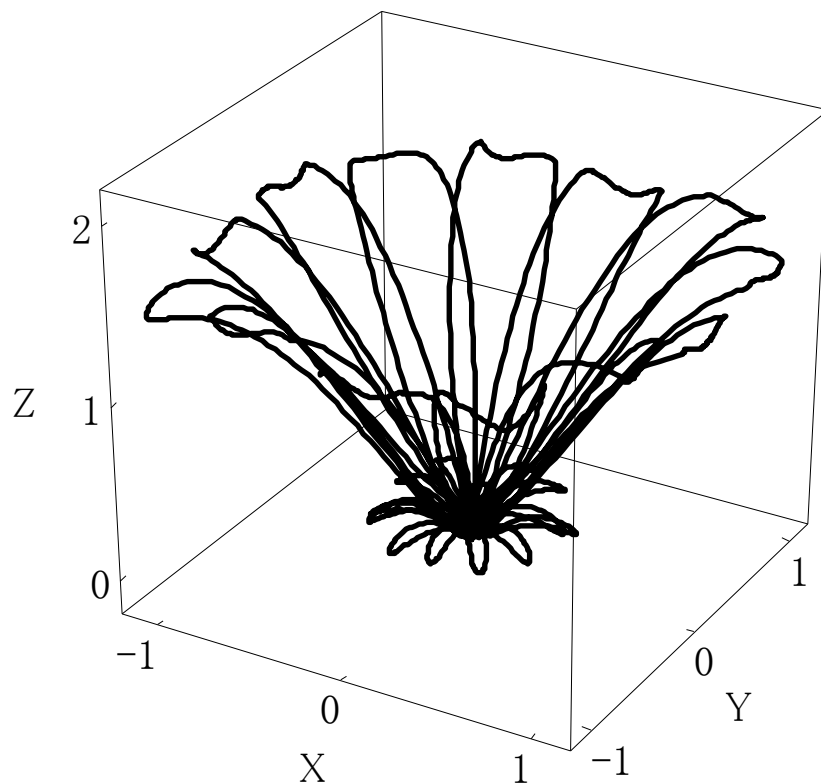
数式/文書/作図/表/関数グラフ/TeX/HTML変換

カルキング

(Ver.11 サンプル)

Windows 8/7/Vista/XP対応(32/64bit)

科学/技術計算/教育研究/統計



株式会社 シンプレックス

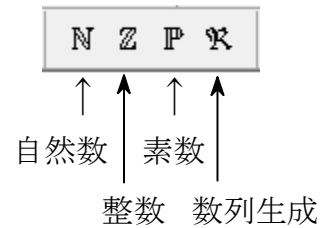
<http://www.simplex-soft.com>

上記HPより無料体験版がダウンロードできます。

数列生成演算子

数列(数値の配列)生成の機能があります。

ツールバーを使って入力します。



●1から9までの整数の数列

$$\mathbb{N}_{1..9} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \quad \text{または} \quad \sum_{k=1}^9 k = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

●数列を格納した配列変数を作る

$$a = \mathbb{N}_{1..100} \quad \text{「実行」-「代入定義」}$$

$a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100\}$

$$a = \{?\} \quad \text{「実行」-「代入定義」でメモリ解放}$$

●3から5までを0.01刻みで格納した配列を作る

$$b = \frac{\mathbb{N}_{300..500}}{100} \quad \text{または内包的記法を使って} \quad b = \left\{ \frac{x}{100} \mid x \in \mathbb{N}_{300..500} \right\}$$

「実行」-「代入定義」

計算で確認

$b = \{3, 3.01, 3.02, 3.03, 3.04, 3.05, 3.06, 3.07, 3.08, 3.09, 3.1, 3.11, 3.12, \dots, \dots, \dots, 4.88, 4.89, 4.9, 4.91, 4.92, 4.93, 4.94, 4.95, 4.96, 4.97, 4.98, 4.99, 5\}$

●その他の例

$$\mathbb{Z}_{-3..2} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \quad \text{または} \quad \sum_{k=-3}^2 k = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \quad \text{整数}$$

$$\mathbb{P}_{2..7} = \{3, 5, 7, 11, 13, 17\} \quad \text{素数}$$

$$3\mathbb{N}_{1..5} = \{3, 6, 9, 12, 15\} \quad \text{または} \quad \sum_{k=1}^5 3k = \{3, 6, 9, 12, 15\} \quad \text{3の倍数}$$

$$\mathbb{N}_{0..5}^3 = \{0, 1, 8, 27, 64, 125\} \quad \text{または} \quad \sum_{k=0}^5 k^3 = \{0, 1, 8, 27, 64, 125\} \quad \text{立方数}$$

$$\mathbb{N}_{1..5}^{-1} = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right\} \quad \text{または} \quad \sum_{k=1}^5 \frac{1}{k} = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right\} \quad \text{逆数}$$

$$2\mathbb{N}_{0..5} + 1 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \quad \text{または} \quad \sum_{k=0}^5 (2k+1) = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \quad \text{奇数}$$

●応用例

★5で割れば余りが4になり、3で割れば余りが2となる数はいくつか？

$$(5\mathbb{N}_{1..50}+4) \cap (3\mathbb{N}_{1..80}+2)$$

$$=\{14, 29, 44, 59, 74, 89, 104, 119, 134, 149, 164, 179, 194, 209, 224, 239\}$$

求まった配列は、カルキングの集合演算に活用できます。

またデータ部をコピーしてEXCELに貼り付けたり等、様々な活用が可能になります。

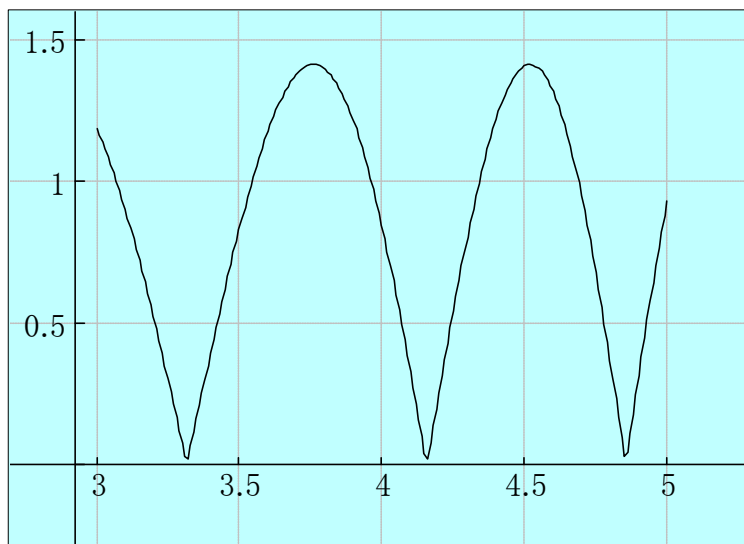
★上で作成した3から5までを0.01刻みで格納した配列を使って次のような計算ができます。

$$\sqrt{1+\sin b^2} = \{1.1883, 1.1648, 1.1400, 1.1142, 1.0873, 1.0592, 1.0301, \dots, \dots, \dots, 0.5133, 0.5777, 0.6408, 0.7025, 0.7625, 0.8208, 0.8772, 0.9315\}$$

$$c = \sqrt{1 + \sin b^2}$$

このデータを使い、カルキングのデータグラフを作成します。

{b,c}を選択して、「実行」-「2Dグラフ」-「データ型[X-Y軸]」



★カルキングの表にシリアル番号を付加する

$$A = \mathbb{N}_{1..table_row(Sheet1)-1}$$

「実行」-「代入定義」

表の1列1行目のセルにAと入力し、表の第一列を「選択」して、「計算」します

Sheet1

A		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

★数列生成の応用例

数値0に作用させると以下のような0で初期化されたデータを簡単に作成できます。

$$\mathcal{R}_{k=1}^{10} 0 = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\mathcal{R}_{k=1}^{10} \mathcal{R}_{l=1}^3 0 = \{\{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}\}$$

$$\mathcal{R}_{k=1}^5 \mathcal{R}_{l=1}^3 \mathcal{R}_{m=1}^2 0 = \{\{\{0, 0\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}\}, \{\{0, 0\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}\}, \{\{0, 0\}, \{0, 0\}\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}, \{0, 0\}\}$$

0以外の他の数値でも可能です。

$$\mathcal{R}_{k=1}^{10} 1 = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$\mathcal{R}_{k=1}^{10} \mathcal{R}_{l=1}^3 1 = \{\{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}, \{1, 1, 1\}\}$$

他の機能と組み合わせるとさらに興味のあるデータが簡単に作れます。

対角行列の作成

M構成演算子を適用

$$\mathcal{M}_{1..4}^{\mathbb{N}^{-1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{M}_{i=1j=1}^{\left(\begin{smallmatrix} 5 & 5 \\ \mathcal{R} & \mathcal{R} \end{smallmatrix}\right)} \frac{1}{i+j-1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$$

ヒルベルト行列

内包的集合定義

数学で使用される内包的集合定義に類似した形式で、数列の生成や配列、文字列からの検索等に便利に使えます。

内包的集合定義はメニューから次のように入力します。

「入力」－「配列」－「内包的記法」

$$\{k^2+1 \mid k \in \mathbb{N}_{1..10}\} = \{2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, 65, 82, 101\}$$

添字の形で範囲を指定します。

$$\{\{k\} \mid k \in \mathbb{N}_{1..10}\} = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}\}$$

$$\{\{k,m\} \mid k \in \mathbb{N}_{1..3}, m \in \mathbb{N}_{1..4}\} = \{\{1, 1\}, \{2, 1\}, \{3, 1\}, \{1, 2\}, \{2, 2\}, \{3, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{3, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}\}$$

$$\{0 \mid k \in \mathbb{N}_{1..10}\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

文字列strの中で“f”と“g”の位置を求める例

str="1234dfdfd456fghjkh78fyuygtuf"

$$\{k \mid k \in \mathbb{N}_{1..||str||}, str_k = "f" \vee str_k = "g"\} = \{6, 8, 13, 14, 21, 25, 28\}$$

$$\{k \mid k \in \mathbb{N}_{1..||str||}, str_k = "f" \vee str_k = "g"\}_3 = \{6, 8, 13\}$$

最も大きな真価を発揮するのは、集合から条件を指定して、複数のデータを検索するときです。

a={12,45,78,90,4,2,12,52,78,90,102,45,76,2,1,0,33,85,67,34,21,60,24}

$$\{a_k \mid k \in \mathbb{N}_{1..||a||}, a_k > 25 \wedge a_k < 60\}_5 = \{45, 52, 45, 33, 34\}$$

$$\{\{a_k, k\} \mid k \in \mathbb{N}_{1..||a||}, a_k > 25 \wedge a_k < 60\}_3 = \{\{45, 2\}, \{52, 8\}, \{45, 12\}\}$$

$$\{k \mid k \in \mathbb{N}_{1..||a||}, \text{mod}(a_k, 5) = 3\} = \{3, 9, 17\}$$

内包的集合定義のネストもできます。

$$\{k+1 \mid k \in \{l^2 \mid l \in \mathbb{N}_{1..3}\}\} = \{2, 5, 10\}$$

数学の内包的集合定義と異なる点は、生成するデータの個数を限定することができることです。内包的集合定義の処理の実行中に、ある条件が発生すると、そこで処理を終了することもできます。

セミコロン;節で終了条件を記述します(カルキング独自形式)。

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 \\ 10 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 8 \\ 2 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{代入定義}$$

$$\{\{x,x \mid x \in \mathbb{N}_{1..4}, M_{x,x} \neq 0; M_{x,x} = 0\} = \{\{1, 1\}, \{2, 2\}\}$$

$$\{a_k \mid k \in \mathbb{N}_{1..||a||}, a_k > 150\} = \{?\}$$

条件を満たすデータが見つからないときは、 $\{?\}$ (空データ)を返しますが、これ以外の値を返すように指定できます。

:節を使って指定します(カルキング独自形式)。

$$\{a_k : "over" \mid k \in \mathbb{N}_{1..||a||}, a_k > 150\} = \{"over"\}$$

↑

行列構成演算子(M演算子)

プロフェッショナル版限定機能

カルキング独自の便利な記号です。ツールバーに含まれる M 演算子です。

関数の引数を示す括弧は不要です。以下の例題の括弧はすべて行列の括弧です。

ネストされた行列の展開 行列の要素が行列のケース

$$M\left(\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}\right)\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 8 \\ 11 & 22 & 1 & 2 \\ 33 & 44 & 3 & 4 \\ 55 & 66 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

要素にスカラー値が混在したケース

$$M\left(\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad M\left(\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & 2 \\ 1 & \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

行列の行方向連結

$$M\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

行列の列方向連結

$$M\left(\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

行方向連結は、&演算子でも可能です

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \& \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

配列から行列への変換

$$M\{\{11,22\},\{33,44\}\} = \begin{pmatrix} 11 & 22 \\ 33 & 44 \end{pmatrix}$$

$$M\{\{1,2,3,4\}\} = (1 \ 2 \ 3 \ 4)$$

$$M\{\{1\},\{2\},\{3\},\{4\}\} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

対角行列の生成

$$M\{1,2,3,4\} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

LU分解と連立1次方程式

プロフェッショナル版限定機能

LU分解を利用して連立1次方程式を解きます。

(ここで取り上げる例題は、小規模な連立1次方程式ですので、実際は方程式メニューで解くのが適切です。LU分解法が必要になるのは、大規模な連立1次方程式の時ですが、説明のため簡単な例を使いました。)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 10 & -3 & 6 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 0 & 8 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 0 & 9 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 0 & 5 \\ 9 & 7 & 6 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 3 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

方程式 $Ax=B$ を解く

$\{p,L,U\}=LU(A)$ 代入定義

この代入で求めたそれぞれの値を以下に表示します。

$p=\{\{3, 4\}, \{5, 6\}\}$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1.3333333 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -1.6666667 & 0.76923077 & 1 & 0 & 0 \\ 9 & -2.3333333 & 1.5384615 & 0.37982196 & 1 & 0 \\ 2 & -1.3333333 & 1 & 0.69436202 & -0.50263736 & 1 \end{pmatrix}$$

表示精度は6桁

Lはこのように正規化された下三角行列になっています。

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & -3 & 6 & 1 & -50 & -8 \\ 0 & 0 & 13 & 1.3333333 & -67.666667 & -8.6666667 \\ 0 & 0 & 0 & 8.6410256 & -42.282051 & -6.6666667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -40.504451 & -11.801187 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.30263736 \end{pmatrix}$$

表示精度は6桁

Uはこのように上三角行列になっています。

p が Φ でないため、 B の要素を交換する必要があります。

$C=\text{matrix_row_change}(B,3,4)$ 代入定義

$C=\text{matrix_row_change}(C,5,6)$ 代入定義

これにより B の行を交換した C は右のようになります。

$$C = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \\ 7 \\ 9 \\ -1 \end{pmatrix}$$

従って解くべき方程式は以下ようになります。

$$LUx=C$$

xを求めるための以下のような効率的手順が知られています。

(1) この方程式はLが正規化された下三角行列のため、特別な関数で求めることができます。

$$Ly=C$$

$$D=\text{nltm_equation}(L,C) \quad \text{代入定義}$$

nltm_equation関数は正規下三角行列の方程式専用の関数です。

$$D = \begin{pmatrix} 2 \\ -15 \\ -21 \\ -7.84615384615394 \\ -8.71216617210679 \\ -2.93098901098893 \end{pmatrix}$$

注釈

$y=L^{-1}C$ の計算式で簡単に求めることができますが、この方法は次元の3乗のオーダーでの計算になります。

(2) 以下の方程式の解が求める解となります。

$$Ux=D$$

$$\text{utm_equation}(U,D) = \begin{pmatrix} 5.34834180585807 \\ 4.37061244250779 \\ -8.09174534011121 \\ -6.19075284434751 \\ -2.60663277656736 \\ 9.68482207697872 \end{pmatrix}$$

注釈

$x=U^{-1}D$ の計算式で簡単に求めることができますが、この方法は次元の3乗のオーダーでの計算になります。

utm_equation関数は上三角行列の方程式専用の関数です。

これが解になります。

(3) 解の検証

$$A \begin{pmatrix} 5.34834180585807 \\ 4.37061244250779 \\ -8.09174534011121 \\ -6.19075284434751 \\ -2.60663277656736 \\ 9.68482207697872 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.99999999999999 \\ 5 \\ 6.99999999999998 \\ 2.99999999999989 \\ -1.00000000000021 \\ 9.00000000000001 \end{pmatrix}$$

計算

確かに誤差の範囲で元の方程式を満たしています。

QR分解と連立1次方程式

プロフェッショナル版限定機能

QR分解を利用して行列形式の連立1次方程式の解法を説明します。
方程式の形は以下のようなものです。この方法は近似解しか求められません。

注: 正則行列の方程式を解くためだけであれば、LU分解法が高速です。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 10 & -3 & 6 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 0 & 8 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 0 & 9 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 0 & 5 \\ 9 & 7 & 6 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \\ 3 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

方程式 $Ax=B$

解法の説明

$\{Q,R\}=QR(A)$ 代入定義

求まったQ,Rで元の方程式を表せば以下のようなになる。

$QRx=B$ 従って $Rx=Q^{-1}B$

他方、Qは直交行列であるので

$Q^{-1}=Q^T$

したがって

$C=Q^TB$ 代入定義

$C = \begin{pmatrix} -11.2003230391317 \\ 4.13569711182081 \\ -4.08652613748172 \\ 1.08389732113082 \\ 2.77816583074069 \\ -0.925223519049045 \end{pmatrix}$ 計算

以下の解が元の方程式の解である。

$Rx=C$

ここでRは上三角行列であるためこの方程式の解xはシステム関数utm_equationで求まる。

$x = \text{utm_equation}(R, C)$

代入定義

$$x = \begin{pmatrix} 5.34834180585809 \\ 4.37061244250781 \\ -8.09174534011126 \\ -6.19075284434755 \\ -2.60663277656738 \\ 9.68482207697883 \end{pmatrix}$$

計算

検算

$$Ax - B = \begin{pmatrix} 2 \times 10^{-14} \\ 2 \times 10^{-14} \\ -1.1 \times 10^{-13} \\ 2 \times 10^{-14} \\ -3 \times 10^{-14} \\ -1.1 \times 10^{-13} \end{pmatrix}$$

ここで参考のためにQ,Rの値を6桁精度で表示しておきます。

$$Q = \begin{pmatrix} -0.070888 & -0.033098 & -0.115586 & 0.052079 & 0.563628 & 0.812484 \\ -0.708881 & -0.639722 & 0.123350 & -0.206321 & 0.111356 & -0.134385 \\ -0.212664 & 0.415276 & -0.559253 & -0.528656 & 0.334639 & -0.279454 \\ -0.141776 & 0.345460 & 0.558589 & 0.291408 & 0.587132 & -0.344808 \\ -0.141776 & 0.345460 & 0.558589 & -0.607810 & -0.281877 & 0.315669 \\ -0.637993 & 0.422517 & -0.186057 & 0.469990 & -0.365735 & 0.158667 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} -14.106736 & -4.536840 & -9.499008 & -5.174833 & -3.119077 & -3.402630 \\ 0 & 9.716845 & 2.151369 & 6.022800 & 5.027274 & 3.042429 \\ 0 & 0 & 5.209650 & -1.557311 & 2.026304 & 3.480657 \\ 0 & 0 & 0 & -6.672464 & 1.238431 & -3.819951 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.075145 & 2.729398 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.095533 \end{pmatrix}$$

Jordan標準形の実用例

プロフェッショナル版限定機能

Jordan標準形に関する説明に関しては関連書籍、インターネットでの解説をご覧ください。

ここではカルキングでJordan標準形を求める操作説明に限定します。

例 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{代入定義}$$

$$\{eg, P\} = \text{Jordan}(A) \quad \text{代入定義 (Jordanの関数名はツールバーから入力します。)}$$

この代入定義で、eg, Pの二つの変数に値が代入されます。

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{計算}$$

以下のようにJordan標準形が求まりました。

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{計算}$$

egには固有値が求まっています。

$$eg = \{2, 2, 2, 2\} \quad \text{計算}$$

例 2

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 4 & -5 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 3 & -5 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 3 & -7 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 & -7 & -1 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{代入定義}$$

$$\{eg, P\} = \text{Jordan}(A) \quad \text{代入定義}$$

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{計算}$$

$$P = \begin{pmatrix} 1.000722 & -1.000300 & 0 & 0.816497 & 1.000000 & 0 \\ 1.000722 & 0.000422 & -0.999997 & 0.510310 & 2.000000 & 0 \\ 1.000722 & 0.000422 & 0.001028 & 0.204124 & 3.000000 & 0 \\ 1.000722 & 0.000422 & 0.001332 & -0.102062 & 4.000000 & 0 \\ 1.000722 & 0.000422 & 0.001332 & -0.102062 & 5.000000 & 0 \\ 1.000722 & 0.000422 & 0.001332 & -0.102062 & 5.000000 & 1.000000 \end{pmatrix}$$

小数点下6桁を設定して計算

厳密解

行列の次元数が大きくないときはプロパティを分数モードに設定することで、厳密解を求めることができます。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 4 & -5 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 3 & -5 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 3 & -7 & 1 & 5 \\ -1 & 0 & 3 & -7 & -1 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{代入定義}$$

$$\{eg, P\} = \text{Jordan}(A) \quad \text{代入定義}$$

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{計算}$$

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 & -1 & \frac{1}{5} \\ -1 & 0 & 1 & -1 & -2 & \frac{2}{5} \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -3 & \frac{3}{5} \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -4 & \frac{4}{5} \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -5 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -5 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{計算}$$