

## 数学公式集

ここに掲載されている表は単なる公式表ではありません。

ユーザーパレットと呼ばれている特殊表で、画面の任意の箇所に表の数式の貼り付けが簡単にできます。

$\cos(A+360^\circ \cdot n)$	$=\cos A$
$\sin(A+360^\circ \cdot n)$	$=\sin A$
$\tan(A+180^\circ \cdot n)$	$=\tan A$
$\cos(180^\circ+A)$	$=-\cos A$
$\sin(180^\circ+A)$	$=-\sin A$
$\tan(180^\circ+A)$	$=\tan A$
$\cos(180^\circ-A)$	$=-\cos A$
$\sin(180^\circ-A)$	$=\sin A$
$\tan(180^\circ-A)$	$=-\tan A$
$\cos(90^\circ+A)$	$=-\sin A$
$\sin(90^\circ+A)$	$=\cos A$
$\tan(90^\circ+A)$	$=-\frac{1}{\tan A}$
$\cos(90^\circ-A)$	$=\sin A$
$\sin(90^\circ-A)$	$=\cos A$
$\tan(90^\circ-A)$	$=\frac{1}{\tan A}$
$\cos(-A)$	$=\cos A$
$\sin(-A)$	$=-\sin A$
$\tan(-A)$	$=-\tan A$

$a^{\log_a x}$	$x$
$\log_a xy$	$\log_a x + \log_a y$
$\log_a x^p$	$p \log_a x$
$\log_a \frac{1}{x}$	$-\log_a x$
$\log_a \frac{x}{y}$	$\log_a x - \log_a y$
$\log_a x$	$\frac{\log_b x}{\log_b a}$
$\log_a x$	$\log_x a$
$\log \frac{1}{a} x$	$-\log_a x$

$\sin(A+B)$	$=\sin A \cos B + \cos A \sin B$
$\sin(A-B)$	$=\sin A \cos B - \cos A \sin B$
$\sin(A \pm B)$	$=\sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
$\cos(A+B)$	$=\cos A \cos B - \sin A \sin B$
$\cos(A-B)$	$=\cos A \cos B + \sin A \sin B$
$\cos(A \pm B)$	$=\cos A \cos B \mp \sin A \sin B$
$\tan(A+B)$	$=\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$
$\tan(A-B)$	$=\frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$
$\tan(A \pm B)$	$=\frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$
$\sin A + \sin B$	$=2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$
$\sin A - \sin B$	$=2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$
$\cos A + \cos B$	$=2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$
$\cos A - \cos B$	$=-2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$
$\sin 2A$	$=2 \sin A \cos A$
$\sin 3A$	$=3 \sin A - 4 \sin^3 A$
$\cos 2A$	$=\cos^2 A - \sin^2 A$
$\cos 3A$	$=4 \cos^3 A - 3 \cos A$
$\sin \frac{A}{2}$	$=\sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos A)}$
$\cos \frac{A}{2}$	$=\sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos A)}$
$\cos^2 A + \sin^2 A$	$=1$
$1 + \tan^2 A$	$=\frac{1}{\cos^2 A}$
$a \sin A + b \cos A$	$=\sqrt{a^2 + b^2} \sin(A + \alpha)$
	ただし $\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
	ただし $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
$\sin^3 A$	$\frac{1}{4}(3 \sin A - \sin 3A)$
$\cos^3 A$	$\frac{1}{4}(3 \cos A + \cos 3A)$
$\sin A \cos B$	$=\frac{1}{2}\{\sin(A+B) + \sin(A-B)\}$
$\cos A \sin B$	$=\frac{1}{2}\{\sin(A+B) - \sin(A-B)\}$
$\cos A \cos B$	$=\frac{1}{2}\{\cos(A+B) + \cos(A-B)\}$
$\sin A \sin B$	$=-\frac{1}{2}\{\cos(A+B) - \cos(A-B)\}$
$e^{iA}$	$=\cos A + i \sin A$

注釈  $\sum_{i=1}^n i^m$  の公式はカルキングの代数計算から得られる。

Algebra

	$ax^2+bx+c=0$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$\sum_{i=1}^n i$	$1+2+3+\dots+n$	$= \frac{n(n+1)}{2}$
$\sum_{i=1}^n i^2$	$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2$	$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
$\sum_{i=1}^n i^3$	$1^3+2^3+3^3+\dots+n^3$	$= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
$\sum_{i=1}^n i^4$	$1^4+2^4+3^4+\dots+n^4$	$= \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$
$\sum_{i=1}^n i^5$	$1^5+2^5+3^5+\dots+n^5$	$= \frac{n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12}$
$\sum_{i=1}^n i^6$	$1^6+2^6+3^6+\dots+n^6$	$= \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^4+6n^3-3n+1)}{42}$
$\sum_{i=1}^n i^7$	$1^7+2^7+3^7+\dots+n^7$	$= \frac{n^2(n+1)^2(3n^4+6n^3-n^2-4n+2)}{24}$
$\sum_{i=0}^n i^m$	$1^m+2^m+3^m+\dots+n^m$	$\frac{(n+1)^{m+1}}{m+1} + \sum_{k=1}^m \frac{B_k}{m-k+1} \binom{m}{k} (n+1)^{m-k+1}$
		$B_k$ ヘルヌーイ数
$\sum_{i=0}^n r^i$	$1+r+r^2+\dots+r^n$	$= \frac{1-r^{n+1}}{1-r}$
${}_n P_r$	$= n(n-1)(n-2)\dots(n+r-1)$	$= \frac{n!}{(n-r)!}$
${}_n C_r$	$= \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n+r-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots r}$	$= \frac{n!}{(n-r)!r!}$
$\sum_{r=1}^n \frac{1}{r(r+1)}$		$= \frac{n}{n+1}$
$\sum_{r=2}^n \frac{1}{(r-1)(r+1)}$		$= \frac{3}{4} - \frac{1}{2n} - \frac{1}{2(n+1)}$
$\sum_{r=2}^n \frac{1}{(2r-1)(2r+1)}$		$= \frac{n}{2n+1}$
$\sum_{r=1}^n \frac{1}{(3r-2)(3r+1)}$		$= \frac{n}{3n+1}$
$\sum_{r=1}^n \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$		$= \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$
$\sum_{r=1}^n \frac{1}{r(r+1)(r+2)(r+3)}$		$= \frac{1}{18} - \frac{1}{3(n+1)(n+2)(n+3)}$
$\sum_{r=1}^n \frac{b(b+1)\dots(b+r-1)}{a(a+1)\dots(a+r-1)}$		$= \frac{1}{b-a+1} \left( \frac{b(b+1)\dots(b+n)}{a(a+1)\dots(a+n-1)} - b \right)$

### Plain\_Triangle

$a:b:c$	$= \sin A:\sin B:\sin C$
$a$	$= b \cos C + c \cos B$
$b$	$= c \cos A + a \cos C$
$c$	$= a \cos B + b \cos A$
$a^2$	$= b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
$b^2$	$= c^2 + a^2 - 2ca \cos B$
$c^2$	$= a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
$2s$	$= a + b + c$
$S$	$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
$\sin \frac{A}{2}$	$= \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$
$\cos \frac{A}{2}$	$= \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$

### Differential\_Formula

$\frac{d(uv)}{dx}$	$= u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$
$\frac{df(u)}{dx}$	$= \frac{df(u)}{du} \frac{du}{dx}$
$\frac{d(\frac{u}{v})}{dx}$	$= \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$

### Differential

$f(x)$	$f'(x)$
$x^n$	$nx^{n-1}$
$e^x$	$e^x$
$a^x$	$a^x \ln a$
$x^x$	$x^x(1 + \ln x)$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_{10} x$	$\frac{1}{x} \log_{10} e$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\sec x$	$\sec x \tan x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\operatorname{sech}^2 x$
$\operatorname{cosech} x$	$-\operatorname{cosech} x \coth x$
$\operatorname{sech} x$	$-\operatorname{sech} x \tanh x$
$\coth x$	$-\operatorname{cosech}^2 x$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos^{-1} x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{cosec}^{-1} x$	$\frac{-1}{\sqrt{x^2(x^2-1)}}$
$\sec^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2(x^2-1)}}$
$\cot^{-1} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$
$\sinh^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
$\cosh^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\tanh^{-1} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

Integral\_Formula

$\int uv \, dx$	$= u \int v \, dx - \int \left( \frac{du}{dx} \int v \, dx \right) dx$	
$\int a \, dx$	$= ax$	
$\int ax^n \, dx$	$= \frac{a}{n+1} x^{n+1} \quad (n \neq -1)$	
$\int \frac{a}{x} dx$	$= a \ln x$	
$\int e^{ax} \, dx$	$= \frac{1}{a} e^{ax}$	
$\int x e^{ax} \, dx$	$= \frac{x}{a} e^{ax} - \frac{e^{ax}}{a^2}$	
$\int a^{bx} \, dx$	$= \frac{a^{bx}}{b \ln a}$	
$\int \ln ax \, dx$	$= x(\ln ax - 1)$	
$\int x^n \ln x \, dx$	$= \frac{x^{n+1}}{n+1} \left( \ln x - \frac{1}{n+1} \right) \quad (n \neq -1)$	
$\int \sin ax \, dx$	$= -\frac{1}{a} \cos ax$	
$\int \cos ax \, dx$	$= \frac{1}{a} \sin ax$	
$\int \tan ax \, dx$	$= -\frac{1}{a} \ln  \cos ax $	
$\int \cot ax \, dx$	$= \frac{1}{a} \ln  \sin ax $	
$\int \sec ax \, dx$	$= \frac{1}{a} \ln \left  \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{ax}{2} \right) \right $	
	$= \frac{1}{2a} \ln \frac{1 + \sin ax}{1 - \sin ax}$	
$\int \operatorname{cosec} ax \, dx$	$= \frac{1}{a} \ln \left  \tan \frac{ax}{2} \right $	
	$= -\frac{1}{2a} \ln \frac{1 + \cos ax}{1 - \cos ax}$	
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	$= \sin^{-1} \frac{x}{ a }$	
$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$	$= \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$	
$\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	$= \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$	
$\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	$= \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{a+x}{a-x} \right $	

$$f(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi}{c} x + b_n \sin \frac{n\pi}{c} x \right)$$

$$a_n = \frac{1}{c} \int_{-c}^{+c} f(x) \cos \frac{n\pi x}{c} dx$$

$$b_n = \frac{1}{c} \int_{-c}^{+c} f(x) \sin \frac{n\pi x}{c} dx$$

級数展開

$(1+x)^a$	$= 1+ax+\frac{a(a-1)}{2!}x^2+\frac{a(a-1)(a-2)}{3!}x^3+\dots$	
$(1+x)^{\frac{1}{2}}$	$= 1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{16}x^3-\frac{5}{128}x^4+\frac{7}{256}x^5-\dots$	
$(1+x)^{-\frac{1}{2}}$	$= 1-\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}x^2-\frac{5}{16}x^3+\frac{35}{128}x^4-\frac{63}{256}x^5+\dots$	
$e^x$	$= 1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\dots$	
$\ln(1+x)$	$= x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\dots$	
$\sin x$	$= x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\dots$	
$\cos x$	$= 1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\dots$	
$\tan x$	$= x+\frac{x^3}{3}+\frac{2x^5}{15}+\frac{17x^7}{315}+\dots$	
	$= \frac{x}{1-x^2/(3-x^2/(5-x^5/(7-\dots)))}$	*
$\sin^{-1}x$	$= x+\frac{1}{2}\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{x^5}{5}+\frac{1}{2}\frac{3}{4}\frac{5}{6}\frac{x^7}{7}+\dots$	
$\tan^{-1}x$	$= x-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{7}x^7+\dots$	
$f(x+h)$	$= f(x)+hf'(x)+\frac{h^2}{2!}f''(x)+\frac{h^3}{3!}f'''(x)+\dots$	**
$f(x)$	$= \frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi}{c}x+b_n \sin\frac{n\pi}{c}x\right)$	***
$a_n$	$= \frac{1}{c}\int_{-c}^{+c}f(x)\cos\frac{n\pi x}{c}dx$	
$b_n$	$= \frac{1}{c}\int_{-c}^{+c}f(x)\sin\frac{n\pi x}{c}dx$	