〈逆Laplace変換実行例〉

プロフェッショナル版限定機能

注意事項　複雑な分数式は必ず「部分分数分解」を行った結果に対して
逆Laplace変換をしてください

逆Laplace変換は「代数計算」で実行されます。
代数計算ではプロパティに関して「分数モード」がデフォルトになっています。
多くはこれで解けますが回路計算での小数値を伴うケースでは「分数モード」では
解けません。このような場合は分数モードのチェックを外してください。
同時に表示精度も指定する必要があります。多くの場合6から8桁程度が適切です。

以下でa,b等は複素数までを含んだ数とみなします。
nは整数に限定されているとみなします。kは実数とみなします。

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s+1}\right\}=e^{-t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}-\frac{-1}{s+1}\right\}=2e^{-2t}+e^{-t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{1}{s+a}\right\}=-e^{-at}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}-\frac{-1}{s+1}+\frac{1}{s+3}\right\}=e^{-3t}+2e^{-2t}+e^{-t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}+\frac{-1}{s+3}-\frac{-3}{s+4}\right\}=3e^{-4t}-e^{-3t}+2e^{-2t}+e^{-t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{b}{s+a}\right\}=be^{-at}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}=1$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^{n}}\right\}=\frac{t^{-1+n}}{(-1+n)!}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{\sqrt{s}}\right\}=\frac{1}{\sqrt{t\pi}}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{s^{-\frac{1}{2}}\right\}=\frac{1}{\sqrt{t\pi}}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{s^{-\frac{3}{2}}\right\}=\frac{2t^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi}}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{s^{-\left(3+\frac{1}{2}\right)}\right\}=\frac{8t^{\frac{5}{2}}}{15\sqrt{\pi}}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^k}\right\}=\frac{t^{-1+k}}{\Gamma(k)}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s+a)^2}\right\}=e^{-at}t$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s+a)^n}\right\}=\frac{e^{-at}t^{-1+n}}{(-1+n)!}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{s^{-\left(a+\frac{1}{2}\right)}\right\}=\mathcal{L}^{-1}\left\{s^{-\left(\frac{1}{2}+a\right)}\right\}$$

aは複素数までの値をあらわしますので、
答えが求まってはいけません。

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{s^{-\left(n+\frac{1}{2}\right)}\right\}=\frac{2^n t^{-\frac{1}{2}+n}}{((-1+2n)!!)\sqrt{\pi}}$$

$n \geq 0$ の自然数

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{b^2+s^2}\right\}=\cos(bt)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{b^2+s^2}\right\}=\frac{\sin(bt)}{b}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{a^2 s}+\frac{-s}{a^4+a^2 s^2}\right\}=\frac{1-\cos(at)}{a^2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{a^2 s}\right\}=\frac{1}{a^2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{a^4+a^2 s^2}\right\}=\frac{\cos(at)}{a^2}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{a}\frac{1}{s+a}\right\}=\frac{e^{-at}}{a}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{a}\frac{-2}{s+a}\right\}=\frac{-2e^{-at}}{a}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-1}{2(s+a)}\right\}=-\frac{1}{2}e^{-at}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-1}{2a(s+a)}\right\}=\frac{-e^{-at}}{2a}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-1}{2a^2+2as}\right\}=\frac{-e^{-at}}{2a}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-1}{2a^2-2as}\right\}=\frac{e^{at}}{2a}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-1}{2a^2+2as}+\frac{-1}{2a^2-2as}\right\}=\frac{2e^{at}-2e^{-at}}{4a}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^{2.3}}\right\}=\frac{t^{\frac{13}{10}}}{\Gamma\left(\frac{23}{10}\right)}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{3+2s}\right\}=\frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+1}\right\}=\sin t$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+1}\right\}=\cos t$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+3}\right\}=\frac{1}{3}\sqrt{3}\sin(t\sqrt{3})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+3}\right\}=\cos(t\sqrt{3})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2s}{5+5s^2}\right\}=\frac{2}{5}\cos t$$ 分数モード

$$\text{partial\_fract\_decompose}\left(\frac{2s}{5+5s^2}\right)=\frac{0.4s}{s^2+1}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{0.4s}{s^2+1}\right\}=0.4\cos t$$ 小数モード

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s+4)^2+3}\right\}=\frac{1}{3}\sqrt{3}e^{-4t}\sin(t\sqrt{3})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+8s+19}\right\}=\frac{1}{3}\sqrt{3}e^{-4t}\sin(t\sqrt{3})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{3s}{s^2+8s+19}\right\}=3e^{-4t}\cos(t\sqrt{3})-4\sqrt{3}e^{-4t}\sin(t\sqrt{3})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5}{s^2+8s+19}\right\}=\frac{5}{3}\sqrt{3}e^{-4t}\sin(t\sqrt{3})$$ 分数モード

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5}{s^2+8s+19}\right\}=2.886751346e^{-4t}\sin(1.732050808t)$$ 小数モード

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5s}{s^2+8s+19}\right\}=5e^{-4t}\cos(t\sqrt{3})-\frac{20}{3}\sqrt{3}e^{-4t}\sin(t\sqrt{3})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5s}{s^2+8s+19}\right\}=-11.547e^{-4t}\sin(1.7321t)+5e^{-4t}\cos(1.7321t)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5s+5}{s^2+8s+19}\right\}=5e^{-4t}\cos(t\sqrt{3})-5\sqrt{3}e^{-4t}\sin(t\sqrt{3})$$

$$\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{5s+5}{s^2+8s+19}\right\}$$

$=-8.66025403784437e^{-4t}\sin(1.73205080756888t)+5e^{-4t}\cos(1.73205080756888t)$

$=5e^{-4t}\cos(1.73205080756888t)-8.66025403784437e^{-4t}\sin(1.73205080756888t)$

$$\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{5.46s+6.21}{s^2+8.012s+19.456}\right\}$$

$=-8.48439333394194e^{-4.006t}\sin(1.84606717104227t)+5.46e^{-4.006t}\cos(1.84606717104227t)$

$=5.46e^{-4.006t}\cos(1.8461t)-8.4844e^{-4.006t}\sin(1.8461t)$

$$\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{-0.0000369689s-0.0346256}{s^2+141978}+\frac{0.0000369689s+0.0374694}{s^2+76.9234s+69930.1}\right\}$$

$=-0.000091895\sin(376.8t)-0.000036969\cos(376.8t)+0.00013778e^{-38.462t}\sin(261.63t)$

$+0.000036969e^{-38.462t}\cos(261.63t)$

$=0.000036969e^{-38.462t}\cos(261.63t)+0.00013778e^{-38.462t}\sin(261.63t)$

$-0.000036969\cos(376.8t)-0.000091895\sin(376.8t)$

$$\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{0.74108671s-1.1667342}{s^2-3.1192958s+3.8995381}\right\}$$

$=-0.00899915e^{1.5596479t}\sin(1.2112128t)+0.74108671e^{1.5596479t}\cos(1.2112128t)$

$=0.74108671e^{1.5596479t}\cos(1.2112128t)-0.00899915e^{1.5596479t}\sin(1.2112128t)$

次の例ではまず部分分数分解を実行し簡素化しないと逆Laplace変換はできません。

$$\mathrm{partial\_fract\_decompose}\left(\frac{4s^4+2s^2-67}{s^6+5s^5-12s^4+28s^3-12s^2+2s+123}\right)$$

$$=\frac{0.74108672s-1.1667342}{s^2-3.1192958s+3.8995381}+\frac{-0.16970508s-0.1907197}{s^2-0.37536538s+3.436221}+\frac{-0.40035634}{s+7.223988}+\frac{-0.17102529}{s+1.2706731}$$

$$\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{0.74108671s-1.1667342}{s^2-3.1192958s+3.8995381}+\frac{-0.16970508s-0.19071969}{s^2-0.37536538s+3.436221}+\frac{-0.40035634}{s+7.223988}+\frac{-0.17102529}{s+1.2706731}\right\}$$

$=-0.963276e^{1.55965t}\sin(1.21121t)+0.954282e^{1.55965t}\sin(1.21121t)+0.741087e^{1.55965t}\cos(1.21121t)$

$-0.103417e^{0.187683t}\sin(1.84418t)-0.0172709e^{0.187683t}\sin(1.84418t)$

$-0.169705e^{0.187683t}\cos(1.84418t)-0.400356e^{-7.22399t}-0.171025e^{-1.27067t}$

$=0.741087e^{1.55965t}\cos(1.21121t)-0.008994e^{1.55965t}\sin(1.21121t)-0.169705e^{0.187683t}\cos(1.84418t)$

$-0.1206879e^{0.187683t}\sin(1.84418t)-0.171025e^{-1.27067t}-0.400356e^{-7.22399t}$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2s-3}\right\}=\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{-2s-4}{5s^2+5^2}\right\}=-\frac{4}{25}\sqrt{5}\sin(t\sqrt{5})-\frac{2}{5}\cos(t\sqrt{5})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{56-9s}{2s^2}\right\}=-\frac{9}{2}+28t$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{2s-3}\right\}=0.5e^{1.5t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{2s-3}\right)\right\}=\frac{1}{5}\left(\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}t}\right)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-3.2571}\right\}=e^{3.2571t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1.23}{s-5.43201}\right\}=1.23e^{5.43201t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{0.14}{s-3.2571}\right\}=0.14e^{3.2571t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-1.235\times10^{-12}}\right\}=e^{0.07935504447695329155761926752 63t}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-0.00000000012353}\right\}=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-1.2353\times10^{-10}}\right\}$$

これは今のところできません。以下のようにします。

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\}=e^{at}$$

ただし　$a=0.00000000012353$