

<光学レンズ>

レンズの結像方程式 $-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}$

結像方程式のニュートンの形式 $\bar{z}z' = -f'^2$

a : 物体までの距離
 a' : 像までの距離
 f' : 焦点距離

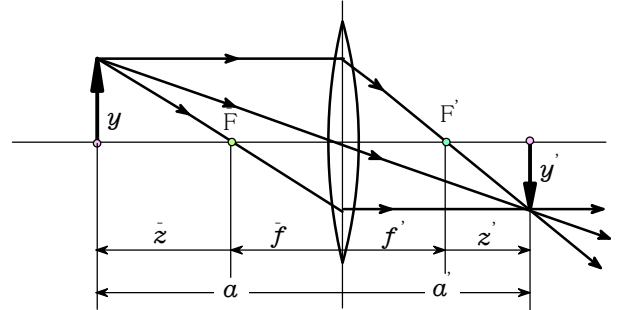
結像倍率 $\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}$ 奥行き倍率 $\alpha' = \frac{a'}{a} = \beta'^2$

y : 物体の大きさ
 y' : 像の大きさ

\bar{z} : 焦点 F からの物体の距離
 z' : 焦点 F' からの物体の距離

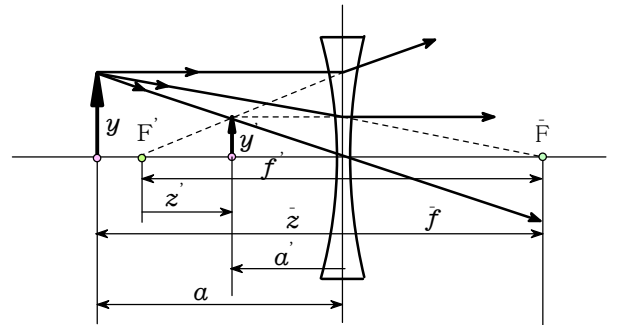
凸レンズによる像 ($f' > 0; \bar{f} < 0$)

物体の位置	像の位置	像の倍率	像の種類
$a = -\infty$	$a' = f'$	$\beta' = 0$ 縮小	実像、 倒立
\downarrow	\downarrow	\downarrow	
$-2f'$	$2f'$	-1 等倍	
\downarrow	\downarrow	\downarrow	拡大
$-f'$	$+\infty$	$-\infty$	
\downarrow	\downarrow	\downarrow	虚像、 正立
$-f'$	$-\infty$	$-\infty$	
\downarrow	\downarrow	\downarrow	
0	0	$+1$ 等倍	



凹レンズによる像 ($f' < 0; \bar{f} > 0$)

物体の位置	像の位置	像の倍率	像の種類
$a = -\infty$	$a' = f'$	$\beta' = 0$ 縮小	虚像、 正立
\downarrow	\downarrow	\downarrow	
0	0	$+1$ 等倍	



レンズの屈折力: $D = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{\bar{f}}$

薄いレンズの屈折力: $D = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

D : 屈折力 ($m^{-1} = \text{dpt}$)
 n : ガラスの屈折率
 r_1, r_2 : レンズの曲率半径
 d : レンズ中央間の距離

距離 a を置いた2枚の薄いレンズの合成焦点距離および屈折力:

$$f' = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 - d}$$

$$D = D_1 + D_2 - d D_1 D_2$$

例題

問1 焦点距離 $f' = 0.1\text{m}$ の凸レンズで、レンズの前 $a = -0.15\text{m}$ のところにある $y = 5\text{cm}$ の物体の像を結ばせる。

- 像のレンズからの距離 a' はいくらか。
- 像の大きさはいくらか。

解1 a) $f' = 0.1\text{m}$ $a = -0.15\text{m}$ $a' = \frac{af'}{a+f'} = \frac{(-0.15)\text{m} \times 0.1\text{m}}{(-0.15)\text{m} + 0.1\text{m}} = 0.3\text{m}$ レンズの後方

b) $y = 5\text{cm}$ $\frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}$ $y' = \frac{a'}{a} y = \frac{0.3\text{m}}{(-0.15)\text{m}} \times 5\text{cm} = -10\text{cm}$ 像は倒立で、大きさは10cm

問2 曲率半径が20cmと30cmの両凸面レンズがある。

ガラスの屈折率 $n = 1.6$ とすると、レンズの屈折率と焦点距離はいくらか。

解2 $r_1 = 20\text{cm}$ $r_2 = -30\text{cm}$ $n = 1.6$

$$D = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (1.6-1) \times \left(\frac{1}{20\text{cm}} - \frac{1}{(-30)\text{cm}} \right) = 5\text{m}^{-1} \quad f' = \frac{1}{D} = \frac{1}{5\text{m}^{-1}} = 0.2\text{m}$$

問3 問2の両凸面レンズに、焦点距離 $f' = -15\text{cm}$ の凹面レンズを組み合わせた。

その組み合わせレンズは凸レンズか凹レンズか。また焦点距離はいくらか。

解3 $D_1 = 5\text{m}^{-1}$ $f'_2 = -15\text{cm}$ $D_2 = \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{(-15)\text{cm}} = -6.67\text{m}^{-1}$

$$D = D_1 + D_2 = 5\text{m}^{-1} + (-6.67)\text{m}^{-1} = -1.67\text{m}^{-1} \quad \text{組み合わせレンズは凹レンズとして働く}$$

$$f' = \frac{1}{D} = \frac{1}{(-1.67)\text{m}^{-1}} = -0.60\text{m}$$

(技術評論社) 工学技術の公式より