

バラ曲線

2Dで花柄を描くなら、その基本は「バラ曲線」です。

$$x(t)=r(t)*\cos(t)$$

$$y(t)=r(t)*\sin(t)$$

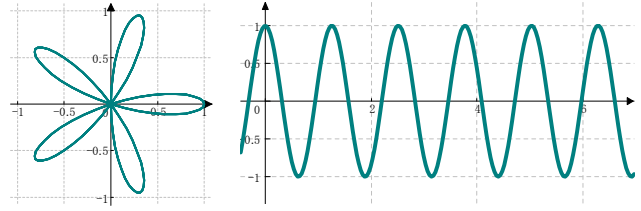
$$r(t)=\cos(nt)$$

$$n=5$$

関数定義 代入定義

右に示すように、半径関数と呼ばれる $r(t)$ を準備します。

n は花弁の枚数を指定する変数で、
ここでは5弁花になります。



最も単純な $r(t)=\cos(nt)$ の場合で n を 1~8 に変化させた
グラフを下に並べておきます。

$$r_1(t)=\cos(t) \quad r_2(t)=\cos(2t) \quad r_3(t)=\cos(3t) \quad r_4(t)=\cos(4t) \quad r_5(t)=\cos(5t) \quad r_6(t)=\cos(6t) \quad r_7(t)=\cos(7t) \quad r_8(t)=\cos(8t)$$

$x(t)=r_1(t)*\cos(t)$ $y(t)=r_1(t)*\sin(t)$	$x(t)=r_2(t)*\cos(t)$ $y(t)=r_2(t)*\sin(t)$	$x(t)=r_3(t)*\cos(t)$ $y(t)=r_3(t)*\sin(t)$	$x(t)=r_4(t)*\cos(t)$ $y(t)=r_4(t)*\sin(t)$	$x(t)=r_5(t)*\cos(t)$ $y(t)=r_5(t)*\sin(t)$	$x(t)=r_6(t)*\cos(t)$ $y(t)=r_6(t)*\sin(t)$	$x(t)=r_7(t)*\cos(t)$ $y(t)=r_7(t)*\sin(t)$	$x(t)=r_8(t)*\cos(t)$ $y(t)=r_8(t)*\sin(t)$
1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1	7,1	8,1

n : 奇数で n 枚

n : 偶数で $2n$ 枚

花弁の枚数は、 n が奇数の時 n 枚ですが、偶数の時は、 $2n$ 枚になります。何故かって?! 奇数の時は、同じ軌跡を2回回っているのが、作業しているうちに見えてきます。

半径関数にかかる $\cos(mt)$ や $\cos(mt)$ の t にかかる係数 m は、周回速度が m 倍になり、結果として、花弁の幅が広がります。

n と m が公約数を持つ場合は、その公約数で割った場合と同じ結果になります。

$x(t)=r_1(t)*\cos(2t)$ $y(t)=r_1(t)*\sin(2t)$	$x(t)=r_2(t)*\cos(2t)$ $y(t)=r_2(t)*\sin(2t)$	$x(t)=r_3(t)*\cos(2t)$ $y(t)=r_3(t)*\sin(2t)$	$x(t)=r_4(t)*\cos(2t)$ $y(t)=r_4(t)*\sin(2t)$	$x(t)=r_5(t)*\cos(2t)$ $y(t)=r_5(t)*\sin(2t)$	$x(t)=r_6(t)*\cos(2t)$ $y(t)=r_6(t)*\sin(2t)$	$x(t)=r_7(t)*\cos(2t)$ $y(t)=r_7(t)*\sin(2t)$	$x(t)=r_8(t)*\cos(2t)$ $y(t)=r_8(t)*\sin(2t)$
1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2	7,2	8,2

n or m : 偶数で $2n$ 枚

$x(t)=r_1(t)*\cos(3t)$ $y(t)=r_1(t)*\sin(3t)$	$x(t)=r_2(t)*\cos(3t)$ $y(t)=r_2(t)*\sin(3t)$	$x(t)=r_3(t)*\cos(3t)$ $y(t)=r_3(t)*\sin(3t)$	$x(t)=r_4(t)*\cos(3t)$ $y(t)=r_4(t)*\sin(3t)$	$x(t)=r_5(t)*\cos(3t)$ $y(t)=r_5(t)*\sin(3t)$	$x(t)=r_6(t)*\cos(3t)$ $y(t)=r_6(t)*\sin(3t)$	$x(t)=r_7(t)*\cos(3t)$ $y(t)=r_7(t)*\sin(3t)$	$x(t)=r_8(t)*\cos(3t)$ $y(t)=r_8(t)*\sin(3t)$
1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3	7,3	8,3

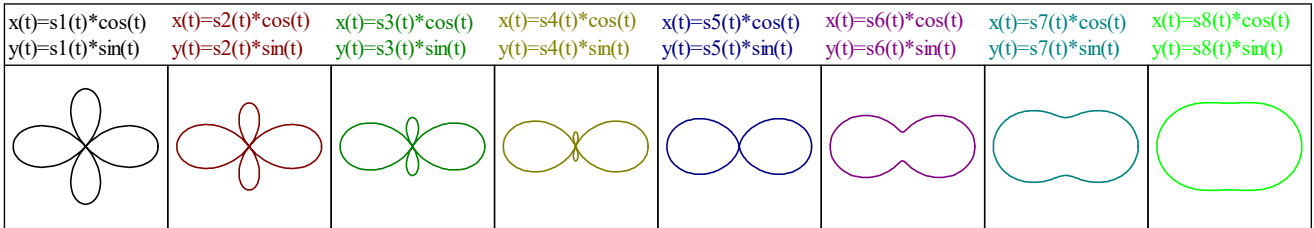
n and m : 奇数で n 枚

余白を使って、 $m = 1$ の場合の、花弁の枚数が、2倍になるものを作ってみました。
上に並べた $m=1$ の場合のグラフに、下の式で作ったグラフを書き足したものです。

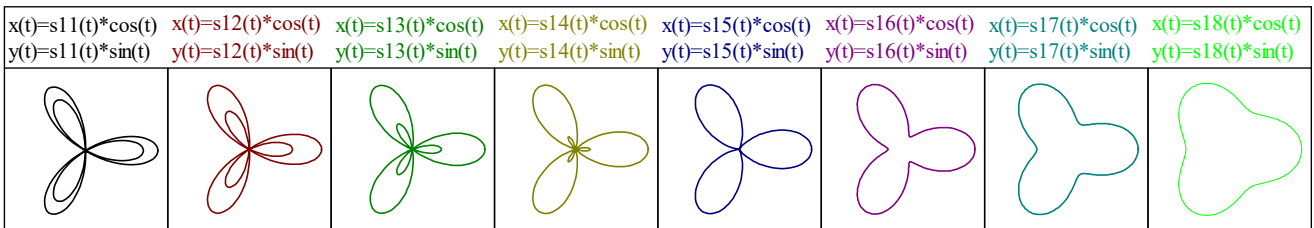
$x(t)=r_1(t)*\cos(t+\pi)$ $y(t)=r_1(t)*\sin(t+\pi)$	$x(t)=r_2(t)*\cos(t+\pi/4)$ $y(t)=r_2(t)*\sin(t+\pi/4)$	$x(t)=r_3(t)*\cos(t+\pi)$ $y(t)=r_3(t)*\sin(t+\pi)$	$x(t)=r_4(t)*\cos(t+\pi/8)$ $y(t)=r_4(t)*\sin(t+\pi/8)$	$x(t)=r_5(t)*\cos(t+\pi)$ $y(t)=r_5(t)*\sin(t+\pi)$
1,1*2	2,1*2	3,1*2	4,1*2	5,1*2

半径関数の $r(t)$ を基本形から少し変形した場合を見ておきましょう。 $s(t)=a+(1-a)\cos(nt)$ として、 a を変化させます。
基本形は、 $a = 0$ に該当します。

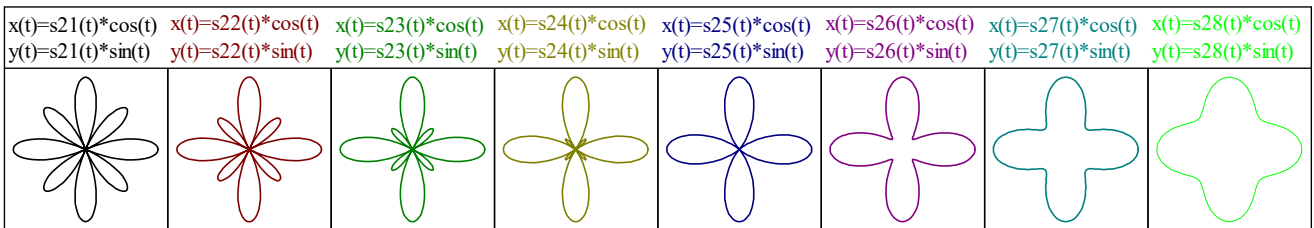
$$\begin{array}{cccccccc} s_1(t) = 0.1 + 0.9\cos(2t) & s_2(t) = 0.2 + 0.8\cos(2t) & s_3(t) = 0.3 + 0.7\cos(2t) & s_4(t) = 0.4 + 0.6\cos(2t) & & & & \\ & s_5(t) = 0.5 + 0.5\cos(2t) & s_6(t) = 0.6 + 0.4\cos(2t) & s_7(t) = 0.7 + 0.3\cos(2t) & s_8(t) = 0.8 + 0.2\cos(2t) & & & \end{array}$$



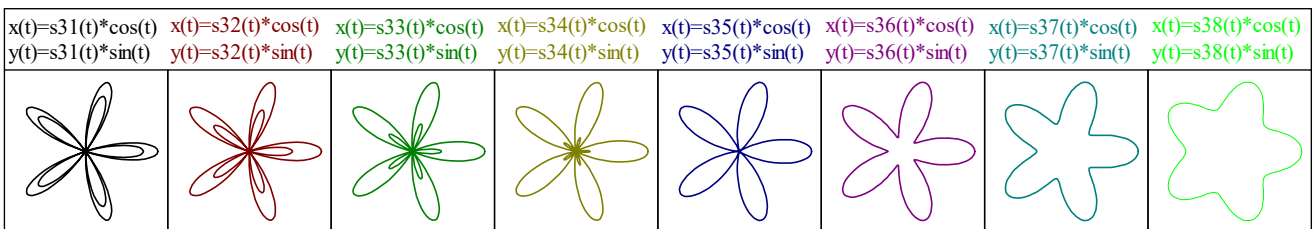
$$\begin{array}{cccccccc} s_{11}(t) = 0.1 + 0.9\cos(3t) & s_{12}(t) = 0.2 + 0.8\cos(3t) & s_{13}(t) = 0.3 + 0.7\cos(3t) & s_{14}(t) = 0.4 + 0.6\cos(3t) & & & & \\ & s_{15}(t) = 0.5 + 0.5\cos(3t) & s_{16}(t) = 0.6 + 0.4\cos(3t) & s_{17}(t) = 0.7 + 0.3\cos(3t) & s_{18}(t) = 0.8 + 0.2\cos(3t) & & & \end{array}$$



$$\begin{array}{cccccccc} s_{21}(t) = 0.1 + 0.9\cos(4t) & s_{22}(t) = 0.2 + 0.8\cos(4t) & s_{23}(t) = 0.3 + 0.7\cos(4t) & s_{24}(t) = 0.4 + 0.6\cos(4t) & & & & \\ & s_{25}(t) = 0.5 + 0.5\cos(4t) & s_{26}(t) = 0.6 + 0.4\cos(4t) & s_{27}(t) = 0.7 + 0.3\cos(4t) & s_{28}(t) = 0.8 + 0.2\cos(4t) & & & \end{array}$$



$$\begin{array}{cccccccc} s_{31}(t) = 0.1 + 0.9\cos(5t) & s_{32}(t) = 0.2 + 0.8\cos(5t) & s_{33}(t) = 0.3 + 0.7\cos(5t) & s_{34}(t) = 0.4 + 0.6\cos(5t) & & & & \\ & s_{35}(t) = 0.5 + 0.5\cos(5t) & s_{36}(t) = 0.6 + 0.4\cos(5t) & s_{37}(t) = 0.7 + 0.3\cos(5t) & s_{38}(t) = 0.8 + 0.2\cos(5t) & & & \end{array}$$



こうやって見てくると、基本形から少しずつ変化していく中に、図形としての面白みが感じられます。
後続のファイルの中で、立体化(3D化)の作業でも、この変位からくる変形が活躍することになります。