数式計算/ドキュメント作成ソフト

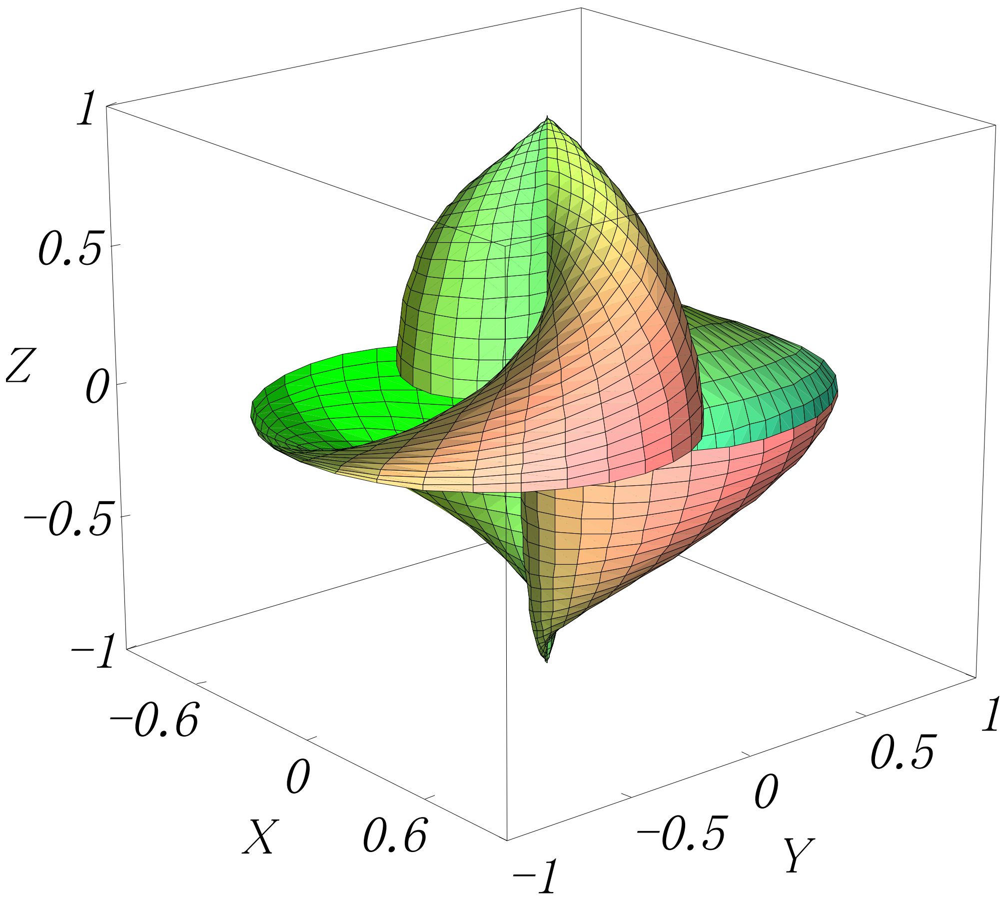
数式/文書/作図/表/関数グラフ/TeX/HTML変換

カルキング

(サンプル集)

Windows10/8.x/7対応(32/64bit)

科学/技術計算/教育/統計



このサンプル集は、すべて「カルキング」で
作成・計算・貼り付け・編集・印刷されたものです。

株式会社　シンプレックス
http://www.simplex-soft.com

上記HPより無料体験版がダウンロードできます。

目　次

ワープロ編集機能・カルキングの計算及び印刷例
計算式の作成方法・自動単位計算（SI国際単位系に準拠）

「カルキング」のワープロ編集機能

●グリッド単位でマウスクリック可能

●可変括弧の中でも改行接続が可能

$$A=\left\{\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\},\left\{\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{6}\right\},\left\{\frac{1}{7},\frac{1}{8},\frac{1}{9},\frac{1}{10}\right\}\right\}$$

改行接続で

$$\begin{aligned}A=\Bigg\{\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\},\left\{\frac{1}{4},\frac{1}{5},\frac{1}{6}\right\},\\ \left\{\frac{1}{7},\frac{1}{8},\frac{1}{9},\frac{1}{10}\right\}\Bigg\}\end{aligned}$$

●行間隔の制御、指定した文字数での自動折り返し(ページ境界折り返しも含む)
表のセル内でも自動折り返し機能が使用可能

$$\sum_{k=1}^{25}\frac{1}{k}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+\frac{1}{14}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+\frac{1}{19}+$$

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{21}+\frac{1}{22}+\frac{1}{23}+\frac{1}{24}+\frac{1}{25}$$

(行間隔が広い)

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{25}\frac{1}{k}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+\frac{1}{14}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}+\frac{1}{17}+\frac{1}{18}+\frac{1}{19}+\\&\frac{1}{20}+\frac{1}{21}+\frac{1}{22}+\frac{1}{23}+\frac{1}{24}+\frac{1}{25}\end{aligned}$$

(行間隔が狭い)

●可変のアンダーライン、オーバーライン、円弧、ベクトル記述ができる

$\underline{\mathrm{mn}}$　$\underline{\mathrm{under}}$　$\overline{\mathrm{AB}}$　$\overline{\mathrm{over}}$　$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$　$\overrightarrow{\mathrm{vector}}$

●1/4角文字のサポートでより表現に富んだ数値が記述できる

$$10.589^{0.034}_{-0.34}$$

●柔軟性に富んだ部分選択領域の微調整機能のサポート

abcdefghijklmn　微調整機能を実行すると　$\mathrm{abcd}^{\mathrm{ef}}\mathrm{gh}^{\mathrm{ij}}{}_{\mathrm{kl}_{\mathrm{mn}}}$

●作成した式をそろえる位置合わせ機能

$$\begin{matrix}x^2+y^2=r^2\\2x-5y=a\end{matrix}\quad\Rightarrow\quad\begin{array}{l}x^2+y^2=r^2\\2x-5y=a\end{array}$$

左端をそろえる

$$\int_0^\infty xe^{-5x}dx=0.04\qquad 9!!=945$$

$\Downarrow$ 中心をそろえる

$$\int_0^\infty xe^{-5x}dx=0.04\qquad 9!!=945$$

「カルキング」の計算及び印刷例

Windows10/8.x/7対応(32/64bit)
ActiveX(コンテナ/サーバ対応)

単位計算･表計算･プログラミング機能･2D/3Dグラフ･HTML/Texへ変換可能･CAD等双方向貼付可能

分数でも小数でも自由自在

$3.1 \times 2.5 \div 2 = 3\frac{7}{8}$　帯分数表示

$3.12949846 \times 2.58641157 = 8.09417102524118$
小数（表示精度15桁）

$3.12949846 \times 2.58641157 = 8.09$
小数（小数点以下2桁で四捨五入）

$16\times16=256=(100)_{16}=(400)_8$　（基数表現）

$a=(5,3,7)$　　$b=(7,5,4)$　　$\theta=30°45'$

$\frac{1}{2}ab\cos\theta=33.517$
ベクトル演算
$a\times b=(-23, 29, 4)$

$\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\sqrt{6^3}=7\sqrt{6}$　厳密表示

$\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\sqrt{6^3}=17.146$　近似表示

$\mathrm{sum}(10, 20, 30)=60$　　$\mathrm{average}(90, 85, 78, 65, 92)=82$

$\prod_{k=1}^{5}k=120$　$\binom{10}{5}=252$　$\det\begin{pmatrix}3.0 & 5.1\\ 5.6 & 8.9\end{pmatrix}\det\begin{pmatrix}3.0 & 5.1\\ 5.6 & 8.9\end{pmatrix}^{-1}=1$

$J_2(0.5)=0.030604$　　$\Gamma(10.5)=1133278.38894884$

複雑な分数式

$$\left[25+\left\{\frac{\frac{43}{45-89}+7}{5\times\left(\frac{5^3}{78\times21^2}-7\frac{5}{8}\right)}+\frac{8}{56}\right\}\times\frac{1}{3}\right]\times2=\frac{12109327192}{242235609}$$

自動単位計算

$3_{m/s}$ で動いている 5kg の重さの物体の運動エネルギーを求める

$m_0=5_{kg}$　　$v=3_{m/s}$

$\frac{1}{2}m_0v^2=22.50_J$

条件式

$$f(x)=\begin{cases}|x| & (x<0)\\ \sqrt{x} & (0\le x<1)\\ x^2 & (1\le x)\end{cases}$$

$f(-2)=2$

$f(\frac{1}{3})=0.57735$

$f(\sqrt{3})=3$

数学関数

${}_5P_5\times{}_3P_3=720$　　${}_{23}C_2\times{}_{20}C_2=48070$

$\sum_{k=1}^{n}k^5=-\frac{1}{12}n^2+\frac{5}{12}n^4+\frac{1}{2}n^5+\frac{1}{6}n^6$（代数計算）

$\sum_{i=1}^{4}a_{i,j}x_i=a_{1,j}x_1+a_{2,j}x_2+a_{3,j}x_3+a_{4,j}x_4$（代数計算）

$\sin^{-1}(3+2i)=0.964658504407602792045411059499532355519777372507331652713258 + 1.968637925793096291788665095245498189520731012682010573842 81i$

（高精度計算）

定積分

$$\int_0^1\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^2(x+y)}{\sqrt{1+x^2+y^2}}dxdy=0.774978$$

$$\int_0^{\sqrt{3}}x^2dx=\sqrt{3}$$　（代数計算）

素因数分解

$10511043200=2^7\times5^2\times7\times19\times24697$

行列計算

x	y
0	0
0.1	0.1002
0.2	0.2013
0.3	0.3045
0.4	0.4108
0.5	0.5211
0.6	0.6367
0.7	0.7586
0.8	0.8881
0.9	1.0265
1	1.1752

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^{n}x_i & \sum_{i=1}^{n}x_i^2 & \sum_{i=1}^{n}x_i^3\\ \sum_{i=1}^{n}x_i & \sum_{i=1}^{n}x_i^2 & \sum_{i=1}^{n}x_i^3 & \sum_{i=1}^{n}x_i^4\\ \sum_{i=1}^{n}x_i^2 & \sum_{i=1}^{n}x_i^3 & \sum_{i=1}^{n}x_i^4 & \sum_{i=1}^{n}x_i^5\\ \sum_{i=1}^{n}x_i^3 & \sum_{i=1}^{n}x_i^4 & \sum_{i=1}^{n}x_i^5 & \sum_{i=1}^{n}x_i^6\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\sum_{i=1}^{n}y_i\\ \sum_{i=1}^{n}(x_iy_i)\\ \sum_{i=1}^{n}(x_i^2y_i)\\ \sum_{i=1}^{n}(x_i^3y_i)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-0.0001434\\ 1.0045726\\ -0.0201107\\ 0.1906954\end{pmatrix}$$

大きい数もＯＫ！

4^{500}=1071508607186267320948425049060001810561404811705533607443750388370351051124936122493198378815695858127594672917553146825187145285692314043598457757469857480393456777482423098542107460506237114187795418215304647498358194126739876755916554394607706291457119647768654216766042983165262438683720566806940 0

12,456,700×1.03=12,830,401　（３桁区切り）

方程式

（一元多項式）

$0.55x^4+0.3x^2-0.52x=-0.4x^3+1$

$x = -0.39191 + 1.2335i$

$x = -1.0139$

$x = -0.39191 - 1.2335i$

$x = 1.0705$

（連立方程式）

$$\begin{cases}a^2+b+c=5\\ \frac{2}{3}a-0.7b=c\\ \frac{a+b^2}{3}=\frac{c}{9}\end{cases}$$

$a = -2.5072$
$b = 1.2846$
$c = -2.5707$

$b>0$　条件をつけられる

Newtonコマンド（非線形連立方程式）

$a^2+\sin b=3$　（4）

$e^a-\cos b=6$　（5）

newton((4),(5),a=0,b=1)

求まった解　$a=1.91084482173435$

$b=5.57385213050846$

表

数	数値	逆数	常用対数	自然対数
a	a	1/a	$\log_{10}a$	$\log_e a$
2	2.00000	0.50000	0.30103	0.69315
$\sqrt{2}$	1.41421	0.70711	0.15051	0.34657
π	3.14159	0.31831	0.49715	1.14473
e	2.71828	0.36788	0.43429	1.00000

（表中の数値はカルキングの表計算機能により算出）

北陸

県名	人口	世帯数	面積	人口密度	世帯人数
新潟	2374450	839039	12584	188.69	2.83
富山	1093247	383439	4248	257.36	2.85
石川	1169788	441170	4186	279.45	2.65
福井	806314	275599	4190	192.44	2.93
合計	5443799	1939247	25208	215.96	2.81

（合計はカルキングの表集計機能により算出した結果です）

基本的なワープロ機能付

常微分方程式の数値解法

作図機能/Excelへのリンク機能

配列による柔軟なデータ構造

複素数計算

$\sqrt{-6}\times\sqrt{-2}=-3.46410161513775$

$(1+i)^2=2i$　　$j^2=-1$

$\left(\sqrt{7}\right)^{4.123i}$　　高精度の複素数計算
$=-0.644902121935772854970261462753 - 0.764265171993816266846186278155i$

代数計算

$(A+B-C)(A-B+C)=A^2-B^2+2BC-C^2$

$(3x^3+5x^2-11x+3)\div(3x-1)=x^2+2x-3$

因数分解

$5x^3+5x^2y+10x^2+xy+y^2-x+y-2=(x+y+2)\left(5x^2+y-1\right)$

$\cos^3\theta-\sin^3\theta=(\cos\theta-\sin\theta)\left(\cos^2\theta+\cos\theta\sin\theta+\sin^2\theta\right)$

微分

$\frac{d}{dx}\sin x=\cos x$　　$\frac{d^2}{dx^2}x^5=20x^3$　　$(e^x)'=e^x$

偏微分

$u(x,y)=xy$　　$\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}=y$　　$\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}=x$

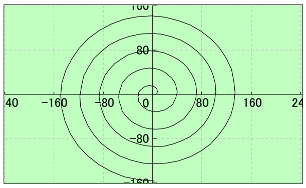
不定積分

$\int e^{ax}dx=\frac{1}{a}e^{ax}$　　$\int\sinh x\cosh x dx=\frac{1}{2}\cosh^2x$

２次元関数グラフ

媒介変数型
伸開線（インボリュート）

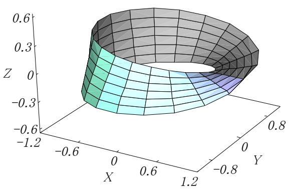
$x(\theta) = 5(\cos\theta+\theta\sin\theta)$
$y(\theta) = 5(\sin\theta-\theta\cos\theta)$



３次元関数グラフ

メビウスの輪

x(u,v)=cosu+vcos(u÷2)cosu
y(u,v)=sinu+vcos(u÷2)sinu
z(u,v)=vsin(u÷2)
(0<u<2π, -0.3<v<0.3)



スクリプト機能

素数列挙プログラム

```
Prime( x )
var m
( for k = 2 to x step 1 )
m=k
break      [x÷k]×k=x
return m
 A1..100=0      c=2     j=1
( for k = 1 to 500 step 1 )
d=Prime(c)
A_j=c    c=d
j=j+1
c=c+1
break      j>100
```

カルキングの計算式の作成方法

例として$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$を作成します。ここではファンクションキーを併用します。

手順	画面で表示される様子 （カーソルの表示は省略）
（1）計算式を作る個所をマウスクリックで指定する。	
（2）F3キーを入力する。（分数パートの作成）	$\frac{?}{?}$
（3）2aを入力し、次にEnterキーを入力する。 このEnterキーによりカーソルが分子に移動する。	$\frac{?}{2a}$
（4）－bを入力する。	$\frac{-b}{2a}$
（5）数学記号文字盤の±をマウスでクリックする。	$\frac{-b\pm}{2a}$
（6）F5キーを入力する。（ルート記号パートの作成）	$\frac{-b\pm\sqrt{?}}{2a}$
（7）bを入力する。	$\frac{-b\pm\sqrt{b}}{2a}$
（8）F4キーを入力する。（指数パートの作成）	$\frac{-b\pm\sqrt{b^?}}{2a}$
（9）2を入力、次にEnterキーを入力する。 このEnterキーによってカーソルが通常の 位置に移動する。	$\frac{-b\pm\sqrt{b^2}}{2a}$
（10）－4acを入力し、次にEnterキーを入力する。 このEnterキーによりカーソルがルート記号の 内側から外の位置に移動する。	$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
（11）Enterキーを入力する。 このEnterキーによりカーソルが分子から 通常の位置に移動する。	$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

●計算式の編集方法

今作った式を基に$\dfrac{-b\pm(b^2-4ac)}{2a}$を作る

(1)ルート記号の直前でマウスクリック	$\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
(2)Delete記号を入力(ルート記号が取れ、カーソルはb^2の前にある)	$\dfrac{-b\pm b^2-4ac}{2a}$
(3)Shiftキーをおしたまま、→記号を6回入力する。(b^2-4acの部分が選択される)	$\dfrac{-b\pm \boxed{b^2-4ac}}{2a}$
(4)可変括弧ツールバーをマウスでクリック	$\dfrac{-b\pm(b^2-4ac)}{2a}$

●積分の作成方法

$\int_1^2 \log_2 x dx$ を作る

(1)積分記号ツールバーをマウスでクリック(カーソルは下限値の位置を指す)	$\int_?^?$
(2)1を入力し、次にEnterキーを入力する。このEnterキーによりカーソルが上限値の位置に移動する。	$\int_1^?$
(3)2を入力し、次にEnterキーを入力する。このEnterキーによりカーソルが通常の位置に移動する。	$\int_1^2$
(4)logを入力する。	$\int_1^2 \log$
(5)F2キーを入力する。(添字パートの作成)	$\int_1^2 \log_?$
(6)2を入力し、次にEnterキーを入力する。このEnterキーによってカーソルが通常の位置に移動する。	$\int_1^2 \log_2$
(7)xdxを入力する	$\int_1^2 \log_2 xdx$

自動単位計算　（SI国際単位系に準拠）

☆特徴

(1)カルキングは自動的に単位計算ができます。

(2)単位の記述法は次の3通りを実現しています。

(a)添字型　100_{kg}

(b)かぎ括弧表記　100[kg]

(c)直接表記　100kg　（この表記では単位部分は青色表示されます。）

(3)単位記号と変数の名前の重複が可能です。

メートルでmという記号を使用していても、mという変数を混在して使用できます。

(4)ユーザ独自の単位を登録できます。漢字の単位も登録できます。

☆計算例

★自動計算結果　$10_{km}+200_{m}=10_{km}200_{m}$　$0.45_{km}+400_{m}+20.5_{m}=870.5_{m}$

特定の単位を指定した時の計算結果

$0.45_{km}+400_{m}=_{cm}$　このように計算結果の単位を指定して計算すると　$0.45_{km}+400_{m}=85000_{cm}$

★変数および置き換え計算機能

間口=12.5_{m}　奥行き=20.4_{m}

面積=間口×奥行き=$12.5_{m}\times 20.4_{m}=255_{m^2}$

★特殊な単位計算

$\sin^{-1}0.475=28°21′33.66″$　$\dfrac{85}{120}=70.83_{\%}$

★物理の複雑な単位計算例

$m_0=5.6_{kg}$　$v=3.9_{m/s}$

$$E=\frac{1}{2}m_0v^2=\frac{1}{2}\times 5.6_{kg}\times\left(3.9_{m/s}\right)^2=42.588_{J}$$

★単位換算例(ここではかぎ括弧表示で示す)

1[ℓ]=1000[cm^3]=0.001[m^3]

1[間]=1.818[m]=0.59994[丈]

1[nm]=10^{-9}[m]=0.000001[mm]

1[t]=1000[kg]=10^6[g]

1[l.y.]=9.46053×10^{12}[km]　(1光年の距離)

1[ft]=30.48[cm]=0.3048[m]

1[ha]=100[a]=10000[m^2]

1[μm]=0.00001[dm]=0.001[mm]

面積

単位名称	記号	定義
アール	a	100m^2
ヘクタール	ha	10000m^2
エーカ	acre	4840yd^2
バーン	b	100fm^2
平方尺	平方尺	(10/33)^2×m^2
坪	坪	36平方尺
畝	畝	30坪
段	段	300坪
町歩	町歩	3000坪
平方里	平方里	1555.2町歩

力

単位名称	記号	定義
ニュートン	N	1m・kg/s^2
メガニュートン	MN	10^{6}N
キロニュートン	kN	1000N
ミリニュートン	mN	0.001N
マイクロニュートン	μN	10^{-6}N
ダイン	dyn	10^{-5}N
メガダイン	Mdyn	10^{6}dyn
重量キログラム	kgf	9.80665N
重量グラム	gf	0.001kgf
重量トン	tf	1000kgf
重量ポンド	lbf	4.448221615N
パウンダル	pdl	0.1382549544N
ステーヌ	sn	1000N

1. 単位について（SI国際単位系に準拠）

カルキングでは，単位付きの自動計算をサポートしています。
この例で単位部分は青色表示されます。

問題（長さ）	1km=□m	1cm=□m	1mm=□m	
答え	1km=1000m	1cm=0.01m	1mm=0.001m	
問題（面積）	$1km^2$=□m^2	$1cm^2$=□m^2	1ha=□a	1a=□m^2
答え	$1km^2=1000000m^2$	$1cm^2=0.0001m^2$	1ha=100a	$1a=100m^2$
問題（体積）	$1cm^3$=□m^3	1kℓ=□ℓ	1dℓ=□ℓ	1mℓ=□ℓ
答え	$1cm^3=0.000001m^3$	1kℓ=1000ℓ	1dℓ=0.1ℓ	1mℓ=0.001ℓ
問題（時間）	1分=□秒	1時間=□秒	1日=□時間	
答え	1分=60秒	1時間=3600秒	1日=24時間	

2. かけ算記号について

× ・ ＊ が使えます。

10×20=200	掛算記号×は Ctrlキー＋＊キーで入力
10・30=300	掛算記号・は 数学記号パレットから入力
10＊40=400	注）割算記号÷は Ctrlキー＋／キーで入力

また変数どうしの掛算では、掛算記号を省略できます。

$$(ab+cd)^2=a^2b^2+2abcd+c^2d^2$$

・はベクトル演算の場合には内積となり、×(外積)と区別されます。

$$(1, 2)\cdot(3, 4)=11 \qquad (1, 2)\times(3, 4)=(2, -2)$$

3. 虚数 について

虚数 i は数学記号パレットから入力します。虚数として j を使うこともできます。
数学記号パレットから入力します。

4. 円周率 π について

円周率 π については P.6 の「システム定数」をご覧ください。

＜基本演算＞

★小数モード　$3.1 \times 2.5 \div 2 = 3.875$　　$312 \times 258 = 8.0496 \times 10^{4}$　（指数表示）

★分数モード　$3.1 \times 2.5 \div 2 = \dfrac{31}{8}$（仮分数表示）　$3.1 \times 2.5 \div 2 = 3\dfrac{7}{8}$　（帯分数表示）

★表示精度の指定
$3.12949846 \times 2.58641157 = 8.0942$　（５桁）
$3.12949846 \times 2.58641157 = 8.09417102524118$　（１５桁）
$3.12949846 \times 2.58641157 = 8.09$　（小数点以下２桁）
$3.12949846 \times 2.58641157 = 8.09417$　（小数点以下５桁）

★演算記号の選択　$3.1 \times 2.5 \div 4.5 + 8.9 = 10.62222222$　　$3.1 * 2.5 / 4.5 + 8.9 = 10.62222222$

★大きい数もＯＫ！
$123456789123456789123456789 \times 234567890234567890234567890$
$= 28958998559823207090687415563633627032769418501905210$
$1234560000000000 \times 2345670000000000 = 2.895870355 \times 10^{30}$
$2^{100} = 1267650600228229401496703205376$

★分数計算

連分数も可

$$\frac{1}{3} \times [3 + 3 \times \{\frac{3}{4} \times (\frac{\frac{3}{17}+3}{13} - \frac{7\frac{1}{3}}{12}) + 6\}] = 6\frac{3845}{5304}$$ （固定カッコ）

$$\frac{1}{3} \times \left[3 + 3 \times \left\{\frac{3}{4} \times \left(\frac{\frac{3}{17}+3}{13} - \frac{7\frac{1}{3}}{12}\right) + 6\right\}\right] = 6\frac{3845}{5304}$$ （可変カッコ）

★指数計算　$5.3^{0.004} = 1.006693127$　　$5.3^{-0.34} = 0.567213037113908$

★ルート記号を含む計算
$2\sqrt{3} + 5\sqrt{7} \times \sqrt[3]{120 + \sqrt[4]{256}} = 69.43102851$　（近似解）
$\sqrt{2} + 5\sqrt{8} = 11\sqrt{2}$　　$\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} + \sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{15} + 6$　（厳密解）

★基数表現
$(111000)_2 + (101011)_2 = (1100011)_2$　　$(7777)_8 + (2011)_8 = (12010)_8$
$(FFF)_{16} - (11A)_{16} = (EE5)_{16}$　　$16 \times 16 = 256 = (100000000)_2 = (400)_8 = (100)_{16}$

★度分秒表示
$30°45'22'' + 40°55'49'' = 71°41'11''$　（度分秒）　$\sin^{-1}0.8 = 53°08'$　（度分）
$\sin^{-1}0.8 = 53°07'48''37$　（度分秒、秒の小数点以下2桁）　$\sin^{-1}0.8 = 53°$　（度）

★３桁区切り　$123{,}456.3 \times 789{,}456.9 = 97{,}463{,}427{,}883.47$

★複素数演算
$(3 + i)(3 - i) = 10$　　$e^{\pi i} = -1 - 4.10206857034707 \times 10^{-10} i$　（虚数単位　i）
$\sqrt{-1} = j$　　$\left(e^{\frac{\pi}{2}j}\right)^2 = -1 - j4.10206857034707 \times 10^{-10}$　（虚数単位　j）

★数学記号を含む式

$$\sum_{n=1}^{1000} \frac{1}{n(n+1)} = 0.999000999$$　$$\sum_{l=1}^{2} \sum_{m=1}^{3} \sum_{n=m}^{4} lmn = 127$$　$$\prod_{n=1}^{15} n = 1307674368000$$

$$\int_0^1 x\,dx = 0.5$$

$| 456 \times 789 - 12345 \times 899 | = 10738371$

$10! = 3628800$　　${}_{10}P_2 = 90$　　${}_{5}C_2 = 10$

★素因数分解　$120 = 2^3 \times 3 \times 5$　　$60 \times 2 = 2^3 \times 3 \times 5$　　$1024000 = 2^{13} \times 5^3$

＜代数計算・因数分解＞

★代数計算

☆基本演算

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \div \frac{x^2-4x+3}{2x^2+3x+1} \times \frac{x^2+3x-4}{2x^2-3x-2} = 1 \qquad \frac{a+2}{a-\frac{2}{a+1}} = 1+\frac{2}{a-1}$$

$$(\cos y+\sin x)^2=\cos^2 y+2\cos y\sin x+\sin^2 x \qquad (a_1+2a_2+1)(a_1-3a_2+1)=a_1^2-a_1a_2+2a_1-6a_2^2-a_2+1$$

☆行列・行列式・ベクトル

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{-bc+ad}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1a_2+b_1c_2 & a_1b_2+b_1d_2 \\ a_2c_1+c_2d_1 & b_2c_1+d_1d_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + 2 = ad-bc+2$$

$$(a_1,b_1,c_1)\cdot(a_2,b_2,c_2) = a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2 \qquad (a_1,b_1,c_1)\times(a_2,b_2,c_2) = (b_1c_2-b_2c_1,-a_1c_2+a_2c_1,a_1b_2-a_2b_1)$$

☆シグマ関数の展開

$$\sum_{k=1}^{9}\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{(1+1)}+\frac{1}{2(1+2)}+\frac{1}{3(1+3)}+\frac{1}{4(1+4)}+\frac{1}{5(1+5)}+\frac{1}{6(1+6)}+\frac{1}{7(1+7)}+\frac{1}{8(1+8)}+\frac{1}{9(1+9)}$$

☆多変数最大公約数（GCD）

$$\begin{aligned}&\mathrm{gcd}(2000376a^5x^2-1746360a^5x+381024a^5-5000940a^4bx^3-4365900a^4bx^2+6670440a^4bx-1663200a^4b\\&+21829500a^3b^2x^3-4765950a^3b^2x^2-8318750a^3b^2x+2722200a^3b^2-35728875a^2b^3x^3+20796875a^2b^3x^2\\&+2269500a^2b^3x-1980000a^2b^3+25987500ab^4x^3-19852500ab^4x^2+2475000ab^4x+540000ab^4\\&-7087500b^5x^3+6187500b^5x^2-1350000b^5x,-7087500b^5x^3+6187500b^5x^2-1350000b^5x)\\&=63x^2-55x+12\end{aligned}$$

プロフェッショナル版限定機能

★因数分解

$$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b) = (a-c)(b-c)(a-b)(a+b+c)$$

$$x^8+2x^7+7x^6+16x^5-x^4+10x^3-35x^2-100x+100 = (x-1)^2(x+2)^2(x^2+5)^2$$

$$\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{9}y^2 = \frac{1}{36}(3x-2y)^2 \qquad \sin^2 x+2\sin x\cos y+\cos^2 y = (\cos y+\sin x)^2$$

システム関数を含んだ式

$$(a_1+a_2+1)(a_1-2a_2+1)-4a_2^2 = (a_1+2a_2+1)(a_1-3a_2+1)$$

$$\begin{aligned}&x^6+4ux^4+4yzx^4+2u^3x^3+3u^2x^3+2w^3x^3+3wyzx^3+2y^3x^3+2z^3x^3+4u^4x+12u^3x+4u^3yzx+12u^2yzx+4uw^3x+12uwyzx\\&+4uy^3x+4uz^3x+4w^3yzx+12wy^2z^2x+4y^4zx+4yz^4x+u^6+3u^5+2u^3w^3+3u^3wyz+2u^3y^3+2u^3z^3+3u^2w^3+3u^2y^3+3u^2z^3\\&+w^6+3w^4yz+2w^3y^3+2w^3z^3+3wy^4z+3wyz^4+y^6+2y^3z^3+z^6\\&=(x^3+u^3+3u^2+w^3+3wyz+y^3+z^3)(x^3+4ux+4yzx+u^3+w^3+y^3+z^3)\end{aligned}$$

プロフェッショナル版限定機能

★式番号を用いた等式操作

$x^4+y^4=(x^2\sin^2\theta+y^2\cos^2\theta)$ (1) 式番号(1)の式

$\sqrt{(1)}$ を代数計算すると→ $\sqrt{x^4+y^4}=\sqrt{x^2\sin^2\theta+y^2\cos^2\theta}$

$e^{(1)}$ を代数計算すると→ $e^{x^4+y^4}=e^{x^2\sin^2\theta+y^2\cos^2\theta}$

$2x+5y=12$ (2) 式番号(2)の式

$7x-3y=24$ (3) 式番号(3)の式

$7\times(2)-2\times(3)$ を代数計算すると→ $41y=36$ xが消去されます

＜方　程　式＞

★一元多項方程式

１） $x^2-1=0$　　　$x=-1$　$x=1$

２）虚数解（複素数モードで解く）

$x^4-6x^3-2x-8=0$

$x = 0.4335529413 + 1.088845248i$
$x = -0.9564729399$
$x = 0.4335529413 - 1.088845248i$
$x = 6.089367057$

３）厳密解（分数表示・ルート表示 ）　４次以下の方程式で可能

$\frac{7}{6}x^2+\frac{7}{3}x+\frac{3}{4}=0$　　　$x = -1+\frac{1}{14}\sqrt{70}$　　$x = -1-\frac{1}{14}\sqrt{70}$

$x^3-5=0$

$x=\sqrt[3]{5}$

$x=\frac{\sqrt{3}}{2}(-\sqrt[3]{5})i+\left(-\frac{\sqrt[3]{5}}{2}\right)$

$x=\left(-\frac{\sqrt[3]{5}}{2}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}(-\sqrt[3]{5})i$

４）記号解（記号表示）　　2次以下の方程式で可能。未知数を指定して解く

$ax^2+bx+c=0$　　$x=\frac{-b+\sqrt{-4ac+b^2}}{2a}$　　$x=\frac{-b-\sqrt{-4ac+b^2}}{2a}$

★連立方程式　一次の場合は小数解、分数解のどちらも求められます。

１）

$$\begin{cases} a+b+c+d=0 \\ a+2b+3c+4d=5 \\ 2a-4b-16c-8d=32 \\ -a+3b-6c+9d=10 \end{cases}$$

$a = 9.552$
$b = -16.638$
$c = -0.379$
$d = 7.466$

$a=\frac{277}{29}$　$b=-\frac{965}{58}$　$c=-\frac{11}{29}$　$d=\frac{433}{58}$

a	b	c	d	
1	1	1	1	0
1	2	3	4	5
2	-4	-16	-8	32
-1	3	-6	9	10

係数を表にセットして
解くこともできます。

☆記号解も求められます

$$\begin{cases} x-ay=b \\ cx-2y=-5 \end{cases}$$

$x=\frac{-5a-2b}{ca-2}$　$y=\frac{-bc-5}{ca-2}$

☆複素数係数でも計算できます（プロパティを複素数モードにして解きます）

$(2-3i)x+(4+0.2i)y+8z=3-7.1i$　　$x = 0.52893 - 0.95302i$
$3x+(9-7.1i)y+7z=5+0.2i$　　$y = -0.59572 + 0.34208i$
$(4+3.2i)x+6y+(4-5.3i)z=2-7.3i$　　$z = 0.90657 - 0.60704i$

２）添字つきの未知数も解けます

$$\begin{cases} a_1^2+a_2+a_3=0 \\ -a_1+a_2a_1+a_3=-1 \\ -a_1+a_2-a_3^2=-5 \end{cases}$$

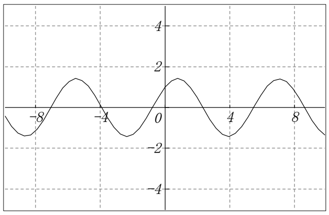
$a_1 = -1.5986$　　$a_1 = 0.79519$
$a_2 = 0.016614$　　$a_2 = -2.0874$
$a_3 = -2.572$　　$a_3 = 1.4551$

★条件のついた方程式

$(a_1-5)^2+b_1^2=4.5^2$	$a_1>0$	$a_1 = 5.099$
$(a_2-a_1)^2+(b_2-b_1)^2=4.9^2$	$b_1>0$	$a_2 = 0.20798$
$a_2^2+b_2^2=4.8^2$	$a_2>0$	$b_1 = 4.4989$
$a_1^2+b_1^2=6.8^2$	$b_2>0$	$b_2 = 4.7955$

★ニュートン法による解法

sint+cost=0　　・グラフ表示機能により解のおおよその見当をつけ初期値を入力



（左は、グラフ機能で作成、貼り付けたグラフです）

・1回の実行で1つの解が求まる。　　$t = 2.356194$　　$t = 5.497787$　　$t = 8.63938$

（３回実行した結果）

・度分秒表示で解を求められます（プロパティを設定し保存できます）

$t = -405°$　　$t = -45°$　　$t = 315°$　　$t = -225°$　　$t = 135°$　　$t = 495°$

（６回実行した結果）

★ 区間指定法による解法

１） sint+cost=0　　$-10<t<10$　で解くと

・グラフ表示機能により、 解のおおよその見当をつけて
　区間を設定すると、区間内の全ての解が求まる。

$t = -7.068583$
$t = -3.926991$
$t = -0.7853982$
$t = 2.356195$
$t = 5.497787$
$t = 8.63938$

２） $\sum_{k=1}^{3} \alpha_k t^k=10$　　$\alpha=\{1,2,3\}$　とする　　$t = 1.23822641389967$

３） $\int_0^x(-t^2+\sin t)dt=0$　　$x = 1.300229986$

４）未知数が漢字変数の例

sin角度+cos角度=0

・プロパティを度表示にして、−10〜10 の範囲で解くと
　（範囲の指定はラジアン値になります）

角度 = −405°
角度 = −225°
角度 = −45°
角度 = 135°
角度 = 315°
角度 = 495°

★ 不定方程式

2x+3y-4z=1　　２式を選択して［実行］－［方程式関連］－［特異方程式］コマンド

5x+6y-7z=8　　厳密解も求められます

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3.77777777777778\\0.777777777777774\\2.22222222222222\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}-0.408248290463862\\0.816496580927726\\0.408248290463864\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\-\frac{5}{3}\\1\end{pmatrix}+k\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$$

<コマンドによる方程式>

式番号を活用した記述

1) solveコマンド

(一元多項式と連立一次方程式を解く時、条件も設定できる)

b=-76　　c=480

$x^3+9x^2+bx-c=0$　　(10)　　　　x<0　　　(11)

solve((10),(11),x)　　実行するとxに解が設定される

求まった解　　x={-5, -12}

2) newtonコマンド

(非線型方程式を解く時)

初期値と誤差範囲をコマンドのパラメータで指定

★ $sint+cost=0$　　(3)

$newton((3), t=0, \varepsilon=10^{-6})$　　実行するとtに解が設定される

求まった解　$t=-0.7854$

★

$a^2+sinb=3$　　(4)

$e^a-cosb=6$　　(5)

$newton((4),(5),a=0,b=1)$

求まった解

$a=1.910844482173435$

$b=5.57385213050846$

<システム関数を使った方程式>

★ 係数のみを配列で与えて解く(線形方程式の近似解と記号解のみです。)

$x^2-3=0$

この一元多項方程式は次のように計算できます。計算操作で解を配列形式で表示します。

solve_script({1,0,-3})={-1.732050808, 1.732050808}　　近似解

solve_script({"1","0","-3"})=$\{"\sqrt{3}", "-\sqrt{3}"\}$　　記号解

記号解を求めるときは、係数を文字列で与えます。

$x-6y=8$

$3x-2y-7=-5$　　この連立方程式は次のように表せます。

solve_script({{1,-6,-8},{3,-2,-2}})={-0.25, -1.375}

★ 方程式と未知数を文字列の引数として、関数に渡します。
スクリプト等で、場合によって方程式が変更される場合に使います。

A="$3x^2y-5xy+6y^3-2xy=156$"　　B="$4x^2-3xy^2-7xy+9y^2=1$"

変数名、解の精度の指定は次のようになります。

変数名

solve_string({{A,B},{"x","y"},0})={{2, 5.24351700603434}, {3, 2.13399376655195}}

近似解を指定

＜システム定数＞

πについて

カルキングでは、πの入力は数学記号パレットから行います。
このπの値は、1000桁のシステム定数としてもっています。
これとは別に、任意の桁数の近似値のπをユーザがライブラリ定数として、設定できます。このときの入力はギリシア文字で行います。

$2\pi=6.283185307$　　　$\sin\pi=0$　　　$5^2\pi-3^2\pi=50.26548246$

システム定数のπは円周率としての意味を持ち、代数計算を使うと円周率としての計算ができます。
置き換え計算の結果をπのままで表すこともできます。

$\sin\pi+\sin\frac{\pi}{2}=1$　　　代数計算

$a=10$　　代入定義　　　$\sin a+\pi=\sin 10+\pi$　　　置き換え計算

e について

自然数 *e* の入力は数学記号パレットから行います。
この *e* の値は、1000桁のシステム定数としてもっています。

$e=2.71828182845905$

極限計算・微分・不定積分等で、自然数 *e* を使いたいときは、
必ず数学記号パレットから入力してください。
キーボードから入力した e は　a や b と同じ単なる変数となります。

$\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$　　　$\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=\ln e$　　　$\frac{d}{dx}e^x=e^x$　　　$\frac{d}{dx}e^x=e^x\ln e$

$\int xe^x dx=xe^x-e^x$　　　$\int xe^x dx=\frac{xe^x\ln e-e^x}{\ln^2 e}$

γについて

オイラー定数 γ の入力は数学記号パレットから行います。
この γ の値は、1000桁のシステム定数としてもっています。

$\gamma=0.577215664901533$

＜システム関数＞

基本数学関数は1000桁位の精度まで、拡張数学関数（プロフェッショナル版のみ）は引数が複素数でも300桁位の精度まで計算できます。

★三角関数

度分秒・ラジアンのどちらも計算できます。

SIN45°=0.70711　　$\tan 40°50'25''=0.8644$　　$\sin(2\text{-}j5)=67.479+30.879i$　　$\cos\frac{\pi}{6}=0.86603$

sin{30°,45°,60°}={0.5, 0.70711, 0.86603}　　sec45°=1.4142　　cosec45°=1.4142　　cot45°=1

◎べき乗、逆関数の記法

$\sin^2\frac{\pi}{4}+\cos^2\frac{\pi}{4}=1$　　$\sin^{-1}0.2=11°32'13''$　　$\sin^{-1}(2\text{-}3i)=0.57065-1.9834i$　　$\mathrm{COS}^{-1}0.2=1.3694$

ARCSIN0.2=0.20136　　$\sin^{-1}$ {0.2,0.3,0.4}={0.20136, 0.30469, 0.41152}

★双曲線関数

sinh0.5=0.5211　　sech(0.5-2i)=-1.0552 + 1.0655i　　TANH{0.5,0.6,0.7}={0.46212, 0.53705, 0.60437}

◎べき乗、逆関数の記法

$\sinh^2 0.5=0.27154$　　arcsech(0.5-2i)=0.45718 + 1.4643i　　COTH^{-1} {5,6,7}={0.20273, 0.16824, 0.14384}

★対数関数

常用対数　log1=0　　log7i=0.8451 + 0.68219i　　LOG10=1　　log{2,3,4}={0.30103, 0.47712, 0.60206}

自然対数　ln1=0　　ln$j$5=1.6094 + 1.5708i　　LNe =1　　ln{2,3,4}={0.69315, 1.0986, 1.3863}

底を指定　$\log_e 10=2.3026$　　$\log_2(3\text{-}4i)=2.3219-1.3378i$　　$\log_{\sqrt{2}}8=6$　　$\log_{10}10=1$　　$\mathrm{LOG}_e e=1$

★統計関数　◎引数は１次元配列

A={460,468,477,459,472,426,441,426,442,494,476,457,458,463,428,400,318}　　$\|A\|=17$　　$\overline{A}=445$

sum(A) =7565　　min(A) =318　　var(A) =1618.3　　varp(A) =1523.1　　stdev(A) =40.227　　stdevp(A) =39.026

average(460,468,477,459,472)=467.2　　$\overline{\{460,468,477,459,472\}}=467.2$　　median(460,468,477,459,472)=468

分布関数　(normdist,norminv,chi2inv,chi2dist,tdist,tinv,fdist,finv)

標本分散関連関数 (cov,covp,cov_matrix,covp_matrix,corr,corr_matrix,var,varp)

★ベッセル関数

$J_0(-0.5)=0.93847$　　$J_0(0.5)=0.93847$　　$J_0(\{5,6,7\})=\{-0.1776, 0.15065, 0.30008\}$　　$J_1(1)=0.44005$

$Y_0(0.5)=-0.44452$　　$Y_1(5)=0.14786$　　$J_2(\{7,8,9\})=\{-0.30142, -0.11299, 0.14485\}$　　$Y_2(0.1)=-127.64$

プロフェッショナル版限定機能

$J_0(-5i)=27.24$　　$J_0(\{1,-2i,0.3\})=\{0.7652, 2.2796, 0.97763\}$

$H_2^{(1)}(1.55)=0.24453-0.89218i$　　$H_3^{(1)}(1.5i)=1.1674$　　$H_4^{(1)}(\{1,-2i\})=\{0.0024766-33.278i, 0.10146-1.398i\}$

$H_2^{(2)}(1.5i)=-0.67567-0.37157i$　　$I_3(2-1.5i)=-0.24389-0.27486i$　　$K_2(\{1.5,-2i\})=\{0.58366, -0.96982-0.55423i\}$

★複素数演算関数

$\mathcal{R}(3\text{-}5i)=3$　　$\mathcal{R}(2+j7)=2$　　$\mathfrak{I}(3\text{-}5i)=-5$　　$\mathfrak{I}(2+j7)=7$　　$\arg(3\text{-}5i)=-1.0304$　　$\overline{3\text{-}5i}=3+5i$　　$\overline{2+j7}=2-j7$

★特殊関数

$\Gamma(0.5)=1.7725$　　$\Gamma(1+0.5i)=0.80169-0.19964i$　　$\Gamma(\{2,3,4\})=\{1, 2, 6\}$

$B(3,5)=0.0095238$　　$B(3,5i)=-0.0079576+0.012202i$　　$B(\{2,3\},\{5,6.1\})=\{0.033333, 0.0057011\}$

$P_3(5)=305$　　$P_2(3\text{-}5i)=-24.5-45i$　　$P_4(\{5,6,7\})=\{2641, 5535.375, 10321\}$　　$H(0)=1$　　$H(\{-1,0,1\})=\{0, 1, 1\}$

erf(0.8)=0.7421　　erfc({0.5,0.6,0.7})={0.4795, 0.39614, 0.3222}　　erfc^{-1}({0.4795, 0.39614, 0.3222})={0.5, 0.6, 0.7}

プロフェッショナル版限定機能

$H_3(5)=940$　　$L_4(3\text{-}5i)=46.167-23.333i$　　$L_5^4(\{5,6,7\})=\{4.3334, 7.2, 4.3167\}$

$T_3(5)=485$　　$T_4(3\text{-}5i)=-5023+7920i$　　$U_4(3\text{-}5i)=-10111+15720i$　　$U_5(\{5,6,7\})=\{96030, 241960, 526890\}$

$\mathrm{Si}(5)=1.5499$　　$\mathrm{Ci}(1\text{-}i)=0.88217-0.28725i$　　$E_4(\{0.5,1.4,3\})=\{0.16524, 0.052064, 0.007665\}$

$\Psi(5)=1.5061$　　$\Psi(\{0.4,1.5,3\})=\{-2.5614, 0.03649, 0.92278\}$　　$\zeta(\{1.5,2.4,3\})=\{2.6124, 1.3833, 1.2021\}$

$\gamma(1.2,2)=0.75079$	$\Gamma(2+3i,2)=-0.25175 - 0.043059i$	$P(\{1-i,0.5,2.1\},2)=\{0.94595 + 0.2434i, 0.9545, 0.56465\}$
$Q(1.2,2)=0.1823$	$B_{0.2}(1.2,3)=0.096253$	$I_{0.2}(\{1,2,3\},\{0.3,1.2,2.3\})=\{0.064752, 0.051298, 0.035243\}$

★楕円関数 **プロフェッショナル版限定機能**

$sn(0.8,0.65)=0.69506$	$sn(5+1.75i,0.5)=-1.8853 - 0.030777i$	$cn(4+1.75i,0.65)=-1.3326 + 3.1699i$
$dn(0.5,0.6)=0.95885$	$dn(\{0.7,1.75i,4+1.2i\},0.7)=\{0.89931, 8.9061, 1.406 - 0.50214i\}$	
$ns(0.7,0.65)=1.5938$	$ns(5+1.7i,0.65)=-0.63276 + 0.032827i$	$nc(2+1.5i,0.35)=-0.17087 + 0.52671i$
$nd(\{3.7,4.75i,4+1.8i\},0.65)=\{1.0027, -0.80993, 0.14364 + 0.42652i\}$		$am(0.4+6.75i,0.25)=0.39935$

★楕円積分 **プロフェッショナル版限定機能**

第一種完全楕円積分	$K(0.3791)=1.6323$	$K\left(\sqrt{2.5+i}\right)=1.1551 + 0.95285i$	$K(0)=1.570796326795$
第二種完全楕円積分	$E(0.5)=1.4675$	$E\left(\sqrt{3+2.5i}\right)=1.1997 - 1.3571i$	$E(1)=1$
第三種完全楕円積分	$\Pi(0.8,0.9)=5.9821$	$\Pi(0.4,0.6+2i)=1.2117 + 0.19136i$	$\Pi(0.8,1)=\infty$
第一種不完全楕円積分	$F(0.3\ ,0.8\ )=0.3029$	$F(0.3\ ;0.8\ )=0.30773$	$F(0.3\ \backslash 0.5\ )=0.30103$
第二種不完全楕円積分	$E(0.3,0.5)=0.29889$	$E(0.3\ ;0.5\ )=0.30353$	$E(0.3\ \backslash 0.5\ )=0.29898$
第三種不完全楕円積分	$\Pi\left(\frac{1}{3};\frac{\pi}{5},\sqrt{0.3}\right)=0.66873$	$\Pi\left(\frac{1}{3};\frac{\pi}{5}\mid 0.3\right)=0.66873$	$\Pi(-0.7\ ;0.6\ \backslash 0.5\ )=0.56567$

★その他のシステム関数

$\lceil 100.235 \rceil=101$ $\lceil -100.235 \rceil=-100$ $\lfloor 100.235 \rfloor=100$ $\lfloor -100.235 \rfloor=-101$

GCD(901, 1649, 1037) = 17 LCM(90, 16, 10) = 720 mod(10,9)=1 divmod(10,9)={1, 1}

sort({901,1649,1037,200,4105,87,941}) ={87, 200, 901, 941, 1037, 1649, 4105}

reverse({901,1649,1037,200}) = {200, 1037, 1649, 901} delta(1,2)=0

pow(2,0.5)=1.4142 sqrt(2)=1.4142 exp(2.0)=7.3891 sign(1)=1 ${}_5C_3=10$ ${}_5P_4=120$ $\binom{5}{3}=10$

$p=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$ $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\delta_{i,j}p_{i,j}=15$ $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\mathrm{sign}(|i-j|)p_{i,j}=30$ $\det\begin{pmatrix}3.0&5.1\\5.6&8.9\end{pmatrix}\det\begin{pmatrix}3.0&5.1\\5.6&8.9\end{pmatrix}^{-1}=1$

ratio(1.2,2.4)={1, 2} ratio(12,15)={4, 5} enumerate_prime_number(1,5)={2, 3, 5, 7, 11}

${}_2F_1\left(\frac{1}{2},1;\frac{3}{2};0.5\right)=1.24645048028047$ 超幾何級数 **プロフェッショナル版限定機能**

$(2+3i)_5=-2880 - 810i$ ポッホハマー記号

★行列・配列・表関連の関数

create_array(p)={{1, 2, 3}, {4, 5, 6}, {7, 8, 9}} create_matrix({{1, 2}, {4, 5}})=$\begin{pmatrix}1&2\\4&5\end{pmatrix}$

$B=\begin{pmatrix}1&2&3\\20&4&50\\3&6&6\\4&8&7\end{pmatrix}$ matrix_column_change(B,1,2)=$\begin{pmatrix}2&1&3\\4&20&50\\6&3&6\\8&4&7\end{pmatrix}$ matrix_row_change(B,1,2)=$\begin{pmatrix}20&4&50\\1&2&3\\3&6&6\\4&8&7\end{pmatrix}$

Sheet5

==> 表の行数・列数の取得

table_row(Sheet5)=3

table_column(Sheet5)=4

$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&4\\3&4&5\\4&5&6\\5&6&7\end{pmatrix}$ $A^+=\begin{pmatrix}-0.5667&-0.3333&-0.1000&0.1333&0.3667\\-0.0667&-0.0333&0&0.0333&0.0667\\0.4333&0.2667&0.1000&-0.0667&-0.2333\end{pmatrix}$ $A_{*,2}=\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\\6\end{pmatrix}$

一般逆行列操作

列ベクトルの取り出し

$I_4=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$ 単位行列生成

$0_{3,5}=\begin{pmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$ 零行列生成

$m=\begin{pmatrix}3&4&2&1\\-2&6&-1&-1\\0&-1&0&0\\-1&1&-1&0\end{pmatrix}$

$\mathrm{rank}(m,10^{-10})=3$ 行列のランク（第2引数は、ゼロ判定する基準値を指定）

$\mathrm{trace}(m)=9$ 行列の対角和

$m=\begin{pmatrix}3&4&2&1&4\\-2&6&-1&-1&5\\0&-1&0&0&2\\-1&1&-1&0&3\end{pmatrix}$

$\mathrm{size}(m)=\{4,5\}$ 行列の行数と列数

ベクトル、行ベクトル、列ベクトルの要素数

$\dim\left(\begin{pmatrix}4\\6\\-1\\1\end{pmatrix}\right)=4$

$\dim\left(\begin{pmatrix}-2&6&-1&-1&5\end{pmatrix}\right)=5$

$\dim((2,3,4))=3$

行ベクトル、列ベクトルをベクトルに変換

プロフェッショナル版限定機能

$\mathrm{vector}\left(\begin{pmatrix}4\\6\\-1\\1\end{pmatrix}\right)=(4,6,-1,1)$

$\mathrm{vector}\left(\begin{pmatrix}-2&6&-1&-1&5\end{pmatrix}\right)=(-2,6,-1,-1,5)$

★行列演算の関数

$m=\begin{pmatrix}3&-2&2&4\\-2&6&-1&1\\2&-1&0&2\\4&1&2&3\end{pmatrix}$

$$\mathrm{eigen}(m)=\left\{\{8.50525, 6.1563, -1, -1.66155\}, \begin{pmatrix}0.65461&0.14857&-0.44721&0.59111\\-0.44844&0.84764&0&0.28358\\0.32731&0.07428&0.89443&0.29555\\0.51308&0.50391&0&-0.69486\end{pmatrix}\right\}$$

（行列固有値関数）

プロフェッショナル版限定機能

$\mathrm{poly}(m)=\lambda^4-12\lambda^3+15\lambda^2+115\lambda+87$ （行列の固有多項式）

$$\mathrm{svd}(m)=\left\{\{8.505, 6.156, 1.662, 1\}, \begin{pmatrix}-0.655&0.149&0.591&0.447\\0.448&0.848&0.284&0\\-0.327&0.074&0.296&-0.894\\-0.513&0.504&-0.695&0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-0.655&0.149&-0.591&-0.447\\0.448&0.848&-0.284&0\\-0.327&0.074&-0.296&0.894\\-0.513&0.504&0.695&0\end{pmatrix}\right\}$$

（特異値分解）

$M=\begin{pmatrix}10&-3&6&1\\2&4&5&3\\1&0&0&0\\3&5&6&8\end{pmatrix}$

プロフェッショナル版限定機能

$$\mathrm{LU}(M)=\left\{\{\{1,3\}\}, \begin{pmatrix}1&0&0&0\\2&1&0&0\\10&-0.75&1&0\\3&1.25&-0.025641026&1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&4&5&3\\0&0&9.75&3.25\\0&0&0&4.3333333\end{pmatrix}\right\}$$

$$\mathrm{QR}(M)=\left\{\begin{pmatrix}-0.936586&0.338886&0.0880585&-0.0144533\\-0.187317&-0.585575&0.375114&0.69376\\-0.0936586&-0.00872133&-0.889044&0.448054\\-0.280976&-0.73633&-0.247256&-0.56368\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-10.6771&0.65561&-8.24196&-3.74634\\0&-7.04061&-5.31254&-7.30848\\0&0&0.920384&-0.764647\\0&0&0&-2.44261\end{pmatrix}\right\}$$

$$\mathrm{Jordan}(M)=\left\{\{-0.758663579, 2.04564872\}, \begin{pmatrix}-0.523437392&-0.236643489\\-0.499923498&-0.609584926\\0.689946646&-0.115681391\\-0.00796356754&0.747679004\end{pmatrix}\right\}$$

＜条 件 式＞

条件付きの式を一般的な記法で記述し，計算することができます。

★基本的な条件式とグラフ

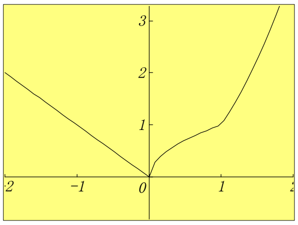
$$f(x)=\begin{cases} |x| & (x<0) \\ \sqrt{x} & (0\leq x<1) \\ x^2 & (1\leq x) \end{cases}$$

↑ 条件に対応する式　↑ 条件

$f(-3)=3$

$f(0.25)=0.5$

$f(12)=144$



★漢字変数の使用

商品を販売するにあたり、数量100個未満のときは割引なし、100個以上のときは２割引とする。

$$売上(数量、単価)=\begin{cases} 数量\times単価 & 0\leqq数量<100 \\ 数量\times単価\times0.8 & 数量\geqq100 \end{cases}$$

売上(90, 200)=18000

売上(150, 200)=24000

売上(0, 100)=0

売上(150, 100)=12000

売上(−150, 100)=　※エラー表示され計算しない

★条件式に論理記号を含んだ例

座標の逆計算（測量）

基準側点(1)→測定測点（２）

$x_1=459.800$　$x_2=469.960$

$y_1=99.990$　$y_2=89.001$

$\Delta x=x_2-x_1$　$\Delta y=y_2-y_1$

$$\beta=\tan^{-1}\frac{|\Delta y|}{|\Delta x|}$$

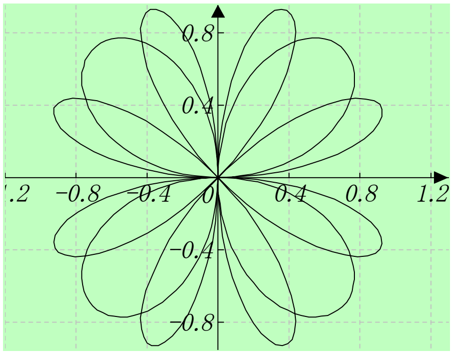
$$\delta=\begin{cases} \beta & \Delta x\geqq0\wedge\Delta y\geqq0 \\ 180^\circ-\beta & \Delta x<0\wedge\Delta y\geqq0 \\ 180^\circ+\beta & \Delta x<0\wedge\Delta y<0 \\ 360^\circ-\beta & \Delta x\geqq0\wedge\Delta y<0 \end{cases}$$

計算結果　$\delta=312^\circ\ 45'\ 19''$　（方位角）

★媒介変数型のグラフ

$$x(\theta)=\begin{cases} \sin2\theta\cos\theta & 0\leqq\theta<2\pi \\ \sin4\theta\cos\theta & 2\pi\leqq\theta<4\pi \end{cases}$$

$$y(\theta)=\begin{cases} \sin2\theta\sin\theta & 0\leqq\theta<2\pi \\ \sin4\theta\sin\theta & 2\pi\leqq\theta<4\pi \end{cases}$$



＜ユーザー関数＞

☆引数のない関数　　定義した関数を使う

yen = doller × rate　　doller = 521　rate = 99　の時、　yen=51579

☆引数のある関数

$f(x)=x^2$

$f(2)=4$　$f(\frac{4}{3})=1\frac{7}{9}$　$f(i)=-1$　$f(\{1,2,3\})=\{1, 4, 9\}$　$f(\sin45^\circ)=0.5$

$f(a+b+c)=a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2$　$f(\sqrt{3}+\sqrt{2})=2\sqrt{6}+5$
（代数計算）

☆システム関数を使った関数

$H(x)=\sin x+\cos x$

$G(x)=\sin^2x+\cos^2x$

$H(\frac{\pi}{5})=1.396802$　$G(8^\circ15'')=1$

☆すでに定義済みの関数を使って関数を定義する。

$k(x)=H(x)+G(x)$　$k(2.5)=0.7973285$　$k(25^\circ)=2.328926$　$k(0)=2$

＜数式エディタ機能＞

カルキングは，数式を数学などの表記法通りに記述し，計算をし，答を出すことができます。
しかしながら，一部の数式に関しては，まだ計算機能をサポートしていません。
ここでは記述のみが可能な数式（計算はできません）を含め，カルキングの数式エディタ（ワープロ）機能を取り上げます。

（例１）

連立高階の線形偏微分方程式

（1）　$\sum_{j=1}^{k} A_{ij} u_j = f_i(t,x) \qquad (i=1,\cdots, k)$

ただし　$A_{ij} = \sum_{|\mu|+\nu \leq m_j}^{k} a_{ij}^{(\mu),\nu}(t,x) \left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^{\mu_1} \cdots \left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^{\mu_n} \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{\nu},$

$x=(x_1, \cdots ,x_n),(\mu)=(\mu_1, \cdots ,\mu_n), |\mu|=\mu_1+ \cdots +\mu_n,$

を考える。Petrowskiは（１）の特性方程式

（2）　$\left| \sum_{|\mu|+\nu=m_j} a_{ij}^{(\mu),\nu} \lambda^{\nu} \xi_1^{\mu_1} \cdots \xi_n^{\mu_n} \right| =0$　の根（λの方程式として）が、ξ≠０ならばすべて相異なる実数となるとき、（１）は双曲型であると定義した。

（例２）

ｍとｎが正整数（ｍ≧ｎ）のときは、$\binom{m}{n}$ は相異なる ｍ個の物から ｎ個とり出す組合せの個数に等しく、これを${}_m C_n$ で表わすことが多い。二項係数はつぎの二項展開式の係数になっている。

$(a+b)^m=a^m+\binom{m}{1} a^{m-1}b+\binom{m}{2} a^{m-2}b^2+ \cdots +\binom{m}{m-1} ab^{m-1}+b^m$　　（ｍは整数）

（参考）カルキングでは${}_m C_n$の記述でも、$\binom{m}{n}$の記述でも計算可能です。

（例３）

正の収斂半径をもつ冪級数　$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$　に対し、　$\phi(z)=\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n z^n}{n!}$　は整函数であって、

$|z| < \rho$　において　$f(z)=\int_0^{\infty} e^{-t} \phi(zt)\,dt$　が成立する（Borelの定理）。

この　$\phi(z)$　を、冪級数　$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$　または、級数に関するBorelの函数という。

無限級数　$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$　において、それに関するBorelの函数を $\phi(z)$ とするとき、

$\int_0^{\infty} e^{-t} \phi(z)\,dt = S$　であるか，または　$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s_n x^n}{n!} = S$　　$[s_n= a_0+a_1+ \cdots +a_n]$

が存在するとき，級数 $\sum a_n$ はBorel総和可能であるといい，このことを

$\sum a_n= S(B)$ と書き，Borelの和という。

＜数式の検索、置換機能＞

カルキングの検索･置換機能は、単語や文章はもとより、数式にまで検索･置換が可能です。
様々な数式が混じった論文･レポートを作成されているときも安心です。
また、入力に時間がかかる添え字付き変数や数式等を、入力時に『A』、『B』などと入力し、後でまとめて置換することにより、入力の手間を大幅に削減できます。

$$\sin(A\pm B)=\sin A\cos B\pm\cos A\sin B$$

$$\cos(A\pm B)=\cos A\cos B\mp\sin A\sin B$$

$$\mathbf{v_x}'=\frac{-\mathbf{x}}{\sqrt{\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2}}\times\frac{1}{\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2} \qquad \mathbf{v_y}'=\frac{-\mathbf{y}}{\sqrt{\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2}}\times\frac{1}{\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2}$$

↓ 置換結果

$$\sin(\theta_1\pm\theta_2)=\sin\theta_1\cos\theta_2\pm\cos\theta_1\sin\theta_2$$

$$\cos(\theta_1\pm\theta_2)=\cos\theta_1\cos\theta_2\mp\sin\theta_1\sin\theta_2$$

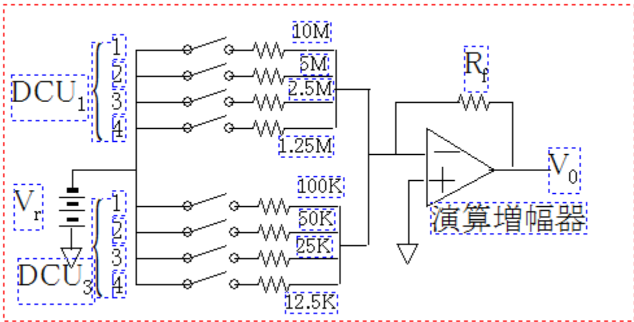
$$\frac{dv_x}{dt}=\frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}\times\frac{1}{x^2+y^2} \qquad \frac{dv_y}{dt}=\frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}\times\frac{1}{x^2+y^2}$$

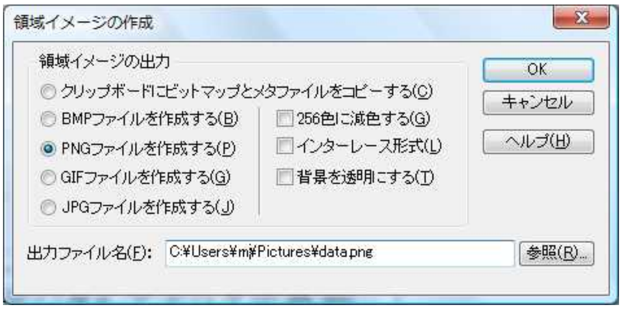
置換テーブル

A	θ_1
B	θ_2
v_x'	$\frac{dv_x}{dt}$
v_y'	$\frac{dv_y}{dt}$
x	x
y	y

＜画像出力機能＞

カルキング上の文章・数式・グラフ・表・作図オブジェクト等、あらゆるものを
画像(BMP、PNG)に出力する機能です。カルキングで作成された数式やオブジェクト等を、
簡単にwebや他のアプリケーションに移行できます。





☆論理演算

論理積(∧)，論理和(∨)，同値(≡),論理包含(→)，否定(￢)の計算ができます。
真偽値はそれぞれ1と0で表します。

真理値表計算もサポートしました。

計算式やスクリプトでも使用できます。

p	q	p≡q	p→q	p∧q	p∨q	¬p
1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1

真理値表計算

a=1 【代入定義】

b=0 【代入定義】

c=1 【代入定義】

(a≡b)→c=1 【計算】

☆有理多項式の属性関数(特定次数、最高次数、分母、分子参照機能)

$P=\frac{(x+y)^{20}}{(a+b)^{20}}$

左のPの展開式は一つの大きな分数となるため、ページ折り返しができず印刷できませんが、分母・分子を取り出すdenominator関数、numerator関数を利用すると可能になります。

$\mathrm{denominator}(P)=a^{20}+20a^{19}b+190a^{18}b^{2}+1140a^{17}b^{3}+4845a^{16}b^{4}+15504a^{15}b^{5}+38760a^{14}b^{6}+77520a^{13}b^{7}+125970a^{12}b^{8}+167960a^{11}b^{9}+184756a^{10}b^{10}+167960a^{9}b^{11}+125970a^{8}b^{12}+77520a^{7}b^{13}+38760a^{6}b^{14}+15504a^{5}b^{15}+4845a^{4}b^{16}+1140a^{3}b^{17}+190a^{2}b^{18}+20ab^{19}+b^{20}$

$\mathrm{numerator}(P)=x^{20}+20x^{19}y+190x^{18}y^{2}+1140x^{17}y^{3}+4845x^{16}y^{4}+15504x^{15}y^{5}+38760x^{14}y^{6}+77520x^{13}y^{7}+125970x^{12}y^{8}+167960x^{11}y^{9}+184756x^{10}y^{10}+167960x^{9}y^{11}+125970x^{8}y^{12}+77520x^{7}y^{13}+38760x^{6}y^{14}+15504x^{5}y^{15}+4845x^{4}y^{16}+1140x^{3}y^{17}+190x^{2}y^{18}+20xy^{19}+y^{20}$

$Q=x^{20}+20x^{19}y+190x^{18}y^{2}+1140x^{17}y^{3}+4845x^{16}y^{4}+15504x^{15}y^{5}+38760x^{14}y^{6}+77520x^{13}y^{7}+125970x^{12}y^{8}+167960x^{11}y^{9}+184756x^{10}y^{10}+167960x^{9}y^{11}+125970x^{8}y^{12}+77520x^{7}y^{13}+38760x^{6}y^{14}+15504x^{5}y^{15}+4845x^{4}y^{16}+1140x^{3}y^{17}+190x^{2}y^{18}+20xy^{19}+y^{20}$

leading_degree(Q,x)=20 　Qでのxに関する最高次数

n_degree_coefficient(Q,x,2)=$190y^{18}$ 　Qでのxの2次式の係数

☆微分関数の数値計算における利用

$f(x)=x^3+5x^2+2x+5$ 【関数定義】

以下の f' や $\frac{df}{dx}$ は関数です。この関数の引数が5の時の値を求めています。
ここでの留意すべき点は、数値計算モードで計算できることです。

f'(5)=127 【計算】 引数は「関数のカッコ」でくくらなければなりません。

又は $\frac{df}{dx}(5)=127$ 【計算】 dは数学記号パレットのdを使います

＜行列・行列式・ベクトル・配列＞

★行列

☆基本演算

$$\begin{pmatrix}1&2&4\\1&3&9\\1&4&1\end{pmatrix}^2+\begin{pmatrix}2&4&8\\3&9&7\\4&6&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&4&8\\3&9&7\\4&1&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&24&26\\13&47&40\\6&23&39\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}1&3\\2&-1\\0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2&-1&3\\2&-1&3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5\\1\\0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}41\\5\\33\end{pmatrix}$$

$$2\begin{pmatrix}\sin 20^\circ & \log 10\\ e & \int_0^1 x\,dx\\ \sqrt[3]{5} & 9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & \sqrt{5} & 6.4^2\\ 0.7 & \frac{4+6+9}{5\times 6} & 5.234\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1.74&2.80&38.49\\3.42&12.79&227.92\\14.31&19.05&234.29\end{pmatrix}$$

☆逆行列

$$\begin{pmatrix}1&-1&2\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&-3\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

☆複素数

$$\begin{pmatrix}i&0\\0&-i\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

☆転置行列

$$\begin{pmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\\9&10&11&12\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}1&5&9\\2&6&10\\3&7&11\\4&8&12\end{pmatrix}$$

$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ のとき $A^2=\begin{pmatrix}7&10\\15&22\end{pmatrix}$ $A^{-1}=\begin{pmatrix}-2&1\\1.5&-0.5\end{pmatrix}$ $A^T=\begin{pmatrix}1&3\\2&4\end{pmatrix}$

☆応用（連立１次方程式の解法）

$$\begin{pmatrix}3&-4&5\\-7&8&-9\\11&-5&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-4\\-3\end{pmatrix}$$

を解く

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-4&5\\-7&8&-9\\11&-5&6\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}4\\-4\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$$

★行列式

☆基本演算

$$\begin{vmatrix}1&2&3&5&4\\-7&5&1&2&-5\\4&2&5&9&0\\1&2&5&-7&1\\8&4&5&1&0\end{vmatrix}=15850$$

$$\begin{vmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{vmatrix}=1 \qquad \theta=\pi$$

$$\det\begin{pmatrix}50&60\\80&90\end{pmatrix}=-300$$

$$\begin{vmatrix}\sqrt{5}&2.5647&\frac{87}{97}&10\\4\times 8+7&\log 10&\sin 10&\cos 30^\circ\\-5375&0&e^2&2^3\\16000&\sqrt[3]{5}&13&\begin{vmatrix}1&2\\4&5\end{vmatrix}\end{vmatrix}=-1247171.152$$

★ベクトル

☆基本演算

$(10, 20, 30) + (30, 4, 50) - (15, 25, 35) =(25, -1, 45)$

$(\sqrt{51}, 2.758, \frac{23}{57}) + (\log_2 10, e^2, \sin 1) =(10.463, 10.147, 1.245)$

$\vec{a} = (1, 2, 3)$　$\vec{b} = (1, 5, 7)$　のとき　$\vec{a}+\vec{b}=(2, 7, 10)$　$\vec{a}\cdot\vec{b}=32$　（内積）

$2\vec{a}=(2, 4, 6)$　$\vec{a}\times\vec{b}=(-1, -4, 3)$　（外積）

☆ベクトルを行列の列ベクトルに変換できる。行列生成関数を使う。

プロフェッショナル版限定機能

$M(10, 20, 30)=\begin{pmatrix}10\\20\\30\end{pmatrix}$　$M\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\cos\frac{\pi}{2}&\sin\frac{\pi}{2}\\0&-\sin\frac{\pi}{2}&\cos\frac{\pi}{2}\end{pmatrix}M\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$$

ベクトルの回転

★配列

☆基本演算　$\{95,100,104,110,112,117\}+\{5,10,10,10,11,11\}=\{100, 110, 114, 120, 123, 128\}$

$\{95,100,104,110,112\}\times 5=\{475, 500, 520, 550, 560\}$　$\{\{95,14\},\{125,30\}\}\div 2=\{\{47.5, 7\}, \{62.5, 15\}\}$

☆配列定義（範囲変数を添字とし初期値を与えて領域を確保する）　$n = 1..10$（範囲変数を代入定義）　$A_n = 0$（配列定義）

要素の値を変えるには添え字をつけて代入する。 $A_3=5$

（値の確認） $A =\{0, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$

☆要素の参照

$height=\{95,100,104,110,120,127\}$　$weight=\{13,14,17,19,22,26\}$

$height_1=95$　$weight_4-weight_2=5$　$m=\|height\|$　$\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} height_k=109.3333333$

＜行列計算応用＞

★ 行列

☆ 一般逆行列

$$\begin{pmatrix} 2.3 & 4.5 \\ 6.7 & 8.9 \\ 10.3 & 9.78 \end{pmatrix}^{+} = \begin{pmatrix} -0.2373 & -0.1576 & 0.2526 \\ 0.2307 & 0.1835 & -0.1709 \end{pmatrix}$$

☆ svd関数を利用した特異値分解やノルム計算

プロフェッショナル版限定機能

$$A=\begin{pmatrix} 0.34 & 0.65 & 0.23 \\ 0.67 & 0.434 & 0.765 \\ 1.34 & 3.56 & 0.765 \end{pmatrix}$$

$\{w,U,V\}=\mathrm{svd}(A)$

$\|A\|=4.03377191143116$

$w=\{4.034,\ 0.772,\ 0.021\}$

$$U=\begin{pmatrix} -0.189 & 0.110 & 0.976 \\ -0.202 & 0.968 & -0.149 \\ -0.961 & -0.225 & -0.161 \end{pmatrix}$$

$$V=\begin{pmatrix} -0.369 & 0.498 & 0.785 \\ -0.900 & -0.401 & -0.168 \\ -0.231 & 0.769 & -0.596 \end{pmatrix}$$

☆ eigen関数を利用した対称行列の固有値

$$M=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 3 & 7 & 9 \\ 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

$\{w,v\}=\mathrm{eigen}(M)$

求まった固有値及び固有ベクトル

$w=\{21.609,\ 2.932,\ -2.541\}$

$$v=\begin{pmatrix} 0.443 & 0.715 & 0.541 \\ 0.534 & -0.695 & 0.481 \\ 0.720 & 0.076 & -0.690 \end{pmatrix}$$

★ 強力な編集機能、プロパティ機能

行列、行列式、表から、別のオブジェクトを作成したり、貼り付けたりできる。

行列式から行列を作る例

$$\begin{vmatrix} \sqrt{5} & 2.5647 & \frac{87}{97} & 10 \\ 4\times8+7 & \log 10 & \sin 10 & \cos 30^\circ \\ -5375 & 0 & e^2 & 2^3 \\ 16000 & \sqrt[3]{5} & 13 & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \end{pmatrix}$$

右上の行列式の中味だけをコピーして、この行列に
［行／列］－［表の貼り付け］で貼り付ける

$$\begin{pmatrix} \sqrt{5} & 2.5647 & \frac{87}{97} & 10 \\ 4\times8+7 & \log 10 & \sin 10 & \cos 30^\circ \\ -5375 & 0 & e^2 & 2^3 \\ 16000 & \sqrt[3]{5} & 13 & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

これを行の等間隔
モードにすると

$$\begin{pmatrix} \sqrt{5} & 2.5647 & \frac{87}{97} & 10 \\ 4\times8+7 & \log 10 & \sin 10 & \cos 30^\circ \\ -5375 & 0 & e^2 & 2^3 \\ 16000 & \sqrt[3]{5} & 13 & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

★行列から表を作成する例

上の行列の中味だけをコピーして、
この表に［行／列］－［表の貼り付け］
で貼り付ける

$\sqrt{5}$	2.5647	$\frac{87}{97}$	10
4×8+7	log10	sin10	cos30°
-5375	0	e^2	2^3
16000	$\sqrt[3]{5}$	13	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

★行列の行、列の挿入削除操作例

上の行列に対して、最後の行を削除して列を追加する
操作を行うと

$$\begin{pmatrix} \sqrt{5} & 2.5647 & \frac{87}{97} & 10 & ? \\ 4\times8+7 & \log 10 & \sin 10 & \cos 30^\circ & ? \\ -5375 & 0 & e^2 & 2^3 & ? \end{pmatrix}$$

＜一般逆行列の応用＞

次の表がデータです。このデータに対して、xとyの関係を近似する３次の多項式を最小自乗法で求めます。これは、次の方程式で、係数c_i(i=1～4)を求めることです。

$$y \approx c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 x^3 \qquad (1)$$

Data

x	y
0	0
0.1	0.1002
0.2	0.2013
0.3	0.3045
0.4	0.4108
0.5	0.5211
0.6	0.6367
0.7	0.7586
0.8	0.8881
0.9	1.0265
1	1.1752

ステップ１：配列の準備

表の第１行目を列の名前として登録します

x=Data.x　　代入定義：表データを配列に代入

y=Data.y　　代入定義：表データを配列に代入

h=||x||　　代入定義：データ数を求める

m=1..h　　代入定義

n=1..4　　代入定義

$A=0_{h,4}$　　代入定義：数学関数ツールバーの  をクリックして、h行4列の零行列を作成します。

$Y=(\text{create\_matrix}(\{y\}))^T$　　代入定義：配列を２次元にして行列に変換し、転置して縦行列にします。

または　$Y=(M\{y\})^T$　注：プロフェッショナル版限定機能

ステップ２：行列の作成

スクリプトを用いて、行列に値を入れます

```
( for i = 1 to h step 1 )
  ( for j = 1 to 4 step 1 )
    A[i,j]=x[i]^(j-1)
```

$A_{i,j}=x_i^{j-1}$

← 関数名の無いスクリプトです。この場合、計算を実行すると値がはいります。

注：行列Aは計画行列と呼ばれるものです。

または　$A_{m,n}=x_m^{n-1}$　　代入定義

ステップ３：係数ベクトルを計算

式(1)は計画行列Aを用いて、次のように表現できます。

$$Y \approx Ac$$

それゆえ、Aの一般逆行列 A^+を用いて、c は次のように計算されます。

$c = A^+Y$　　代入定義

$$c=\begin{pmatrix} -0.0001434 \\ 1.0045726 \\ -0.0201107 \\ 0.1906954 \end{pmatrix}$$

連分数機能

数値データの正則連分数表示

$\sqrt{3}$ を連数表示します。引数の10は連分数の段数です。

continued_fract関数では分子が1になる表現の連分数表示を行います。

$$\text{continued\_fract}(\sqrt{3},10)=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}}}}}}$$

【計算】

正則連分数の行テキスト表現

continued_fractAは以下のような連分数の行テキスト表現を行います。

continued_fractA($\sqrt{3}$,10) =[1;1,2,1,2,1,2,1,2,1,2]

【計算】

連分数の行テキストに関しては以下のような操作も可能です。

f=[1;1,2,1,2,1,2,1,2,1,2] 【代入】

f=[1;1,2,1,2,1,2,1,2,1,2] 【計算】

$\|f\|=11$ $f_1=1$ $f_{3..6}=[\ 2;1,2,1]$ 【計算】

continued_fractP関数を使えば、連分数の行テキストを連分数にできます。

$$\text{continued\_fractP}(f)=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}}}}}}$$

再帰関数演算子（計算はプロ版専用）

プロフェッショナル版限定機能

カルキング独自のK演算子機能

連分数の規則性を数式で表現して、これを連分数表現します。

$$\mathop{\mathrm{K}}_{k=1}^{7}\frac{2k}{k^2+\dots}=\cfrac{2}{1^2+\cfrac{4}{2^2+\cfrac{6}{3^2+\cfrac{8}{4^2+\cfrac{10}{5^2+\cfrac{12}{6^2+\cfrac{14}{7^2}}}}}}}$$

【代数計算】

代数表現のプロパティー:　降冪

連分数の各段は$\dfrac{2k}{k^2+\dots}$の規則性があります

表示段数を∞にして計算すると、自動判定で収束する値を表示します。

$$\mathop{\mathrm{K}}_{k=1}^{\infty}\frac{2k}{k^2+\dots}=1.07325677972482$$

【計算】

プロパティー:小数モード

表示精度　希望の桁数を指定

分子側に…を記述　　　　この形の数値計算はできません。

$$\mathop{\mathrm{K}}_{k=1}^{7}\frac{k+\dots}{(2k)^2}=\cfrac{1+\cfrac{2+\cfrac{3+\cfrac{4+\cfrac{5+\cfrac{6+\cfrac{7}{14^2}}{12^2}}{10^2}}{8^2}}{6^2}}{4^2}}{2^2}$$

【代数計算】

代数表現のプロパティー:　昇冪

$$\mathop{\mathrm{K}}_{k=1}^{7}\sqrt{k+\dots}=\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{4+\sqrt{5+\sqrt{6+\sqrt{7}}}}}}}$$

【代数計算】

代数表現のプロパティー:　昇冪

$$\mathop{\mathrm{K}}_{k=1}^{7}\sqrt{k+\dots}=\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{7}+6}+5}+4}+3}+2}+1}$$

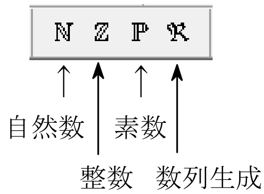
【代数計算】

代数表現のプロパティー:　降冪

＜数列生成演算子＞

数列(数値の配列)生成の機能があります。

ツールバーを使って入力します。



●1から9までの整数の数列

$\mathbb{N}_{1..9}=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$　　または　　$\mathop{\mathfrak{R}}_{k=1}^{9} k=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

●数列を格納した配列変数を作る

$a=\mathbb{N}_{1..100}$　　「実行」-「代入定義」

$a=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100\}$

$a=\{?\}$　　「実行」-「代入定義」でメモリ解放

●3から5までを0.01刻みで格納した配列を作る

$b=\dfrac{\mathbb{N}_{300..500}}{100}$　　または内包的記法を使って　　$b=\left\{\dfrac{x}{100} \mid x\in\mathbb{N}_{300..500}\right\}$

「実行」-「代入定義」

計算で確認

$b=\{3, 3.01, 3.02, 3.03, 3.04, 3.05, 3.06, 3.07, 3.08, 3.09, 3.1, 3.11, 3.12, \ldots, \ldots, \ldots, 4.88, 4.89, 4.9, 4.91, 4.92, 4.93, 4.94, 4.95, 4.96, 4.97, 4.98, 4.99, 5\}$

●その他の例

$\mathbb{Z}_{-3..2}=\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$　　または　　$\mathop{\mathfrak{R}}_{k=-3}^{2} k=\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$　　整数

$\mathbb{P}_{2..7}=\{3, 5, 7, 11, 13, 17\}$　　素数

$3\mathbb{N}_{1..5}=\{3, 6, 9, 12, 15\}$　　または　　$\mathop{\mathfrak{R}}_{k=1}^{5} 3k=\{3, 6, 9, 12, 15\}$　　3の倍数

$\mathbb{N}_{0..5}^{3}=\{0, 1, 8, 27, 64, 125\}$　　または　　$\mathop{\mathfrak{R}}_{k=0}^{5} k^3=\{0, 1, 8, 27, 64, 125\}$　　**立方数**

$\mathbb{N}_{1..5}^{-1}=\left\{1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{5}\right\}$　　または　　$\mathop{\mathfrak{R}}_{k=1}^{5} \dfrac{1}{k}=\left\{1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{5}\right\}$　　逆数

$2\mathbb{N}_{0..5}+1=\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$　　または　　$\mathop{\mathfrak{R}}_{k=0}^{5} (2k+1)=\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$　　奇数

●応用例

★5で割れば余りが4になり、3で割れば余りが2となる数はいくつか？

$(5\mathbb{N}_{1..50}+4)\cap(3\mathbb{N}_{1..80}+2)$
$=\{14, 29, 44, 59, 74, 89, 104, 119, 134, 149, 164, 179, 194, 209, 224, 239\}$

求まった配列は、カルキングの集合演算に活用できます。

またデータ部をコピーしてEXCELに貼り付けたり等、様々な活用が可能になります。

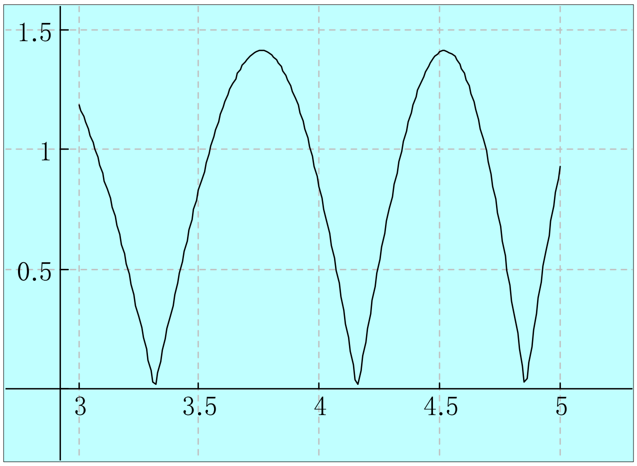
★上で作成した3から5までを0.01刻みで格納した配列を使って次のような計算ができます。

$\sqrt{1+\sin b^2}=\{1.1883, 1.1648, 1.1400, 1.1142, 1.0873, 1.0592, 1.0301, \ldots,$
$, \ldots, \ldots, 0.5133, 0.5777, 0.6408, 0.7025, 0.7625, 0.8208, 0.8772, 0.9315\}$

$c=\sqrt{1+\sin b^2}$

このデータを使い、カルキングのデータグラフを作成します。

{b,c}を選択して、「実行」－「2Dグラフ」－「データ型[X-Y軸]」



★カルキングの表にシリアル番号を付加する

$A=\mathbb{N}_{1..\mathrm{table\_row(Sheet1)}-1}$　　「実行」-「代入定義」

表の1列1行目のセルにAと入力し、
表の第一列を「選択」して、「計算」します

Sheet1

A		
1		
2		
3		
4		
5		

★数列生成の応用例

数値0に作用させると以下のような0で初期化された配列データを簡単に作成できます。

$\mathfrak{R}_{k=1}^{10}\mathfrak{R}_{l=1}^{3}0=\{\{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\},$
$\{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}, \{0, 0, 0\}\}$

＜内包的集合定義＞

数学で使用される内包的集合定義に類似した形式で、数列の生成や配列、文字列からの検索等に便利に使えます。メニューから「入力」－「配列」－「内包的記法」で入力します。

$\left\{k^2+1 \mid k\in\mathbb{N}_{1..10}\right\}=\{2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, 65, 82, 101\}$

$\{\{k\} \mid k\in\mathbb{N}_{1..10}\}=\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}\}$

$\{\{k,m\} \mid k\in\mathbb{N}_{1..2}, m\in\mathbb{N}_{1..4}\}=\{\{1, 1\}, \{2, 1\}, \{1, 2\}, \{2, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}\}$

$\{0 \mid k\in\mathbb{N}_{1..10}\}=\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$

●文字列 str の中で ″f″ と ″g″ の位置を求める例

str="1234dfdfd456fghjhk78fyuygtuf"

$\{k \mid k\in\mathbb{N}_{1..\|str\|}, str_k=\text{"f"} \vee str_k=\text{"g"}\}=\{6, 8, 13, 14, 21, 25, 28\}$

$\{k \mid k\in\mathbb{N}_{1..\|str\|}, str_k=\text{"f"} \vee str_k=\text{"g"}\}_3=\{6, 8, 13\}$

●最も大きな真価を発揮するのは、集合から条件を指定して、複数のデータを検索するときです。

a={12,45,78,90,4,2,12,52,78,90,102,45,76,2,1,0,33,85,67,34,21,60,24}

$\{a_k \mid k\in\mathbb{N}_{1..\|a\|}, a_k>25 \wedge a_k<60\}_5=\{45, 52, 45, 33, 34\}$

数学の内包的集合定義と異なる点は、生成するデータの個数を限定することができることです。添字の形で個数（上記の場合は5）を指定します。

$\{\{a_k,k\} \mid k\in\mathbb{N}_{1..\|a\|}, a_k>25 \wedge a_k<60\}_3=\{\{45, 2\}, \{52, 8\}, \{45, 12\}\}$

$\{k \mid k\in\mathbb{N}_{1..\|a\|}, \mathrm{mod}(a_k,5)=3\}=\{3, 9, 17\}$

●内包的集合定義のネストもできます。

$\left\{k+1 \mid k\in\left\{l^2 \mid l\in\mathbb{N}_{1..3}\right\}\right\}=\{2, 5, 10\}$

●内包的集合定義の処理の実行中に、ある条件が発生すると、そこで処理を終了することもできます。 セミコロン；節で終了条件を記述します（カルキング独自形式）。

$M=\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 \\ 10 & 3 & 6 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 8 \\ 2 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 代入定義

$\{\{x,x\} \mid x\in\mathbb{N}_{1..4}, M_{x,x}\neq 0; M_{x,x}=0\}=\{\{1, 1\}, \{2, 2\}\}$

●条件を満たすデータが見つからないときは、{?}（空データ）を返します。

$\{a_k \mid k\in\mathbb{N}_{1..\|a\|}, a_k>150\}=\{?\}$

条件を満たすデータが見つからないときに決まった値を返すように指定できます。
コロン：節を使って指定します（カルキング独自形式）。

$\{a_k : \text{"over"} \mid k\in\mathbb{N}_{1..\|a\|}, a_k>150\}=\{\text{"over"}\}$
↑

＜微分積分＞

★微分

☆基本の微分

$$\frac{d}{dx}(x^3+2x^2-3x+6) = 3x^2+4x-3 \qquad \frac{d}{dx}\mathrm{cosec}x = \frac{-\cos x}{\sin^2 x} \qquad \frac{d}{dx}(\ln|x|) = \frac{1}{x}$$

$$(x^5)' = 5.0000x^4 \qquad (\sin x)' = \cos x \qquad (e^x)' = e^x \qquad (5^x)' = 5^x \ln 5$$

（注）logの引数以外での絶対値を含む項、ax^{bx+c}，階乗などの項を含む項は微分できません。

☆n次導関数

$$\frac{d^2}{dx^2}x^5 = 20x^3 \qquad \frac{d^3}{dx^3}\sin x = -\cos x \qquad (x^5)'' = 20x^3$$

☆関数定義されている式の微分

$f(x) = \sin^2 x$　　$y = \log_a x$　　（関数定義）

$$f'(x) = 2\cos x \sin x \qquad \frac{d}{dx}f(x) = 2\cos x \sin x \qquad y' = \frac{1}{x\ln a} \qquad \frac{d}{dt}f(t) = 2\cos t \sin t$$

★偏微分

$g(u,v) = \frac{1}{2}\ln(u^2+v^2)$
（関数定義）

$$\frac{\partial^2 g}{\partial u^2} = \frac{-u^2+v^2}{u^4+2u^2v^2+v^4} \qquad \frac{\partial^2 g}{\partial v^2} = \frac{u^2-v^2}{u^4+2u^2v^2+v^4}$$

★定積分

☆基本の定積分

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos x+\sin 2x)dx = 2 \qquad \int_0^3 x\sqrt{4-x}\,dx = 6.2667 \qquad \int_0^1 (e^y-1)dy = 0.71828$$

$$\int_0^\infty xe^{-5x}dx = 0.04 \qquad \int_0^1 \tan(x+5i)dx = 0.000064291 + 0.99996i$$

上下限に∞が使えます　　　　被積分関数が複素数でも積分できます

☆多重積分

$$\int_0^1\int_0^1 xy\,dx\,dy = 0.25 \qquad \int_0^5 \frac{1}{5}\left(\int_0^x y\,dy\right)dx = 4.1667$$

積分範囲に変数が
使われている場合

★不定積分

$$\int \frac{1}{1+\cos x}dx = \frac{\sin x}{\cos x+1} \qquad \int \frac{7}{3x^2+2x+5}dx = \frac{21}{3\sqrt{14}}\tan^{-1}\frac{3x+1}{\sqrt{14}} \qquad \int e^{ax}dx = \frac{1}{a}e^{ax}$$

★極限計算

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2}{x^2-1} = 3 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x} = 1 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{x}{1-e^{3x}} = -\frac{1}{3} \qquad \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1\right) = 2$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sinh x} = 1 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{2x}{\ln(1-3x)} = -\frac{2}{3} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin(x+n)-\sin x}{n} = \frac{\sin n}{n}$$

＜微分方程式を解く＞

(1) 微分方程式を式番号付きで作成します。　**式番号は必ず、カルキングの式番号機能で入力してください。**

$$\frac{d}{dx}y_1=-y_2 \qquad (1)$$

$$\frac{d}{dx}y_2=y_1-\frac{1}{x}y_2 \qquad (2)$$

$$\frac{d}{dx}y_3=y_2-\frac{2}{x}y_3 \qquad (3)$$

$$\frac{d}{dx}y_4=y_3-\frac{3}{x}y_4 \qquad (4)$$

注　この連立微分方程式は、Bessel関数を表現しています。
通常は2回の微分方程式で表されます。

(2) 入力メニューの「表／行列」のカスケードメニューの「微分方程式の諸元表」を実行 してください。
このダイアログでは、表の名前、従属変数の個数、解法の種別チェック等を入力します。

independent var		initial value		final value	
step num		output num		equation num	
dependent var					
initial value1					
expression id					

この表に必要なデータを埋めます。

微分方程式で使われる表
分かり易いユーザーインターフェイス

BESSEL1

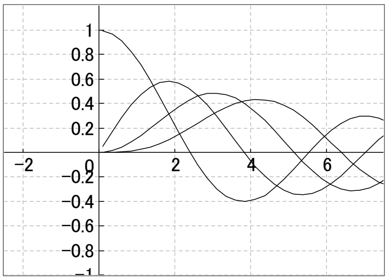
independent var	x	initial value	0.1	final value	50
step num	500	output num	200	equation num	4
dependent var	y_1	y_2	y_3	y_4	
initial value1	0.99750156	0.0499375260	0.0012489587	0.000020820316	
expression id	(1)	(2)	(3)	(4)	

一般に初期値の設定は少し面倒です。初期値が不適切であれば、解は求まりません。
xの初期値は0.1にします。0ではこの方程式の表現では発散します。ここでy_1,y_2等は、便宜上、Bessel関数を使って求めておきます。
ステップ数は、計算アルゴリズムの精度に関連します。出力データ数はステップ数を超えない値です。
式番号は必ず、カルキングの式番号機能で入力してください。

(3) この表を選択して実行メニューの方程式の「微分方程式」を実行します。

ダイアログの「グラフ化」と「従属変数に代入」をチェックします。
これでグラフ表示が出ます。

微分方程式の解のグラフ表示



ここで同時にデータも表示できます。従属変数のそれぞれの右肩に文字修飾で{0}を付けた変数を配列に見立てて、そこにデータがセットされています。
データの値を表示するときは、プロパティの書式の「ページ境界で折り返し」を指定してください。
有効桁数にも注意してください。以下にそれぞれの値の一部を表示します。

微分方程式の解のデータ表示

$y_1^{\{0\}}$={0.9975, 0.9695, 0.9116, 0.8265, 0.7182, 0.5917, 0.4528, 0.3078, 0.1632, 0.0252,−0.1003, −0.2083, −0.2948, −0.3568, −0.3928, −0.4026, −0.3874, −0.3496, −0.2926,−0.2209,.......}

$y_2^{\{0\}}$={0.0499, 0.1727, 0.2874, 0.3886, 0.4718, 0.5332, 0.5703, 0.5818, 0.5677, 0.5291,0.4687, 0.3900, 0.2974, 0.1960, 0.0911, −0.0119, −0.1076, −0.1916, −0.2598, −0.3093,−0.338,.......}

$y_3^{\{0\}}$={0.0012, 0.0152, 0.0439, 0.0854, 0.1372, 0.1960, 0.2581, 0.3194, 0.3759, 0.4238,0.4599, 0.4812, 0.4861, 0.4734, 0.4432, 0.3964, 0.3350, 0.2618, 0.1800, 0.0937,0.0070, −0.075,.......}

$y_4^{\{0\}}$={ 0, 0.0009, 0.0044, 0.0123, 0.0259, 0.0460, 0.0731, 0.1068, 0.1463, 0.1902, 0.2367, 0.2835, 0.3280, 0.3677, 0.3999, 0.4225, 0.4336, 0.4316, 0.4159, 0.3863, 0.3437, 0.2893, 0.225,.........}

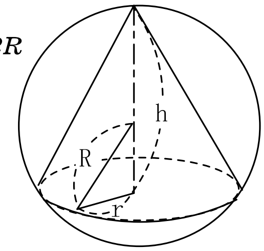
＜ActiveX(OLE)機能＞

他のアプリケーションとの双方向やりとり可能

★コンテナ機能（他のアプリケーションからカルキングへ）

例題1　Ｒを定数とするとき、半径Ｒの球に内接する直円錐の体積の最大値を求めよ。また、そのときの、高さを求めよ。

↑ワードアート



↑
カルキングで作成

解説　直円錐の底面の半径をr、高さをh、体積をVとすると　$0<h<2R$

$r^2+(h-R)^2=R^2$　　であるから、　$r^2=R^2-(h-R)^2=h(2R-h)$

よって　　$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi h^2(2R-h)=\frac{2}{3}Rh^2\pi-\frac{1}{3}h^3\pi$

$$\frac{dV}{dh}=\frac{d}{dh}\left(\frac{2}{3}Rh^2\pi-\frac{1}{3}h^3\pi\right)=\frac{4}{3}Rh\pi-h^2\pi=\frac{1}{3}\pi h(4R-3h)$$

★サーバー機能（カルキングから他のアプリケーションへ）

Ms-Word（ワードパッド）への貼り付け例

二次方程式　　　ワード

a, b, cは定数、$a\neq 0$　として、

$$ax^2+bx+c=0$$

の形であらわされる方程式を、xについての二次方程式という。　　　カルキング

方程式を満たす変数の値を、その方程式の解または根といい、
解をすべて求めることを、その方程式を解くという。
二次方程式の係数は実数を表すものとする。

● **因数分解による解き方**

左辺の二次式が因数分解できれば、解を求めることができる。

$\boxed{\text{例題}}$　　　ワード

次の方程式を解け。

$$2x^2-x-15=0$$

［解］左辺を因数分解して

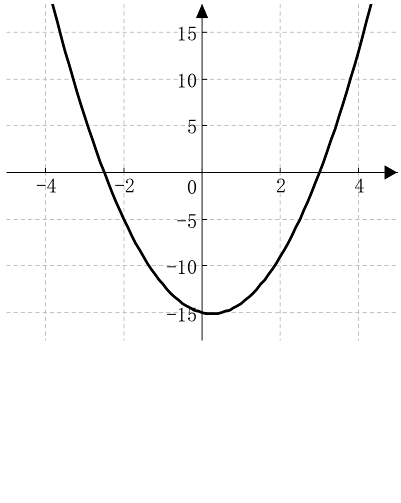
$$(x-3)(2x+5)=0$$

ゆえに　$x-3=0$

または　$2x+5=0$

したがって求める解は

$$x=3,-2.5$$



カルキング

＜ユーザーパレット＞

ユーザーパレット上でクリックするだけで、カーソルの置かれている場所に、クリックした文字などが入力されます。
作成するドキュメントに応じて、様々なユーザ定義パレットをいくつも作成できるため、非常に便利です。
しかも、ただの数学記号や文字だけではなく、数式そのものも定義できます。
これで、数式などを含んだ複雑なドキュメント作成も、あっという間です。

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij}u_j=f_i(t,x) \qquad (i=1,\cdots,k)$$

ただし $a_{ij}=\sum_{|\mu|+\nu\le m_j}^{k} a_{ij}^{(\mu),\nu}(t,x)\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^{\mu_1}\cdots\left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^{\mu_n}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^{\nu}$,

$x=(x_1,...,x_n)$ $\quad \mu=(\mu_1,...,\mu_n)$ $\quad |\mu|=\mu_1+...+\mu_n$

カスタマイズしたユーザ定義パレット

$\frac{\partial}{\partial x_1}$	$\frac{\partial}{\partial x_n}$	$\frac{\partial}{\partial t}$
$a_{i,j}$	$\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^{\mu_1}$	μ_1

単位計算

$12_{cm}+45_{m}+0.26_{km}=305.12_{m}$

$25_{g}+68_{mg}+0.854_{kg}=879{,}68_{mg}$

カスタマイズしたユーザ定義パレット

Unit_Suffix

cm	m	km
g	mg	kg
A	mA	kA

標準ユーザーパレット1

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
k	ℓ	m	n	o	p	q	r	s	t
u	v	w	x	y	z				

標準ユーザーパレット2

a_1	b_1	c_1	d_1	e_1	f_1	g_1	h_1	i_1	j_1
k_1	ℓ_1	m_1	n_1	o_1	p_1	q_1	r_1	s_1	t_1
u_1	v_1	w_1	x_1	y_1	z_1				

三角関数

sin(A±B)=sinAcosB±cosAsinB

cos(A±B)=cosAcosB∓sinAsinB

$\tan(A+B)=\frac{\tan A\pm\tan B}{1\mp\tan A\tan B}$

標準ユーザーパレット

sin(A±B)=sinAcosB±cosAsinB
cos(A±B)=cosAcosB∓sinAsinB
$\tan(A+B)=\frac{\tan A\pm\tan B}{1\mp\tan A\tan B}$

標準ユーザーパレット3

a^1	b^1	c^1	d^1	e^1	f^1	g^1	h^1	i^1	j^1
k^1	ℓ^1	m^1	n^1	o^1	p^1	q^1	r^1	s^1	t^1
u^1	v^1	w^1	x^1	y^1	z^1				

科学反応式

$C+O_2 \rightarrow CO_2$

$2H_2O \rightarrow 2H_2+O_2$

$CH_4+2O_2 \rightarrow CO_2+2H_2O$

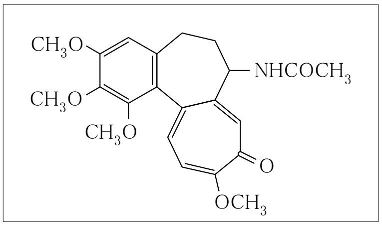
$C_2H_2+\frac{5}{2}O_2 \rightarrow 2CO_2+H_2O$

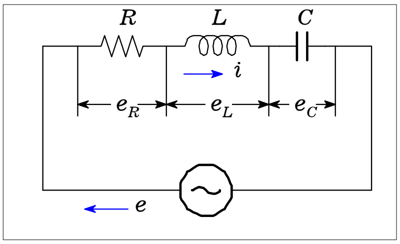
カスタマイズしたユーザ定義パレット

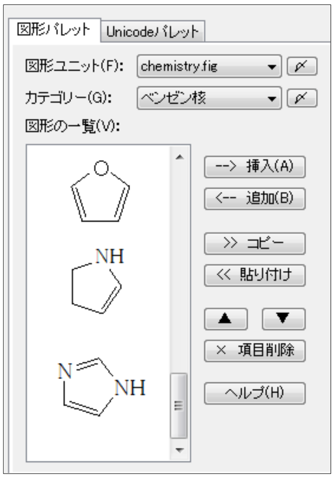
H_2	O_2	H_2O	CH_3
CO	CO_2	NH_2	CH_4
C_2H_2	CH_{OH}		

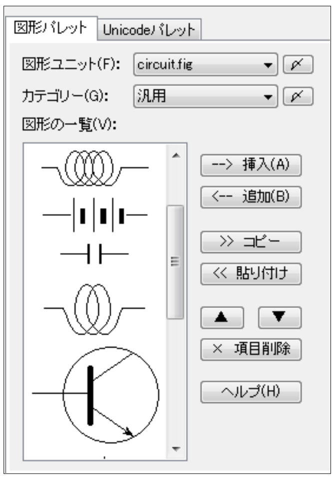
▸ 作図部品パレット

作図機能で描画された図を、図形パレットに登録・挿入できます。
作図時の効率も大幅に向上します。









＜関数グラフ基本＞

★2Dグラフの概要

◎ノーマル型、媒介変数型、陰関数型、データ型があります。
◎グラフウィンドウ上に作成し、必要に応じてカルキングドキュメントに貼り付けられます。
◎貼り付けたグラフは、再編集できます。
◎編集機能（拡大、縮小等）の充実により、様々な表現が可能です。
◎しおり機能により、構図の一時保存ができます。
◎1つのグラフウィンドウに最大100個迄のグラフを描くことができます。
同時作成、各グラフごとの設定（色、線の太さ等）、ノーマル型、媒介変数型、データ型の混在が可能です。

★複数グラフの同時作成

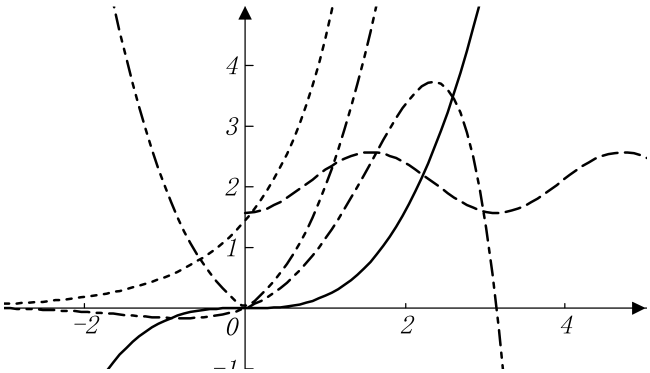
$a(x)=0.2x^3$

$b(x)=\sin^2x+\cos^{-1}\dfrac{\sqrt{x}}{5612348}$

$c(x)=\int_0^x e^t dt+e^{e^{x-1}}$

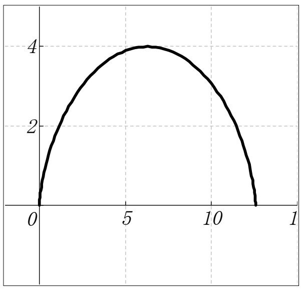
$d(x)=\dfrac{1}{2}e^x\sin x$

$y=|x|+|x|^{\sqrt{6}}$



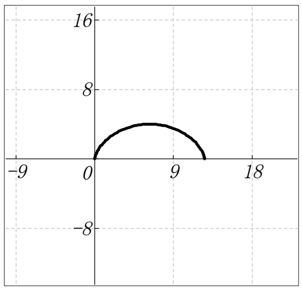
★グラフの編集

$x(t)=2(t-\sin t)$
$y(t)=2(1-\cos t)$ （媒介変数型）



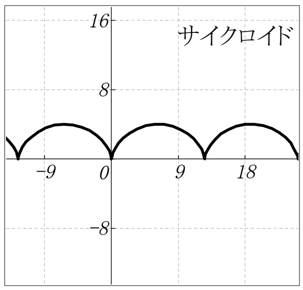
［媒介変数型］コマンドで
作成（デフォルト値）

⇒



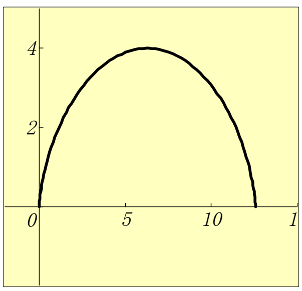
・縮小
・等方性目盛指定

⇒

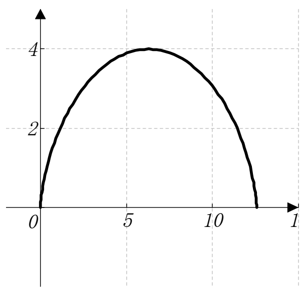


・パラメータの範囲変更
・文字（コメント）の挿入

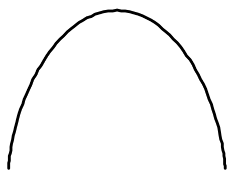
★グラフの表示方法



グリッドの表示なしで
背景色を変える



グラフの枠表示なし



グラフのみを表示

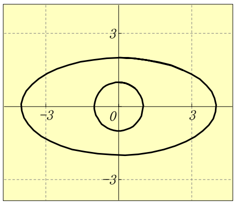
＜関数グラフ２Ｄ＞

★円・だ円

パラメータ型

$x_1(t)=\sin t \quad x_2(t)=4\sin t$

$y_1(t)=\cos t \quad y_2(t)=2\cos t$

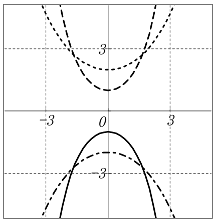


カテナリー(懸垂線)

ノーマル型

$f_1(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x}) \quad f_2(x)=-\frac{1}{2}(e^{-x}+e^x)$

$f_3(x)=\frac{2}{2}(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}) \quad f_4(x)=-\frac{2}{2}(e^{-\frac{x}{2}}+e^{\frac{x}{2}})$

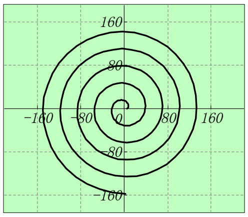


伸開線（インボリュート）

パラメータ型

$x(\theta)=5(\cos\theta+\theta\sin\theta)$

$y(\theta)=5(\sin\theta-\theta\cos\theta)$



サイクロイド

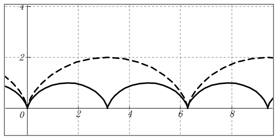
パラメータ型

$x_1(\theta)=\frac{1}{2}(\theta-\sin\theta)$

$y_1(\theta)=\frac{1}{2}(1-\cos\theta)$

$x_2(\theta)=\theta-\sin\theta$

$y_2(\theta)=1-\cos\theta$



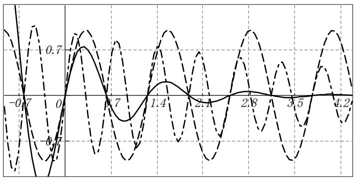
減衰振動曲線

ノーマル型

$y=e^{-x}\sin 5x$

$y=e^{-0.001x}\sin 5x$

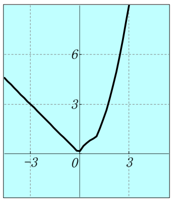
$y=e^{-0.2x}\sin 10x$



★条件式のグラフ

ノーマル型

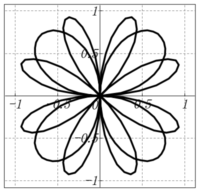
$$f(x)=\begin{cases} |x| & (x<0) \\ \sqrt{x} & (0\leqq x<1) \\ x^2 & (1\leqq x) \end{cases}$$



パラメータ型

$$x(\theta)=\begin{cases} \sin 2\theta\cos\theta & (0<\theta<2\pi) \\ \sin 4\theta\cos\theta & (2\pi\leqq\theta<4\pi) \end{cases}$$

$$y(\theta)=\begin{cases} \sin 2\theta\sin\theta & (0<\theta<2\pi) \\ \sin 4\theta\sin\theta & (2\pi\leqq\theta<4\pi) \end{cases}$$



★グラフの回転

変換式　$a(t)=x\cos t-y\sin t$

$b(t)=x\sin t+y\cos t$

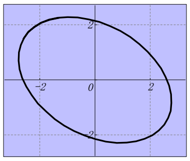
$t=\frac{\pi}{3}$

楕円　$x(\theta)=2\sin\theta$

$y(\theta)=3\cos\theta$

$a(t)=2\sin t\cos\frac{\pi}{3}-3\cos t\sin\frac{\pi}{3}$

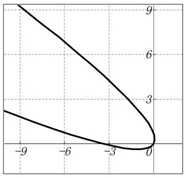
$b(t)=2\sin t\sin\frac{\pi}{3}+3\cos t\cos\frac{\pi}{3}$



放物線　$y=x^2$

$a(t)=t\cos\frac{\pi}{3}-t^2\sin\frac{\pi}{3}$

$b(t)=t\sin\frac{\pi}{3}+t^2\cos\frac{\pi}{3}$



★極座標形式のグラフ

媒介変数型グラフへ変更する

$x(\theta)=5(\cos\theta+\theta\sin\theta)$

$y(\theta)=5(\sin\theta-\theta\cos\theta)$

$r=f(\theta) \quad \rightarrow \quad x(\theta)=f(\theta)\cos\theta$

$y(\theta)=f(\theta)\sin\theta$

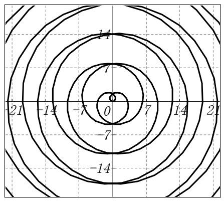
$r=a\theta \quad \rightarrow \quad x(\theta)=a\theta\cos\theta$

$y(\theta)=a\theta\sin\theta$

代数らせん（アルキメデスのらせん）

$x(\theta)=\theta\cos\theta$

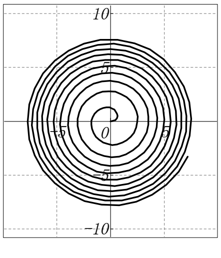
$y(\theta)=\theta\sin\theta$



放物らせん

$x(\theta)=\sqrt{\theta}\cos\theta$

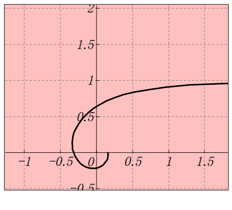
$y(\theta)=\sqrt{\theta}\sin\theta$



逆らせん

$x(\theta)=\frac{\cos\theta}{\theta}$

$y(\theta)=\frac{\sin\theta}{\theta}$



◎グラフの応用

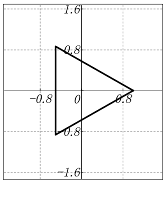
多角形を描く（円の応用）

三角形　$x(\theta)=\cos\theta$

$y(\theta)=\sin\theta$

$(0\leqq\theta\leqq 2\pi)$

分割数　3

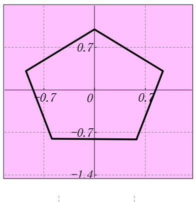


五角形　$x(\theta)=\cos(\theta-54°)$

$y(\theta)=\sin(\theta-54°)$

$(0\leqq\theta\leqq 2\pi)$

分割数　5



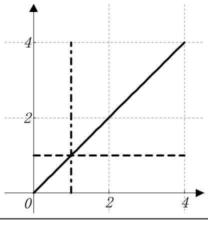
直線を描く

$f(x)=\{1 \quad 0\leqq x<4$

$x(t)=1$

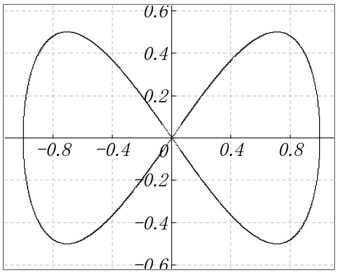
$y(t)=\{t \quad 0\leqq t<4$

$g(x)=\{x \quad 0\leqq x<4$

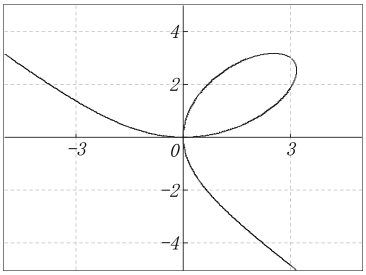


＜2次元陰関数グラフの例＞

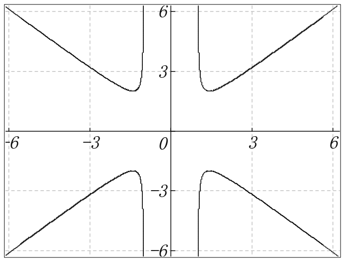
$y^2=x^2(1-x^2)$



$x^3+y^3=6xy$

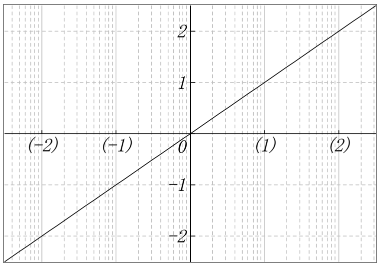


$y^2(x^2-1)=x^4$

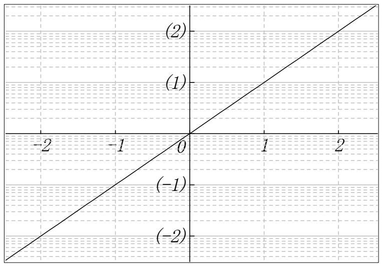


＜2次元対数グラフの例＞

y=logx
（X軸：常用対数スケール使用）

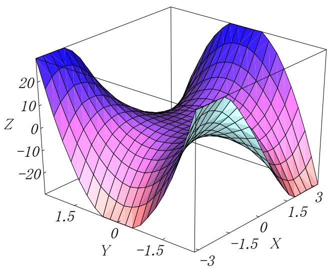


$y=e^x$
（Y軸：自然対数スケール使用）

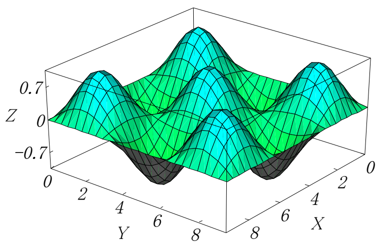


＜3次元関数グラフの例＞

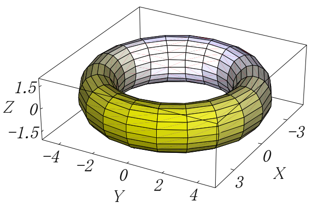
$f(x,y)=x^3-3xy^2$



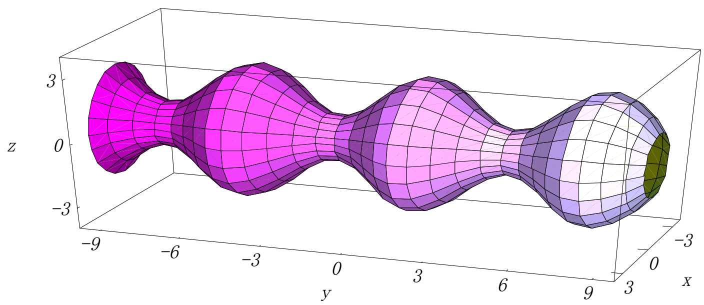
$f(x,y)=\sin x \sin y$



$x(t,u)=\cos t\times(4+\cos u)$
$y(t,u)=\sin t\times(4+\cos u)$
$z(u)=1.5\sin u$
$(0<t<2\pi,\ 0<u<2\pi)$



$x(u,v)=(2+\sin u)\cos v$
$y(u,v)=u$
$z(u,v)=(2+\sin u)\sin v$
$(-10<u<10,\ 0<v<2\pi)$



シーケンス型関数グラフ

シーケンス型グラフは、複数の関数グラフを時系列的に表示します。

従って複数個のパラメータデータが必要になります。パラメータデータは1組のみです。

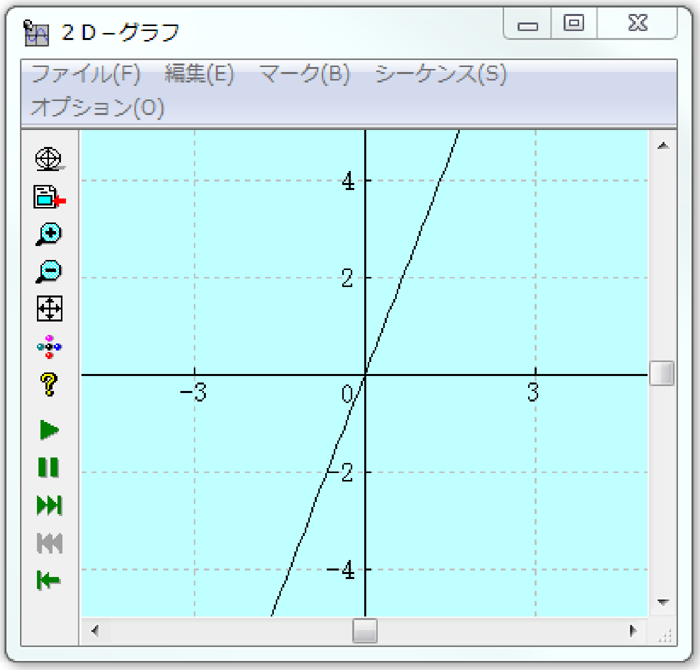
例1 ノーマル型

$a=\{3, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9, 4\}$ 代入定義

$y=ax$

選択して「実行」－「2D-グラフ」-「ノーマル型」でダイアログ画面が表示されますので、OKボタンを押します。

右のグラフウインドウが表示されます。
実行ボタンを押すと直線が変化します。



実行ボタン
停止ボタン
コマ送り
コマ戻し
リセット

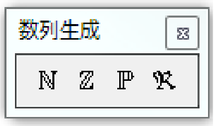
例2 ノーマル型

$y=ax^2$

同じように実行してみてください。放物線の丸みが変化します。

カルキングのシーケンス型では100個のデータまで表示できます。

規則的データの作り方は数列生成ボタンを利用すると便利です。



例3 ノーマル型

$b=\frac{1}{100}\mathbb{N}_{0..99}$ 代入定義

$y=bx$

この関数グラフはよりきめ細かな動きになります。

例4　ノーマル型

$c=\frac{1}{20}\mathbb{N}_{20..40}$　　代入定義

$y=e^{cx}$

例5　パラメータ型

$x(t)=c\sin t$

$y(t)=c\cos t$

二つの式を選択して「実行」－「2D-グラフ」-「パラメータ型」

円が拡大します。

例6　sin曲線

$A=1$　　代入定義

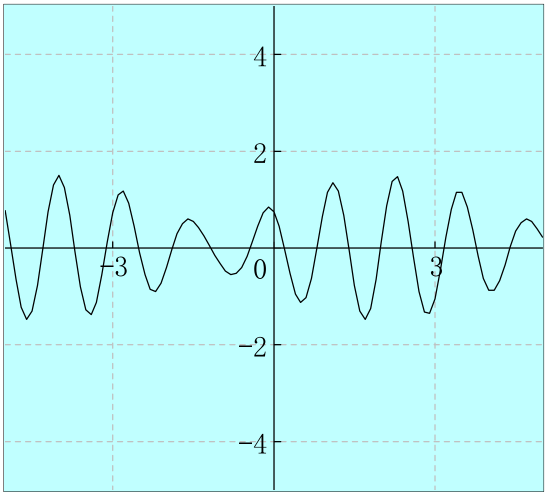
$k=5$　　代入定義

$\omega=10$　　代入定義

$t=\frac{1}{100}\mathbb{N}_{0..99}$　　代入定義

$$y=A\cdot\sin(kx-\omega t)+\frac{1}{2}A\cdot\cos((k+1)x-2\omega t)$$

この例はより複雑な進行波になります。



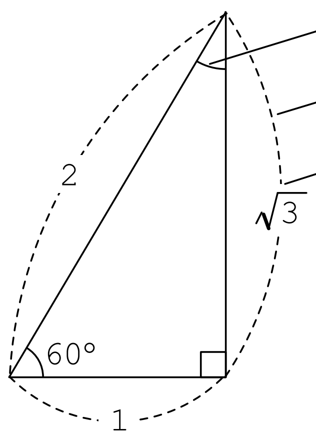
パラメータデータは、いろいろな作り方があります。
数列生成ツールバーの $\mathfrak{R}$ の利用も便利です。

$d=\mathfrak{R}_{k=0}^{10}\left(4+\frac{1}{10}k\right)$　　代入定義

$d=\{4, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 5\}$　　計算

＜作図機能＞

（ドロー系の作図機能 ）

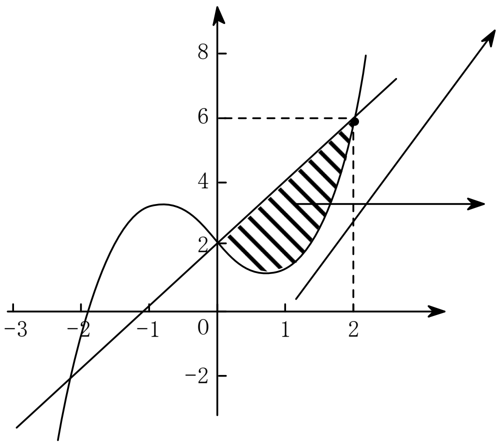


中心を指定する方法で円弧を作成します。

両端を指定する方法で円弧を作成します。

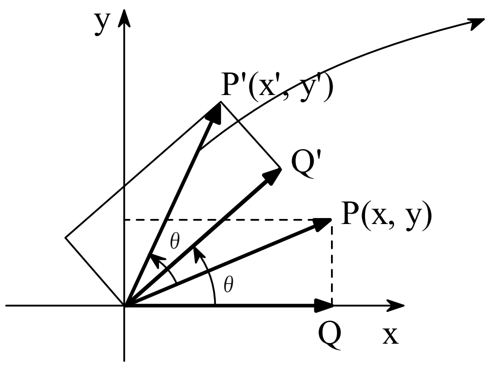
テキストの背景部分は、枠線のない長方形を作成して
円弧の一部を削除しています。

- ●直線・曲線・多角形等の基本機能
- ●正多角形・円弧・扇型
- ●各頂点への自動スナップ・自由領域への網掛け
- ●多様な矢印機能（大きさ、向き等）
- ●作図モードのもとで文字、数式、関数グラフとの重ね書き使用



各軸の目盛りは点ツールの目盛りスタイルを
使用しています。
目盛りの幅は「編集」－「位置合わせ」コマンドで
均等化しています。

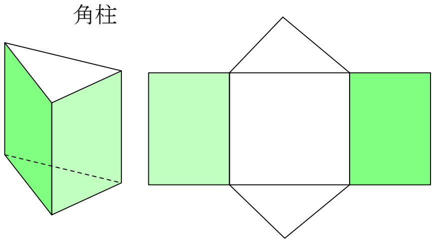
領域の網掛け部分は、連続直線ツールを使用
しています。領域の内側をクリックしながら
トレースして、最後に閉じた図形にします。
仕上げに枠線を「なし」にして黒で塗り潰して、
網掛けのスタイルを指定します。



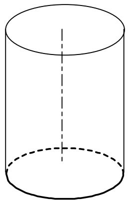
PからP’へのベクトルの回転は、
まずカット＆コピーでコピーを作成し、
ドラッグして同じ位置に移動します。
次に回転軸を原点に移動して、適当に回転
します。
他のベクトルや補助線の回転も同様です。

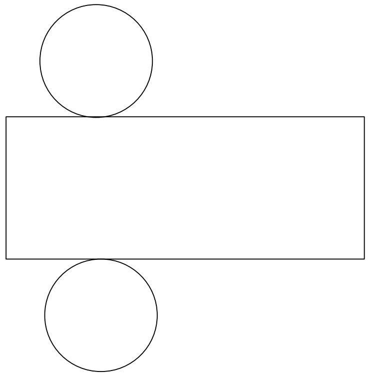
いろいろな立体の作図(見取り図と展開図)

角柱



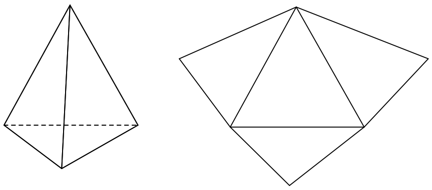
円柱



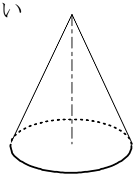


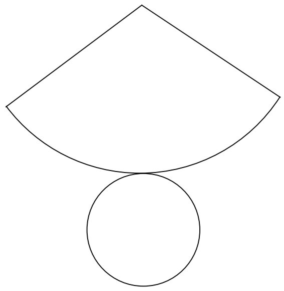
底面はグラフで点線の半円と
実線の半円を作成し、
グラフのみをグラフの大きさを
適当にかえて貼り付ける。

三角すい



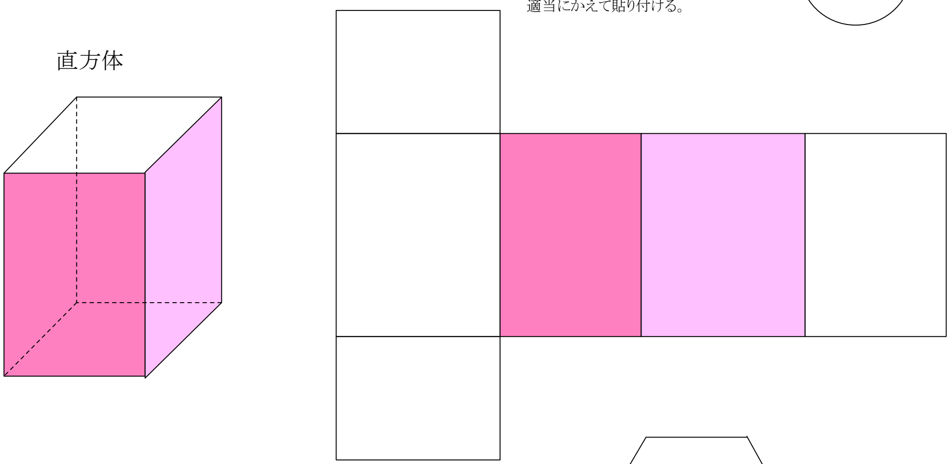
円すい



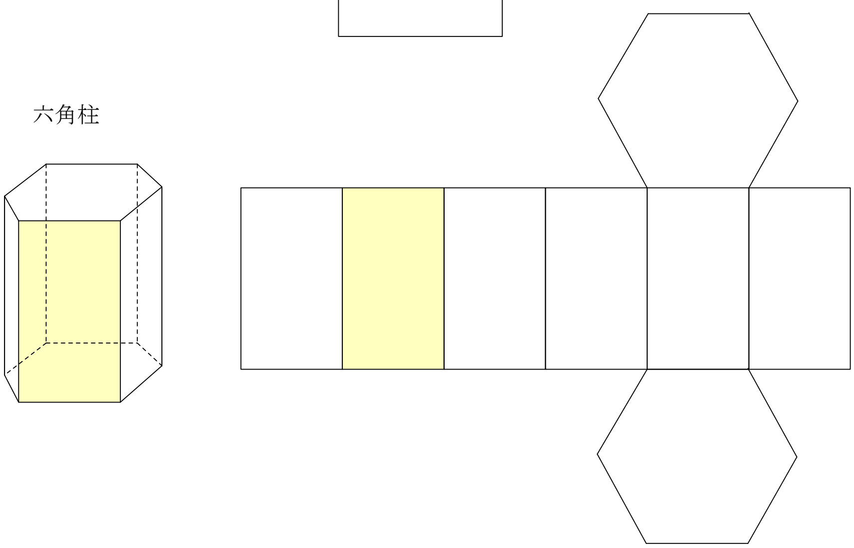


底面はグラフで点線の半円と
実線の半円を作成し、
グラフのみをグラフの大きさを
適当にかえて貼り付ける。

直方体

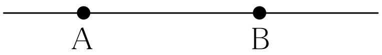


六角柱

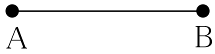


カルキング平面図形

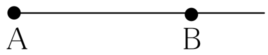
直線AB



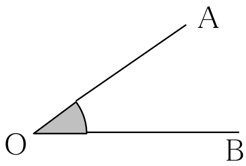
線分AB



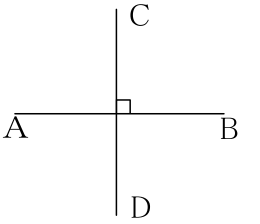
半直線AB



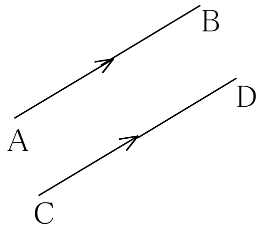
角　∠AOB



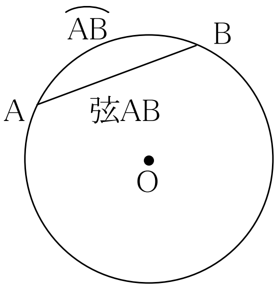
垂直　AB⊥CD

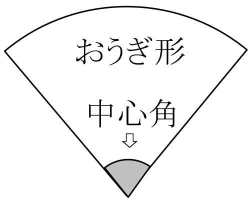


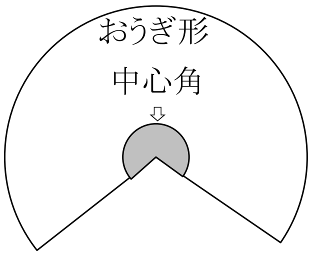
平行　AB // CD



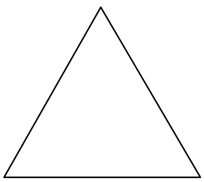
円O



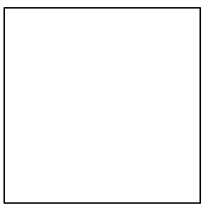




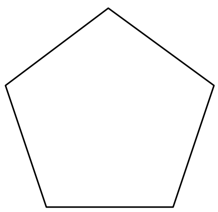
正多角形



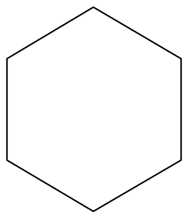
正三角形



正方形

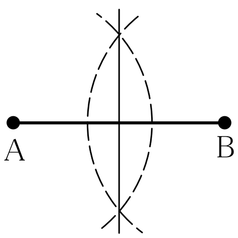


正五角形

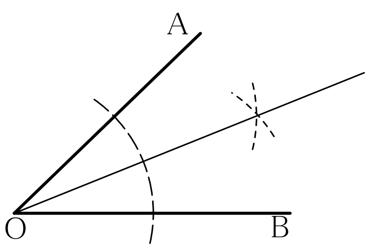


正六角形

線分ABの垂直2等分線



∠AOBの2等分線



直線、線分の作り方

●直線ツールで$\boxed{\text{Shift}}$をおしながら直線を引きます。

●点ツールで点を作り、作図オプションの点の種類で半径:4を選び、内部の色を黒にします。

角の作り方

●角は円弧ツールで作図オプションの円弧の種類を扇形にして作成し、
内部の色を灰色にします 。

垂直の作り方

●垂直を表す四角は長方形ツールで、$\boxed{\text{Shift}}$をおしながらマウスをドラッグして、
正方形を作ります。作成してから適当な位置に移動します。
移動は矢印キーを使ってドット単位で行えます。

平行の作り方

●まず直線を作って、作図オプションで矢印の種類で終点に付けるを選び、
矢印のプロパティで矢印の形を適当な形にします。
これをコピーして、2本の矢印つき直線にします。
次に元の直線を矢印のある側にコピーしてつながった位置になるところまで移動します。
この直線には矢印はつけません。これで、直線の真中に矢印があるように作れます。

⫽　記号はSimplex　Martiniにあります。または // をイタリックにします。⫽

円弧記号の入力

●$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$の入力は「入力」－「文字修飾」－「円弧」を使います。

扇形の作り方

●おうぎ形は円弧ツールで作図オプションの円弧の種類を扇形にして大小2個作成し、
小さいほうの内部の色を灰色にします。

垂直2等分線、角の2等分線の補助線の作り方

● 垂直2等分線、角の2等分線の補助線は円弧ツールで作成し
線のスタイルを点線にします。

作図とテキストの関係

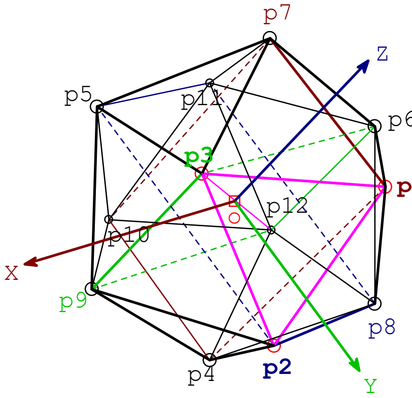
作図機能で作成した図と、ふつうに入力した式や文字は別々のものです。
片方を移動しても、もう片方はそのままですが、空白の削除、挿入は、図と式が
位置関係を保って移動できます。

サッカーボール　　　　　3Dグラフデータ型「X−Y−Z軸」

白い正六角形の中に、黒い正五角形をちりばめた、サッカーボールの形状は、正二十面体を完成したとろから始めます。

正二十面体は、下図のような構成で、p1-p7の長さを、$L_{1,7}$のように表すことにすると、次のような関係でした。　$L_{1,7}=L_{2,8}=L_{3,9}=2c$　　$L_{1,4}=L_{2,5}=L_{3,6}=2d$　　c, d は定数。

正多面体ですから、原点 o から、全ての頂点 $p_{1\sim20}$ までの距離は一定です。互いに隣接する頂点同士の間の距離も一定です。



Sheet1

p	x	y	z
p1	0	c	d
p2	c	d	0
p3	d	0	c
p4	0	c	-d
p5	c	-d	0
p6	-d	0	c
p7	0	-c	d
p8	-c	d	0
p9	d	0	-c
p10	0	-c	-d
p11	-c	-d	0
p12	-d	0	-c

頂点間の距離の関係は、

$d=1$　とすれば、　$c=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　でした。

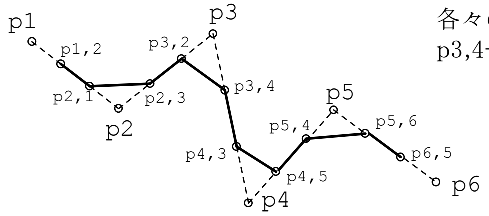
サッカーボールは、辺の長さが同じ正六角形 20枚と、正五角形 12枚から構成されています。黒い正五角形から見れば、周りは全部正六角形で囲まれていますが、正六角形から見れば、周りは、五角形と六角形が交互に敷き詰められています。

正二十面体は、全ての面が、正三角形で、どの頂点を見ても、正三角形が 5枚ずつ集まっています。頂点付近の部分を、平面で切り落とすと、切り口は五角形になります。全ての頂点に対して、同じように切り落としていくと、結果は、サッカーボールに類似のものになります。

正二十面体の全ての稜線を 3等分して、上記の切り口が、その等分点を通るように切断すると、切断面が正五角形に、正三角形だった部分は頂点部分が切り取られて正六角形になります。その結果が、サッカーボールです。

元のなる正二十面体の座標データは、既にあります。次ページの Sheet2 です。全座標点は、順番にたどっていけば、正二十面体が形成されます。

サッカーボールを作るには、正二十面体の各座標点で、次の図のp1-p2-p3-p4- のように追う場合に、



各々の、座標点間を 3分割した点を p1,2-p2,1-p2,3-p3,2-p3,4-p4,3-p4,5- のように追跡します。

(注) Sheet3 は、小さな文字にしても 1ページに収めるのは無理なので、印刷できない右ページにおいてあります。印刷データとして欲しいときは、印刷ページへ移動させてください。

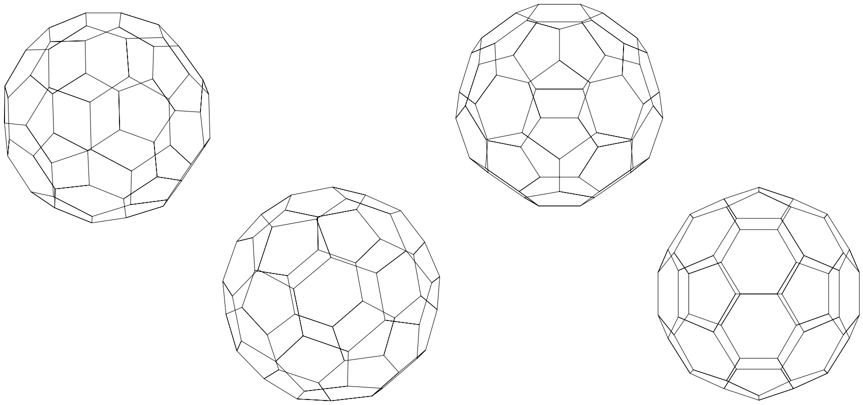
一筆書きに使う頂点を、表 Sheet3 の p 欄へ、順番を間違えないように、抜け落ちがないように、並べます。各点の、x-y-z 座標は、p1,2の場合には、p1*2+p2、p4,3 なら、p3+p4*2 となるように入れて、表を完成させます(計算上、全て 3で割り付けるべきだが、ここでは手抜き)。

実際には、それだけでは不足する線が発生するため、印刷した正二十面体のグラフの中へ、手作業で、実際に線を引きながら、かなりの量の不足データを追加挿入して表を仕上げました。この作業は、極めて間違いやすい作業です。(c は、代入定義が生きている。) 表が正しいかどうか? は、グラフが期待通り書けたかどうかで決めました。勿論、表も、グラフも、完成しています。

グラフを描くためには、表の項目行(1行目)と、頂点名列(1列目)以外の部分を、ドラッグして、選択状態にします。実行　3D-グラフ データ型[X-Y-Z軸]　と指示すると、グラフが作れます。大半の作業は、3Dのリニアタイプと同様です。

Sheet2

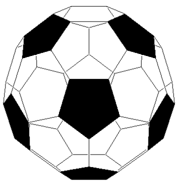
p	x	y	z
p1	0	c	1
p2	c	1	0
p3	1	0	c
p1	0	c	1
p8	-c	1	0
p6	-1	0	c
p1	0	c	1
p7	0	-c	1
p6	-1	0	c
p11	-c	-1	0
p12	-1	0	-c
p6	-1	0	c
p8	-c	1	0
p2	c	1	0
p4	0	c	-1
p8	-c	1	0
p12	-1	0	-c
p4	0	c	-1
p12	-1	0	-c
p10	0	-c	-1
p4	0	c	-1
p9	1	0	-c
p10	0	-c	-1
p9	1	0	-c
p2	c	1	0
p3	1	0	c
p9	1	0	-c
p5	c	-1	0
p3	1	0	c
p7	0	-c	1
p5	c	-1	0
p7	0	-c	1
p11	-c	-1	0
p5	c	-1	0
p10	0	-c	-1
p11	-c	-1	0



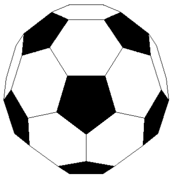
以上のように、一度データが完成すると、グラフを好きなように回転させて、気に入ったものをビットマップで、コピーします。Windows のペイントへ貼り付け、色入れします。

このグラフが、ワイヤフレームスタイルであるため、裏面(視点から見て遠い部分)が、見る人にとって煩わしいものです。ペイントで色入れする際には、裏面サイドの稜線を全部消去することが必要です。

このサッカーボールなら、中央付近にある正六角形のうち最大のものが、直接見える面で、それに直接接している正五角形を黒で塗りつぶします。図 A は、塗りつぶし完了段階です。ここで不要となった、背面側の稜線を全て、ペイントの消しゴムで消して、図 B で完成です。



→



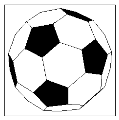


図 C

→

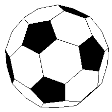


図 D

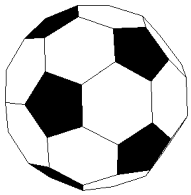
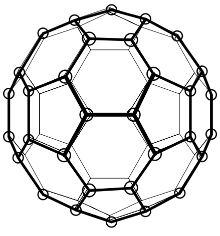


図 A　　　図 B

改めて、全てを選択し、コピーをとります。貼り付け先は、カルキングでも、お手持ちの、ワープロや表計算でもOKです。尚、貼り付け先で、枠付(図 C)は面白くありません。枠の内側を右クリックすると、プロパティで、オブジェクトの属性を修正できます。ここで、輪郭線を｢なし｣に指定すれば、図 D となってOKです。

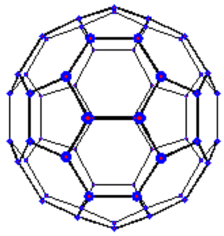
ペイントで処理したビットマップは、かなり重たいものになります。本来小さかったファイルが、ビットマップを乗せたお陰で、大きくなり、メールで送信する際に、驚くほど送信時間が掛かります。印刷時のサイズが小さいものは、ビットマップでコピーする(色入れ前の)サイズを、最初から、小さくしておくことをお勧めします。



左の絵は、フラーレン60 をイメージしたものです。炭素ばかりが 60個集まって、できた分子で、半導体だそうです。炭素原子の存在する格子点は、丁度サッカーボール型の、各頂点に該当します。

元は勿論上記のグラフです。遠近感を与えるためには、オプション　作図モードをON にして、近景のみに点と線を入れました。

右は、ペイントで同様の作業をしたものです。



◆以上は、データグラフと作図の融合例です。

＜交差する円筒の交線の長さ＞

2つの円筒(C_a, C_b)があり、図1のように交差し、b ＞ a とする。
円筒C_aの半径をa, 円筒C_bの半径をbとし、
このとき、C_aがC_bに交差する曲線と長さを表示せよ。

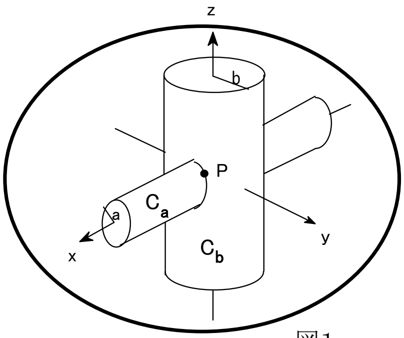


図1

交差する曲線を媒介変数で表すと以下のようになる。

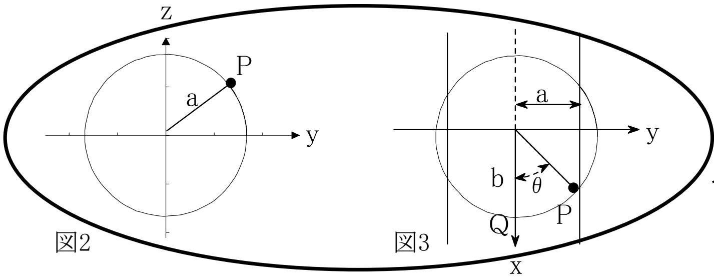


図2　図3

作図機能で作成

境界線の任意の一点の座標を、x, y, zとする。

図2より　$y^2+z^2=a^2$　　パラメータtを用いると　　$y=a\cos t$　　(1)

図3より　$x^2+y^2=b^2$　　(2)　　$z=a\sin t$

式(1)を式(2)に用いると　$x^2=b^2-a^2\cos^2 t$

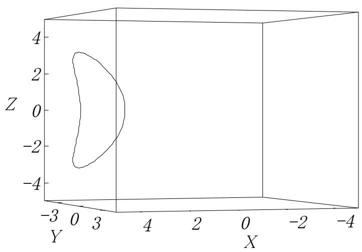
したがって

$x(t)=\sqrt{b^2-a^2\cos^2 t}$

$y(t)= a\cos t$

$z(t)= a\sin t$

3Dグラフは右のようになる



a=3　b=5　のときの長さは以下の式で求められる。

$$\int_0^{2\pi}\sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz(t)}{dt}\right)^2}dt=19.36$$

小数点以下2桁精度指定

代数計算を使った検算

$$\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz(t)}{dt}\right)^2=\frac{a^4\cos^4 t-a^2b^2}{a^2\cos^2 t-b^2}\qquad\sqrt{\frac{a^4\cos^4 t-a^2b^2}{a^2\cos^2 t-b^2}}=|a|\sqrt{\frac{a^2\cos^4 t-b^2}{a^2\cos^2 t-b^2}}$$

a>0なので　$$\int_0^{2\pi}a\sqrt{\frac{a^2\cos^4 t-b^2}{a^2\cos^2 t-b^2}}dt=19.36$$　小数点以下2桁精度指定

a=3cm　　b=5cm　　のとき

$$\int_0^{2\pi}a\sqrt{\frac{-a^2\cos^4 t+b^2}{-a^2\cos^2 t+b^2}}dt=19.3627227123874\text{cm}$$

定積分値の中での
自動単位計算

＜3直線に接するすべての円の導出＞

連立多項式方程式と関数グラフ機能の応用例

一般公式

ax+by+c=0 に接する円の方程式は $(ax_0+by_0+c)^2=(a^2+b^2)r^2$ で与えられる。
ここで中心座標 (x_0, y_0) 半径 r

中心座標を(a,b)半径をrとすると以下の3直線に内接する円の方程式は以下のようになります。

直線の式　$2x-5y=0$
$x+2y-9=0$　　のとき
$4x-y=0$

連立多項式方程式
$(2a-5b)^2=29r^2$
$(a+2b-9)^2=5r^2$
$(4a-b)^2=17r^2$
$r>0$ （条件式も方程式の一部）

方程式の全ての解（４組）

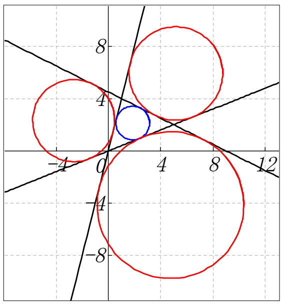
$a_1 = 1.8598$	$a_2 = -2.6561$	$a_3 = 5.1629$	$a_4 = 4.7445$
$b_1 = 2.1306$	$b_2 = 2.3185$	$b_3 = 5.9146$	$b_4 = -4.1415$
$r_1 = 1.2875$	$r_2 = 3.1391$	$r_3 = 3.5742$	$r_4 = 5.6073$

４つの円を表す関数群

$x(t)=r_1\cos(t)+a_1$　　$x(t)=r_2\cos(t)+a_2$
$y(t)=r_1\sin(t)+b_1$　　$y(t)=r_2\sin(t)+b_2$

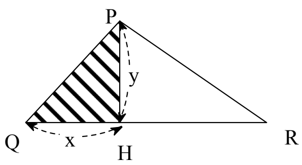
$x(t)=r_3\cos(t)+a_3$　　$x(t)=r_4\cos(t)+a_4$
$y(t)=r_3\sin(t)+b_3$　　$y(t)=r_4\sin(t)+b_4$

３直線とこれに接する円



☆無理方程式

ΔPQRの底辺$\overrightarrow{QR}$の長さを５とする。
Pから底辺$\overrightarrow{QR}$への垂線をPHとする。
QHの長さをｘ、PHの長さをｙとする。
ここでPQとPRの長さの和が７とする。
ΔPQHの面積を2.1としたとき、x､yのそれぞれの値を求めよ。



作図機能で作成

このとき方程式は次の無理方程式になる。

$$\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{(5-x)^2+y^2}=7$$
$$\frac{1}{2}xy=2.1$$
$$x<5$$

$z=\sqrt{x^2+y^2}$
$a=\sqrt{(5-x)^2+y^2}$
zとaを導入

$$z+a=7$$
$$\frac{1}{2}xy=2.1$$
$$z^2=x^2+y^2$$
$$a^2=(5-x)^2+y^2$$
$$x<5$$

連立多項式方程式を解く

$a = 4.0322$
$x = 1.7549$
$y = 2.3933$
$z = 2.9678$

ニュートン法より楽に解ける

ｎ乗根記号と多項式の組み合わせから構成される方程式

簡単な変換規則

連立多項式方程式

公立高等学校入試問題

数式・文書・作図・表すべてカルキングで作成

問1　次の計算をしなさい。

（ア）$-9+4$

（イ）$7-5\times(1-3)$

（ウ）$\dfrac{1}{4}-\dfrac{3}{5}$

（エ）$16a^3b^3\div 8ab^2$

（オ）$\dfrac{7x+3}{4}-\dfrac{3x-1}{2}$

（カ）$\dfrac{10}{\sqrt{2}}-\sqrt{18}$

（キ）$x(x+1)-(x-4)^2$

問2　次の問いに答えなさい。

（ア）$(x+1)(x-5)+2x+2$ を因数分解しなさい。

（イ）2次方程式 $5x^2-3x-1=0$ を解きなさい。

（ウ）不等式 $\dfrac{3x-4}{7}>\dfrac{x-2}{3}$ を解きなさい。

（エ）x の値が 2 から 4 まで増加するとき、2つの関数 $y=ax^2$ と $y=5x$ の変化の割合が等しくなるような a の値を求めなさい。

（オ）$\sqrt{175n}$ が自然数となるような自然数 n のうち、最も小さい n の値を求めなさい。

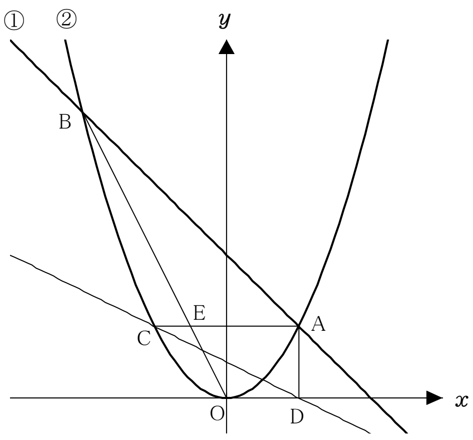
問3　右の図において、直線①は関数 $y=-x+4$ のグラフであり、曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

2点A,Bはともに直線①と曲線②との交点で、点Aの x 座標は 2，点Bの x 座標は -4 である。

点Cは曲線②上の点で、線分ACは x 軸に平行である。

また、点Dは x 軸上にあり、線分ADは y 軸に平行である。

原点をOとするとき、次の問いに答えなさい。

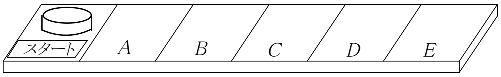


（ア）曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

（イ）直線CDの式を $y=mx+n$ とするとき、m,n の値を求めなさい。

（ウ）線分OBと線分ACとの交点をEとするとき、三角形ABEと三角形ACDの面積の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

問4　右の図のように横に長い長方形の盤があり、その盤面は縦の線で6等分され、左から順に スタート ,A,B,C,D,Eと書かれている。また、スタート の位置にはコインが1枚置かれている。



大、小2つのさいころを同時に1回投げ、出た目の数によって、次の①,②の操作を順に行い、スタート の位置にあるコインを動かすことにする。

① 大きいさいころの出た目の数だけ、スタート の位置にあるコインを1コマずつ右に動かす。ただし、Eの位置まできたらEで止める。

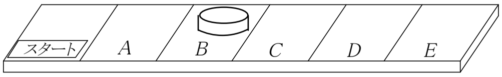
② 小さいさいころの出た目の数だけ、①の操作で動かしたコインを1コマずつ左に動かす。ただし、スタート の位置まできたら スタート で止める。

例

大きいさいころの出た目の数が 2、小さいさいころの出た目の数が 4 のとき

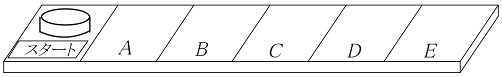
① 最初に、スタート の位置にあるコインを右に 2 コマ動かす。

①の操作後の図



② 次にBの位置にあるコインを左に 4 コマ動かすところであるが、2 コマ動かすと スタート の位置にくるので、そこで止める。

②の操作後の図



この結果、コインは最後に スタート の位置にある。

いま、コインが スタート の位置にある状態で、大,小2つのさいころを同時に1回投げるとき、次の問いに答えなさい。

(ア) コインが最後にCの位置にある確率を求めなさい。

(イ) コインが最後に スタート の位置にある確率を求めなさい。

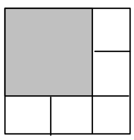
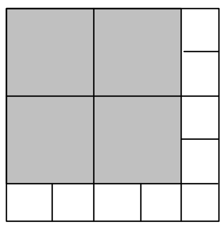
問5　1辺の長さが 2cm の黒い正方形のタイルと、1辺の長さが 1cm の白い正方形のタイルがある。次の①と②をともにみたす方法で、1辺の長さが $a$cm の正方形を作る。ただし a は3以上の奇数である。

正方形を作る方法

① 黒と白の2種類のタイルをかならず使い、それぞれが重ならないよううに、すき間なくしきつめる。

② 黒いタイルをできるだけ多く使い、使う2種類のタイルの合計枚数を最も少なくなるようにする。

下の表は a = 3 と a = 5 のときの、それぞれのつくられた正方形の一例と、使われた黒いタイルと白いタイルの枚数を示したものである。

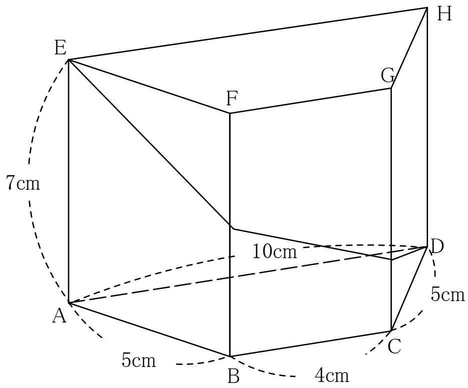
つくられた正方形の1辺の長さ	3cm	5cm
つくられた正方形の一例		
黒いタイルの枚数	1枚	4枚
白いタイルの枚数	5枚	9枚

このような方法で正方形をつくるとき、次の問いに答えなさい。

(ア) 1辺の長さが 7cm の正方形をつくるには、黒いタイルと白いタイルは合計何枚必要であるか、その数を求めなさい。

(イ) 使われた黒いタイルの枚数が白いタイルの枚数より11枚多くなるのは、つくられた正方形の1辺の長さが何cmのときであるか、その長さを求めなさい。

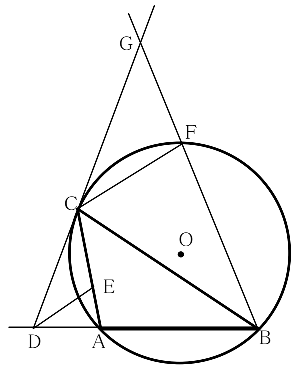
問6　右の図は、辺ADと辺BCが平行で、AD = 10cm, BC = 4cm, AB = CD = 5cm の台形ABCDを底面とし、AE = BF = CG = DH = 7cm を高さとする四角柱である。
このとき、次の問いに答えなさい。



（ア）この四角柱の側面上に、頂点Eから辺BFと辺CGに交わるように、頂点Dまで線を引く。
このような線のうち、最も短い線の長さを求めなさい。

（イ）平行な2つの線分AD,FGを含む平面でこの四角柱を切り、2つの立体に分けるとき、頂点Bをふくむほうの立体の体積を求めなさい。

問7　右の図のように、∠Aが鈍角の三角形ABCが円Oに内接している。
いま、点Cにおける円Oの接線と線分BAの延長との交点をDとし、∠ADCの二等分線と線分ACとの交点をEとする。
また、点Fを円Oの周上に、DE // CFとなるようにとり、直線CDと線分BFの延長との交点をGとする。
このとき、次の問いに答えなさい。



（ア）三角形ADEと三角形FBCが相似であることを次のように証明した。
空欄（くうらん）にあてはまることがらとして最も適するものを、
（あ）～（う）には【A群】から、(a)～(c)には【B群】から、それぞれ1つ選び、その番号を書きなさい。

［証明］
△ADEと△FBCにおいて、
まず、線分DEは∠ADCの二等分線であるから、
(a)　……①
また、平行線の同位角は等しいから、
(b)　……②
①、②より、∠ADE=∠GCF　……③
さらに、（あ）から、
(c)　……④
③、④より、∠ADE=∠FBC　……⑤
次に、（い）から、
∠DAE=∠BFC　……⑥
⑤、⑥より、（う）から、
△ADE∽△FBC

【A群】
1. 四角形ABFCは円Oに内接している
2. 平行線の錯角は等しい
3. 直線CGは円Oの接線である。
4. 3組の辺の比が等しい
5. 2組の辺の比が等しく、その間の角が等しい
6. 2組角がそれぞれ等しい

【B群】
1. ∠ABC = ∠ACD
2. ∠ADE = ∠CDE
3. ∠AED = ∠FCB
4. ∠BAC = ∠CFG
5. ∠CDE = ∠GCF
6. ∠GCF = ∠FBC

（イ）∠ABC=38°，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$のとき、∠CGFの大きさを求めなさい。

解答

問1

(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)
-5	17	$-\frac{7}{20}$	$2a^2b$

(オ)	(カ)	(キ)
$\frac{x+5}{4}$	$2\sqrt{2}$	$9x-16$

問2

(ア)	(イ)	(ウ)
$(x+1)(x-3)$	$x=\frac{3\pm\sqrt{29}}{10}$	$x>-1$

問2(ウ)は$-1<x$も可とする

(エ)	(オ)
$\frac{x+5}{4}$	$2\sqrt{2}$

問3

(ア)	(イ)	(ウ)
$a=\frac{1}{2}$	$m=-\frac{1}{2}$, $n=1$	△ABE : △ACD = 9 : 4

問4

(ア)	(イ)
$\frac{1}{12}$	$\frac{11}{18}$

問4(ア)は$\frac{3}{36}$に2点を与える　　問4(イ)は$\frac{22}{36}$に2点を与える

問5

(ア)	(イ)
22 枚	13 cm

問6

(ア)	(イ)
$7\sqrt{5}$ cm	84 cm^2

問6(ア)は$\sqrt{245}$に2点を与える

問7

(ア)						(イ)
(a)	(b)	(あ)	(c)	(い)	(う)	∠CGF= 43 °
2	5	3	6	1	6	

問7(ア)は(a)と(b)がともに正答で1点、(あ)と(c)がともに正答で1点、(い)と(う)がともに正答で1点を与える

採点上の注意

1. 中間点は、問4(ア)、(イ)、問6(ア)、問7(ア)以外には設けないこと。
2. 正の数については、+の符号をつけても可とする。
3. 多項式の項の順序、積の順序は入れかわっても可とする。
4. 有限小数で表される分数は小数で表しても可とする。循環小数になるものを有限小数で表したり、「…」を用いて表したものは不可とする。仮分数は帯分数で表しても可とする。
5. 問4(ア)、(イ)以外は、分数で約分していないものは不可とする。
6. 問6(ア)以外は、根号の中を最も小さい整数にしていないもの、分母を有理化していないものは不可とする。

問	配点
1	(ア)〜(エ) 各1点 計4点 / (オ)〜(キ) 各2点 計6点
2	各2点 計10点
3	各2点 計6点
4	各3点 計6点
5	各3点 計6点
6	各3点 計6点
7	各3点 計6点
計	50点

＜冬期講習　物理＞

$\boxed{1}$ (放物運動)

［Ⅰ］

問1　ビルの高さを h, ある速さ(初速)を v_0 とおく。

A,Bにおいて等加速度運動の公式より

A: $-h = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$ ……①

B: $-h = -v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$ ……②

①,②式より hを消去すると

$$v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = -v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$\Leftrightarrow v_0(t_1 + t_2) - \frac{1}{2} g (t_1 + t_2)(t_1 - t_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t_1 + t_2)\left\{v_0 - \frac{1}{2} g (t_1 - t_2)\right\} = 0$$

$t_1 + t_2 \neq 0$ より, $v_0 = \underline{\frac{g(t_1 - t_2)}{2}}$ ……③

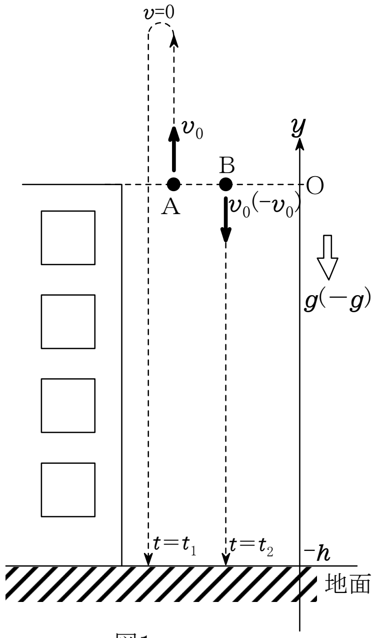


図1

問2　Aが最高点では速度が 0 になっているので, 最高点に達する時刻を t_0 とおくと,

$0 = v_0 - g t_0$　∴ $t_0 = \frac{v_0}{g}$　　③式より, v_0を消去すると　$t_0 = \underline{\frac{t_1 - t_2}{2}}$

問3 最高点の y座標を H とおくと　$0^2 - v_0^2 = 2(-g)H$ より,　$H = \frac{v_0^2}{2g}$

これに ③式より, v_0を消去すると最高点のy座標は　$H = \underline{\frac{g(t_1 - t_2)^2}{8}}$

問4　①式(②式でもよい), ③式より, v_0を消去すると 地面のy座標は

$$-h = \frac{g(t_1 - t_2)}{2} t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = \underline{-\frac{g t_1 t_2}{2}}$$

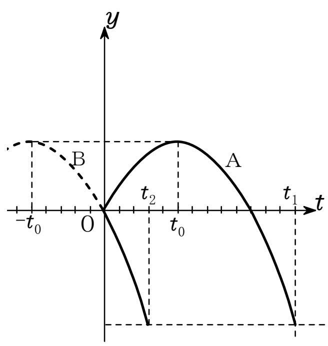
問5　Aが再び原点を通過するときの速さは v_0であり, これはBが原点から投げ下ろされた速さに等しい。

したがって, Aが再び原点を通過してからの時間とAの y座標の関係は, Bが投げ下ろされてからの時間とBのy座標の関係と同じである。

また, Aが　再び原点を通過する時刻は, Aが最高点に達する時刻の2倍 ($2t_0$)であるから, Aのグラフは , Bのグラフ ($t<0$の破線部分も含む)を t軸の正方向に $2t_0$だけ　平行移動したものである。

一方, Bのグラフより, t_0に相当する時間は t軸の5目盛り分の時間であることがわかる。

以上のことから, グラフは 図(a) のようになる。



破線はBの運動を表すグラフを延長したものである。

図(a)

$\boxed{2}$（小球の運動）

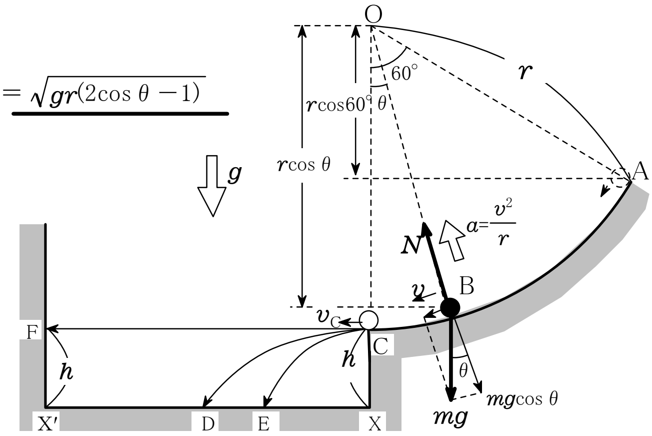


図1

問1. 力学的エネルギー保存則より,

$$\frac{1}{2}mv^2=mgr(\cos\theta-\cos 60°) \qquad \therefore\ v=\underline{\sqrt{gr(2\cos\theta-1)}}$$

問2. 円運動の運動方程式より

$$m\frac{v^2}{r}=N-mg\cos\theta$$

vを代入すると

$$N=m\frac{\sqrt{gr(2\cos\theta-1)}^2}{r}+mg\cos\theta$$

$$=\underline{mg(3\cos\theta-1)}$$

問3. 点Cは $\theta=0$ の点であるから,

問1の結果に $\theta=0$ を代入して $v_C=\underline{\sqrt{gr}}$

問4. C→D の時間を t とすると $h=\frac{1}{2}gt^2$ したがって, $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ $\quad\therefore$ XD$=v_C t=\underline{\sqrt{2hr}}$

問5 ローレンツ力は運動の方向に垂直に作用するから,
ローレンツ力がする仕事は 0である。
したがって, ローレンツ力によって速さは変化しないので,
Bにおける速さは 問1の v に等しい。

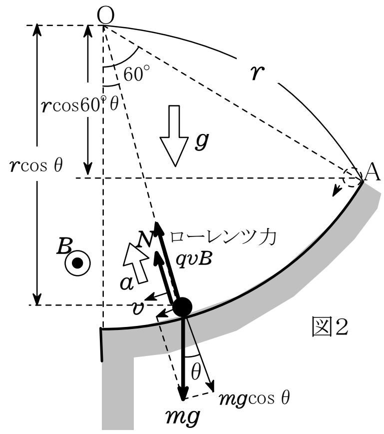


図2

(a) 図2のように,磁界の向きが紙面の裏から表の場合,
ローレンツ力は円の中心の向きになるから,

円運動の運動方程式より $m\frac{v^2}{r}=N+qvB-mg\cos\theta$

vを代入して,Nについて解くと,

$$N=\underline{mg(3\cos\theta-1)-qB\sqrt{gr(2\cos\theta-1)}}$$

(b) 磁界の向きが紙面の表から裏の場合, ローレンツ力は
円の中心と反対の向きになるから,

円運動の運動方程式より $m\frac{v^2}{r}=N-qvB-mg\cos\theta$

$$\therefore\ N=\underline{mg(3\cos\theta-1)+qB\sqrt{gr(2\cos\theta-1)}}$$

ローレンツ力が働いても垂直抗力が減少し, 向心力は変化しないことがわかる。

問6 点Cでの小球の速さ v_0は 問3で求めた v_C に等しいから $v_0=v_C=\underline{\sqrt{gr}}$

問7 図3のようにCで水平投射されたとき,小球にはたらく
ローレンツ力が鉛直下向きの成分をもてば Dより手前のEに落ちる。
フレミング左手の法則より, 磁場の向きは 紙面の表から裏の向きで
ある。 答え (2)

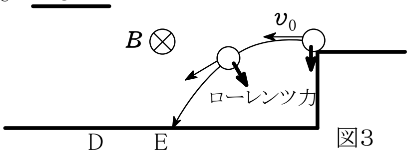


図3

問8 図4のように, 磁場の向きが紙面の裏から表であれば,
ローレンツ力と重力がつり合い 直進するので

$$qv_0B=mg \qquad \therefore\ B=\underline{\frac{m}{q}\sqrt{\frac{g}{r}}}$$

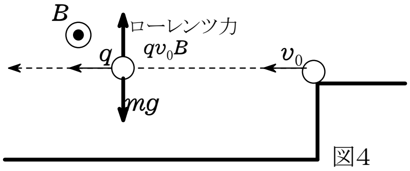
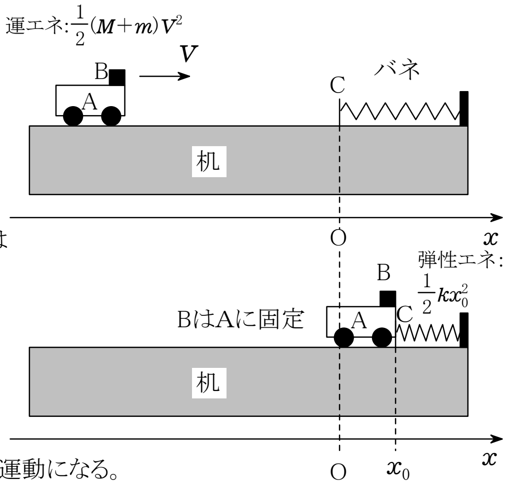


図4

$\boxed{3}$ (物体を乗せた台車とばねの衝突)



(1) 求めるばねの縮みを x_0とすると,

力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2=\frac{1}{2}kx_0^2 \qquad \therefore x_0= \underline{V\sqrt{\frac{M+m}{k}}}$$

(2) Aが板C(バネ)と接触している間のAとBの運動方程式は

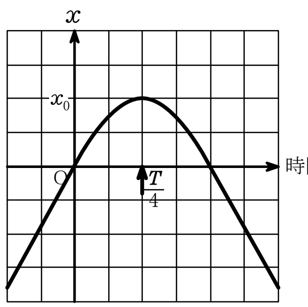
$$(M+m)a=-kx \qquad \therefore a=-\frac{k}{M+m}x$$

したがって, Aがばねと接触している間は,

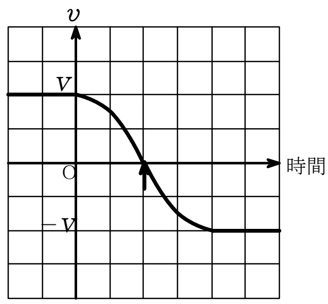
$x=0$ を中心として, 角振動数 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{M+m}}$

の単振動をする。自然長の位置にもどると離れ,等速直線運動になる。

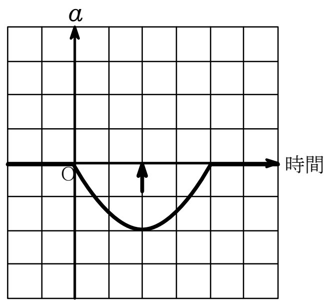
> 【補足】単振動のグラフは三角関数であるが, 最大値,最小値,0 になるポイントを探してグラフを描けばよい。
> 式にするときは, このグラフを元に立式する。
> $x=A\sin(\omega t+\phi)$, $v=\dfrac{dx}{dt}=A\omega\cos(\omega t+\phi)$, $a=-A\omega^2\sin(\omega t+\phi)$ などを用いる必要はない。



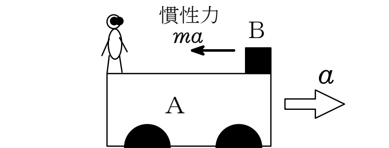
$t<0$, $\dfrac{T}{4}<t$ では等速運動だから, 一次関数となる。傾きは速度Vであるが, 正確には書きにくいのでなめらかにつなげて描けばよい。



$t<0$, $\dfrac{T}{4}<t$ では等速運動だから速度一定となる。



単振動しているとき, $a=-\omega^2x$ の関係があるので, x のグラフを反転せたグラフになる。

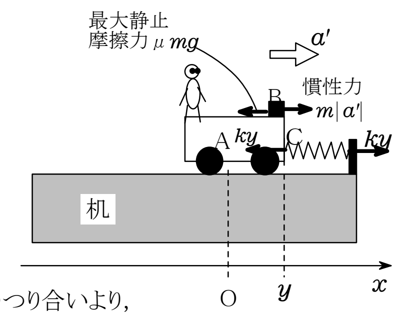


(3) 慣性力は,Aの加速度と反対向きにはたらき, $-ma$ である。

したがって,慣性力は $\quad F=-ma=\dfrac{mk}{M+m}x$ となる。

AとBの加速度の大きさが最大になるのは, バネの縮みの最大値 $x=x_0$ のときだから, Bにはたらく慣性力の大きさの最大値は

$$F=\frac{mk}{M+m}x_0=\frac{mk}{M+m}V\sqrt{\frac{M+m}{k}}=\underline{mV\sqrt{\frac{k}{M+m}}}$$



(4) 【ポイント】滑り始めるとき, 最大静止摩擦力がはたらいている。

ばねの縮みが y になったときのAとBの加速度を a' とすると,

運動方程式は $\quad (M+m)a'=-ky \quad \therefore a'=-\dfrac{k}{M+m}y$

このとき, Bにはたらく静止摩擦力が最大摩擦力になっているから,

AとBの間の静止摩擦力をμ とすると, A上から見たBにはたらく力のつり合いより,

$$m|a'|=\mu mg \qquad \therefore \mu=\underline{\frac{ky}{(M+m)g}}$$

4 (回転板上の振り子)

問1「重力と遠心力の合力」(みかけの重力)と円筒面から受ける抗力が

つり合うから $\tan\theta=\dfrac{mR\omega^2}{mg}=\underline{\dfrac{R\omega^2}{g}}$

【別解】水平,鉛直方向のつり合いより, $mR\omega^2=N\sin\theta$, $mg=N\cos\theta$

Nを消去すると, $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{mR\omega^2}{mg}=\underline{\dfrac{R\omega^2}{g}}$

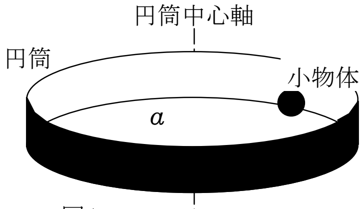


図1

問2 図2-1のように,見かけの重力加速度を g' とすると,三平方の定理より,

$mg'=\sqrt{(mg)^2+(mR\omega^2)^2}$ $\therefore\ g'=\underline{\sqrt{g^2+(R\omega^2)^2}}$

問3 T_0の式で$g\to g'$と置き換えればよいから

$T=2\pi\sqrt{\dfrac{a}{g'}}$

$\therefore\ T=T_0\sqrt{\dfrac{g}{g'}}=\underline{T_0\sqrt{\dfrac{g}{\sqrt{g^2+(R\omega^2)^2}}}}$

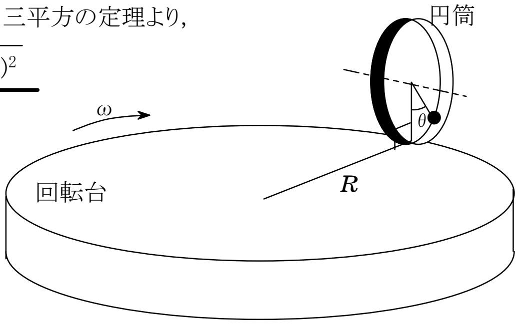


図2

問4 問3の結果を近似する。

$T=T_0\sqrt{\dfrac{g}{\sqrt{g^2+(R\omega^2)^2}}}=T_0\left\{1+\left(\dfrac{R\omega^2}{g}\right)^2\right\}^{\frac{1}{4}}=T_0(1+\tan^2\theta)^{-\frac{1}{4}}$

$\fallingdotseq T_0\left(1-\dfrac{1}{4}\tan^2\theta\right)$

題意より T が T_0より 0.25%小さいから, $T=\left(1-\dfrac{0.25}{100}\right)T_0$ となる。

この式にTを代入すると, $\dfrac{1}{4}\tan^2\theta=0.0025$ $\therefore\ \tan\theta=\dfrac{1}{10}$

したがって,遠心力の大きさは $mR\omega^2=mg\tan\theta=\underline{\dfrac{1}{10}mg}$

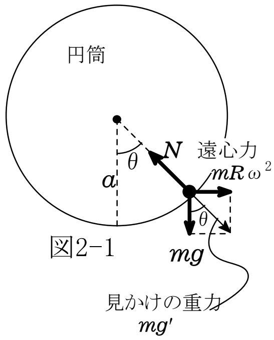


図2-1

問5 遠心力$mR\omega^2$を見かけの重力と考える。
このときの見かけの重力加速度を g'' とすると,

$mg''=mR\omega^2$ $\therefore g''=R\omega^2$

(a) 力学的エネルギー保存則より, $\dfrac{1}{2}mv_1^2=mg''a$

$\therefore\ v_1=\sqrt{2g''a}=\underline{\omega\sqrt{2Ra}}$

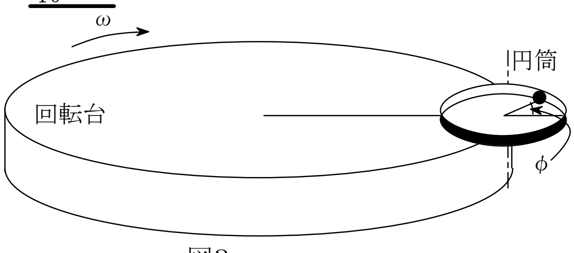


図3

(b) 初速度が $v_0=v_2$ のとき,はじめて円運動になったことから, $\phi=\pi$ で
円筒内面からの抗力が 0 になる。この位置での小物体の速さを v_3 とおくと

力学的エネルギー保存則より, $\dfrac{1}{2}mv_2^2=\dfrac{1}{2}mv_3^2+mg''\cdot 2a$

円運動の運動方程式より, $m\dfrac{v_3^2}{a}=mg''$

2式より v_3 を消去すると $v_2=\sqrt{5g''a}=\underline{\omega\sqrt{5Ra}}$

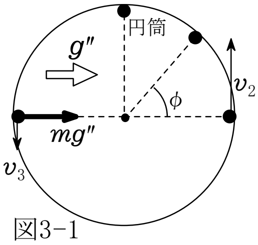


図3-1

5 (極板間にはたらく力)

(1) コンデンサーに蓄える電荷は
$q=\underline{Cv}$ [C]

(2)微小電荷 Δq を導体2から導体1まで運ぶのに必要な仕事は

$$\Delta W = v\Delta q = \underline{\frac{1}{C}\Delta q} \ \text{[J]}$$

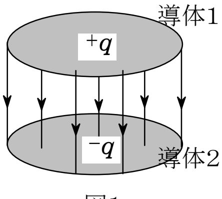


図1

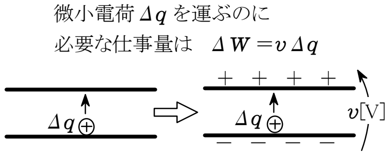


図1-1

(3) 図1-2のように，v-qグラフの面積が仕事に相当するから仕事の総和は三角形の面積になる。したがって，

$$W=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}Q\cdot\frac{Q}{C}=\underline{\frac{Q^2}{2C}} \ \text{[J]}$$

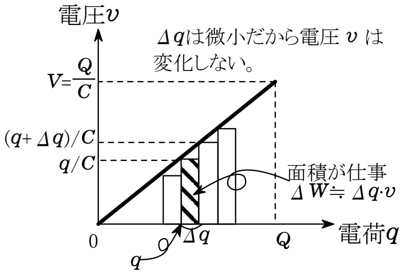


図1-2

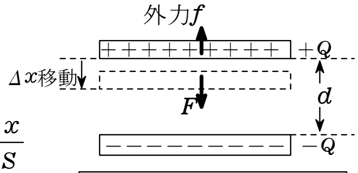
【補足】電荷を運ぶのに要した仕事が，コンデンサーに静電エネルギーとして蓄えられる。

(4) 極板間隔が Δx だけ減少したので，電気容量は $C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$，

$C+\Delta C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d-\Delta x}$ と表される。

したがって，コンデンサーの静電エネルギーの変化は

$$\Delta W=\frac{Q^2}{2(C+\Delta C)}-\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{d-\Delta x}{\varepsilon_0 S}-\frac{d}{\varepsilon_0 S}\right)=-\frac{Q^2\Delta x}{2\varepsilon_0 S}$$



電荷は Q で保存される。

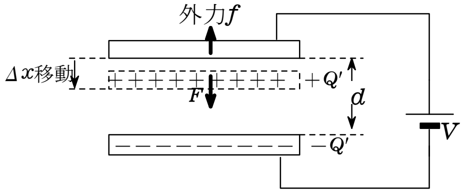
極板間引力Fは仕事とエネルギーの関係を用いて求める。

電界による力 F がする仕事 $F\Delta x$ により，静電エネルギーは失われるので $F\Delta x=-\Delta W$ となる。よって，極板間引力は

$$F=-\frac{\Delta W}{\Delta x}=\underline{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}} \ \text{[N]}$$

【補足】極板間引力は $F=\frac{1}{2}QE$ となることは覚えておいた方がよい。
ガウスの法則で証明できる。

$$F=\frac{1}{2}QE=\frac{1}{2}Q\times\frac{V}{d}=\frac{Q^2}{2Cd}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$$



電源が接続されているので，電圧はVで一定

(5) 仕事とエネルギーの関係より，静電エネルギーの変化 ΔW は電源から供給されるエネルギー ΔW_e から電界による力した仕事 $F\Delta x$ を引けばよいから

$\Delta W=\Delta W_e-F\Delta x$　　$\therefore F\Delta x=\underline{\Delta W_e-\Delta W}$ [J]

(6) 静電エネルギーの変化は $\Delta W=\dfrac{1}{2}(C+\Delta C)V^2-CV^2=\underline{\dfrac{1}{2}\Delta C\cdot V^2}$ [J]

(7)

【ポイント】電源の負極から正極に向けて移動した電荷を ΔQ とおくと，
電源がした仕事(電源から供給されるエネルギー)は　$\Delta W_e=\Delta Q\cdot V$である。
ΔQ はコンデンサーの電荷の変化量に等しいから $\Delta Q=(C+\Delta C)V-CV=\Delta CV$
$\therefore \Delta W_e=\Delta Q\cdot V=\underline{\Delta C\cdot V^2}$　　← 2ΔW に等しい。

(8)電気容量の変化は

$$\Delta C=\frac{\varepsilon_0 S}{d-\Delta x}-\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(\frac{1}{1-\Delta x/d}-1\right)\fallingdotseq\frac{\varepsilon_0 S}{d}\left\{\left(1+\frac{\Delta x}{d}\right)-1\right\}=\underline{\frac{\varepsilon_0 S\Delta x}{d^2}}$$

＜表機能＞

$人口密度=\frac{人口}{面積}$　　$世帯当り人数=\frac{人口}{世帯数}$

★複数の表で使う式を関数として
定義しておくと表の中で計算可能

北海道

県名	人口	世帯数	面積	人口密度	世帯当り人数
北海道	5506419	2424317	83456	65.98	2.27
合計	5506419	2424317	83456	65.98	2.27

縦方向の余白つき

★漢字フォントも使える　　★表は画面上どこにでも配置できる

東北

県名	人口	世帯数	面積	人口密度	世帯当り人数
青森	1373339	513385	9645	142.39	2.68
岩手	1330147	483934	15279	87.06	2.75
宮城	2348165	901862	7286	322.28	2.60
秋田	1085997	390136	11636	93.33	2.78
山形	1168924	388608	9323	125.38	3.01
福島	2029064	720794	13783	147.21	2.82
合計	9335636	3398719	66952	139.44	2.75

縦方向の余白なし

★集計操作は
ワンタッチ →

★表の名前で修飾し、表の外でも参照できる

東北．青森={1373339, 513385, 9645, 142.39, 2.68}

東北．人口={1373339, 1330147, 2348165, 1085997, 1168924, 2029064, 9335636}

numerical_table

a	a	$\frac{1}{a}$	$\log_e a$	$a\sum_{n=1}^{5} n$	$a\int_0^1 x dx$
π	3.14159	0.31831	1.14473	47.12389	1.57080
2π	6.28319	0.15915	1.83788	94.24778	3.14159
π^2	9.86960	0.10132	2.28946	148.04407	4.93480
$\sqrt{\pi}$	1.77245	0.56419	0.57236	26.58681	0.88623
$\sqrt[3]{\pi}$	1.46459	0.68278	0.38158	21.96888	0.73230

←★表の中には数式も記述でき、
計算できる

★表の名前を使って表の値を参照する

$\sum_{k=2}^{6} \mathrm{numerical\_table}_{6,k}=11.26572$

項目		
主食	米	10,000
	パン	3,000
	麺	1,000
	その他	0
	合計	14,000
副食	野菜・果物	7,000
	肉・魚	10,000
	乳製品	4,000
	卵	2,000
	その他	15,000
	合計	38,000
嗜好品	菓子類	2,000
	酒	5,000
	飲料	1,000
	その他	20,000
	合計	28,000
外食		7,000
合計		87,000

★表の中に表を挿入でき、
表の名前で参照可能

野菜・果物	7,000
肉・魚	10,000
乳製品	4,000
卵	2,000
その他	15,000
合計	38,000

食費．合計=嗜好品．合計+副食．合計+主食．合計+食費．外食

＜表を使った数式作成＞

変数に範囲があるときの２次関数の最大、最小

２次関数　$f(x)=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）の区間　$\alpha \leqq x \leqq \beta$　における最大、最小は、$y=f(x)$ のグラフの対称軸 $x=p$ の位置によって場合分けして求められる。

まず、ax^2+bx+c の平方完成 $a(x-p)^2+q$ を求める。

$a(x-p)^2+q=ax^2-2apx+ap^2+q$

ax^2+bx+c　と係数を比較して　$b=-2ap$　したがって　$p=-\dfrac{b}{2a}$

$c=ap^2+q$　したがって　$q=c-ap^2=c-a\left(-\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$

$\left(p=-\dfrac{b}{2a},q=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

p を $-\dfrac{b}{2a}$ で置き換えて代数計算

２次関数の最大、最小を表にまとめると

		$p\leqq\alpha$	$\alpha\leqq p\leqq\dfrac{\alpha+\beta}{2}$	$\dfrac{\alpha+\beta}{2}\leqq p\leqq\beta$	$\beta\leqq p$
$\alpha>0$	最大値		$f(\beta)$	$f(\alpha)$	
	最小値	$f(\alpha)$	$f(p)=q$		$f(\beta)$
$\alpha<0$	最大値	$f(\alpha)$	$f(p)=q$		$f(\beta)$
	最小値		$f(\beta)$	$f(\alpha)$	

三角比

θ	θ	sinθ	cosθ	tanθ
$\dfrac{\pi}{6}$	30°	0.5000000	0.8660254	0.5773503
$\dfrac{\pi}{4}$	45°	0.7071068	0.7071068	1.0000000
$\dfrac{\pi}{3}$	60°	0.8660254	0.5000000	1.7320508
$\dfrac{\pi}{2}$	90°	1.0000000	0	557135183.9441555
$\dfrac{2}{3}\pi$	120°	0.8660254	-0.5000000	-1.7320508
$\dfrac{3}{4}\pi$	135°	0.7071068	-0.7071068	-1.0000000
$\dfrac{5}{6}\pi$	150°	0.5000000	-0.8660254	-0.5773503
π	180°	0	-1.0000000	0

カルキングのプログラミング機能（入門編）

表データを操作するスクリプトの例

Sheet1

12	65	38
53	16	19
140	77	120
23	85	3
234	156	56

(1) プログラム例 1

表Sheet1の全体で値が40以上のものを合計する。

```
a=0
( for K = 1 to 5 step 1 )
  ( for L = 1 to 3 step 1 )
    b=Sheet1_{L,k}
    a=a+b   b≥40
a=986
```

(2) プログラム例 2

表Sheet1の第x列中で値が40以上のものを合計する関数。

```
TableSum( x )
a=0
( for k = 1 to 5 step 1 )
  b=Sheet1_{x,k}
  a=a+b   b≥40
return a
```

TableSum(1)=427

TableSum(2)=383

TableSum(3)=176

(3) プログラム例（他の表への出力）

表Sheet1の各行の合計をSheet2にセットする。

(for k = 1 to 5 step 1)

$$\mathrm{Sheet2}_{1,k}=\sum_{L=1}^{3}\mathrm{Sheet1}_{L,k}$$

Sheet2

115
88
337
111
446

(4) プログラム例（他の表への出力）

表Sheet1の各行の合計の二乗をSheet3にセットする。

(for k = 1 to 5 step 1)

$$\mathrm{Sheet3}_{1,k}=\left(\sum_{L=1}^{3}\mathrm{Sheet1}_{L,k}\right)^2$$

Sheet3

13225
7744
113569
12321
198916

＜フーリエ展開＞

カルキングスクリプトの計算例

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\cos(kt)\,dt \qquad b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\sin(kt)\,dt$$

FourierExpansion(f,x,n)

var a,b,c,s,s1

$$c=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\,dt$$

$$\begin{cases} s=\varnothing & |c|<10^{-6} \\ s=\text{"}\ll c\gg\text{"} & \end{cases}$$

(for k = 1 to n step 1)

$$a=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\cos(kt)\,dt$$

$$b=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\sin(kt)\,dt$$

$$\begin{cases} s1=\text{"}\ll x\gg\text{"} & k=1 \\ s1=\text{"}\ll k\gg\ll x\gg\text{"} & \end{cases}$$

$$\begin{cases} s=s+\text{"}\ll a\gg\cos\ll s1\gg\text{"} & a<0 \\ s=s+\text{"}+\ll a\gg\cos\ll s1\gg\text{"} & a>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s=s+\text{"}\ll b\gg\sin\ll s1\gg\text{"} & b<0 \\ s=s+\text{"}+\ll b\gg\sin\ll s1\gg\text{"} & b>0 \end{cases}$$

return |s|

特徴

簡素な変数宣言

スクリプト(プログラム)の中で自然な数式が書ける。

文字列操作もできる

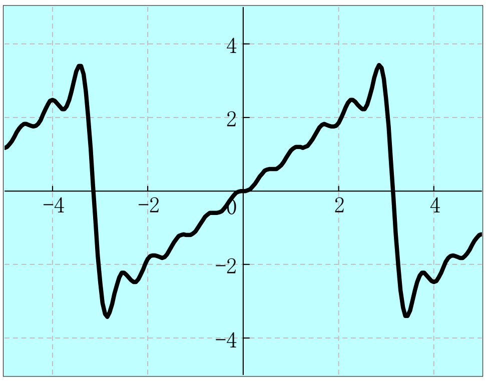
実行例

$f(x)=x$　関数定義

FourierExpansion(f,"x",10)=+2.0000sinx-1.00002sin2x+0.66674sin3x-0.50018sin4x+0.40036sin5x-0.33397sin6x+0.28676sin7x-0.25161sin8x+0.22460sin9x-0.20339sin10x

展開された部分を使って関数グラフ作成

F(x)=+2.0000sinx-1.00002sin2x
+0.66674sin3x-0.50018sin4x
+0.40036sin5x-0.33397sin6x
+0.28676sin7x-0.25161sin8x
+0.22460sin9x-0.20339sin10x

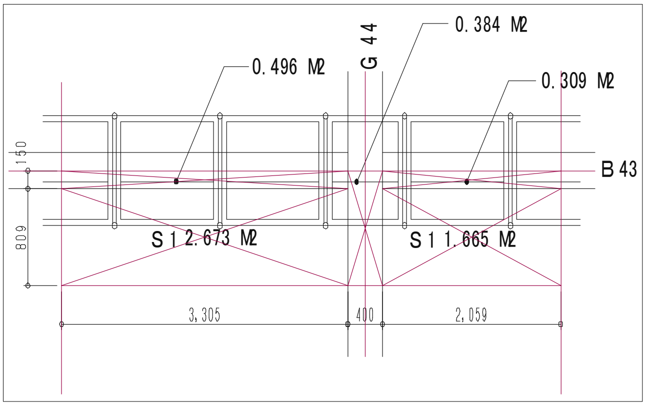


カルキングに ExcelとＣＡＤを貼り付けた例

文書と数式はカルキングで作成。 図はCAD. 表はExcel で作成し貼り付け。

（ａ） 荷重計算　　　※ 数値は適当にいれています。

●カルキングにＣＡＤのデータを貼り付けた例



CADの図を貼り付け

スラブ荷重

$0.064 \times (2.753+1.655) \times 10000 = 2821$　　(kg)

大梁荷重

$0.286 \times 0.365 \times 10000 = 1044$　　(kg)

小梁荷重

$0.140 \times (0.312+0.488) \times 10000 = 1120$　　(kg)

総荷重

$W = 2821+1044+1120 = 4985$　　(kg)

$PH = 4985 \times 0.025 = 124$　　(kg)

カルキングで作成

●カルキングにExcelのデーターを貼り付けた例

上記のCAD図との関連性はありません。

荷重計算（c㎡当り）　　※数値は適当にいれています。

固定荷重	:	W_1	=	2650	×	0.160	=	424	(kg/㎡)
仮設荷重	:	W_2	=	80			=	80	(〃)
衝撃荷重	:	W_3	=	(W_1+W_2)	×	0.20	=	100	(〃)
作業荷重	:	W_4	=					180	(〃)
荷重合計	:	ΣW	=	$W_1+W_2+W_3+W_4$			=	784	(〃)
単位荷重	:(c㎡当り)					w_0	=	0.097	(kg/c㎡)

Excelで作成した表を貼り付け

Excelとの連携

「Excel」のデータをカルキングに取り込み、計算した結果を「Excel」でグラフにしてカルキングに貼り付ける。

県名	人口	世帯数	面積
茨城	2969770	1088411	6096
栃木	2007683	745604	6408
群馬	2008068	755756	6362
埼玉	7194556	2841595	3798
千葉	6216289	2515904	5157
東京	13159388	6393768	2188
神奈川	9048331	3844525	2416
合計	42604085	18185563	32425

Excelのデータ

関東

県名	人口	世帯数	面積
茨城	2969770	1088411	6096
栃木	2007683	745604	6408
群馬	2008068	755756	6362
埼玉	7194556	2841595	3798
千葉	6216289	2515904	5157
東京	13159388	6393768	2188
神奈川	9048331	3844525	2416
合計	42604085	18185563	32425

貼り付けたカルキングの表

1．データの取り込み

① Excelのデータをコピーする

② 「表の貼り付け」を行い、データを取り込む

2．データを使って計算する

① 計算する式を関数定義する　　$人口密度=\frac{人口}{面積}$　　$世帯当り人数=\frac{人口}{世帯数}$

② 計算するための列を右上の表に追加する。

県名	人口	世帯数	面積	人口密度	世帯当り人数
茨城	2969770	1088411	6096		
栃木	2007683	745604	6408		
群馬	2008068	755756	6362		
埼玉	7194556	2841595	3798		
千葉	6216289	2515904	5157		
東京	13159388	6393768	2188		
神奈川	9048331	3844525	2416		

③ 計算に使う「人口」「世帯数」「面積」のセルを選んで「列の名前」－「登録」を行う

④ 「人口密度」の列、「世帯当り人数」の列をそれぞれ選んで「実行」－「計算」する

県名	人口	世帯数	面積	人口密度	世帯当り人数
茨城	2969770	1088411	6096	487.2	2.73
栃木	2007683	745604	6408	313.3	2.69
群馬	2008068	755756	6362	315.6	2.66
埼玉	7194556	2841595	3798	1894.3	2.53
千葉	6216289	2515904	5157	1205.4	2.47
東京	13159388	6393768	2188	6014.3	2.06
神奈川	9048331	3844525	2416	3745.2	2.35

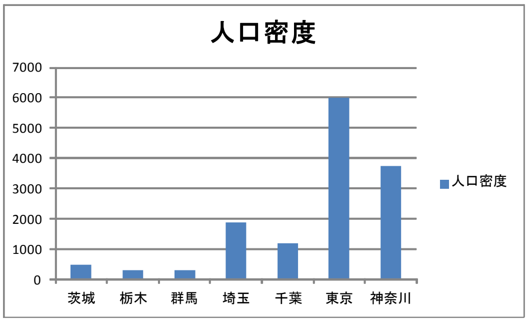
3．　計算結果をExcelでグラフにする

① 「県名」の列と「人口密度」の列をそれぞれコピーしてExcelに貼り付ける

② グラフにする

県名	人口密度
茨城	487.2
栃木	313.3
群馬	315.6
埼玉	1894.3
千葉	1205.4
東京	6014.3
神奈川	3745.2

Excelのデータ



Excelで作成したグラフ

数 量 計 算 書

名称	計算式	数量	単位	摘要
掘削	(0.54+0.33)×0.9×10.0	7.83	m^2	
埋め戻し	9.9−(0.5+0.43)×0.745+0.063+0.06+0.27	9.60	m^2	
残土処理	9.9−5.5	4.40	m^2	
基面整正	0.63×10	6.30	m^2	
基礎砕石	0.63×0.1×10.0	0.63	m^2	(c−50)
モルタル	0.43×0.015×10.0	0.06	m^2	(1:3)空
コンクリート	0.53×0.05×10.0	0.27	m^2	23−8−20

「計算式」の欄で計算結果を出すこともできます。
数値を変更して、再計算もできます。

名称	計算式	数量	単位	摘要
掘削	(0.54+0.33)×0.9×10.0=7.83	7.83	m^2	
埋め戻し	9.9−(0.5+0.43)×0.745+0.063+0.06+0.27=9.60	9.60	m^2	
残土処理	9.9−5.5=4.40	4.40	m^2	
基面整正	0.63×10=6.30	6.30	m^2	
基礎砕石	0.63×0.1×10.0=0.63	0.63	m^2	(c−50)
モルタル	0.43×0.015×10.0=0.06	0.06	m^2	(1:3)空
コンクリート	0.53×0.05×10.0=0.27	0.27	m^2	23−8−20

建設関係資料

計算書

柱型枠の計算

荷重計算 → せき板（縦端太間隔） → 縦端太（横端太間隔） → 横端太（フォームタイ間隔） → フォームタイ

［設計条件］

- 縦端太間隔: 18cm
- 横端太間隔: 50cm
- フォームタイ間隔: 40cm

［使用材料］

- せき板: 合板（厚さ12mm）
- 縦端太: 単管φ48.6×2.4
- 横端太:単管φ48.6×2.4(2本)
- フォームタイ:丸セパ W$\frac{5}{16}$（2分5厘）

［設計方針］

- せき板、縦端太、横端太の応力計算は単純梁と仮定する。
- 型枠用合板は、縦使いとして計画する。
  （許容曲げ応力度 f_b=120kg/cm^2、ヤング率 E=2×10^{4}kg/cm^2）
- 許容たわみ量は、0.3cm以下とする。
- コンクリートは普通コンクリートを使用する。

［最大側圧の計算］

- コンクリートの打ち込み速さ:15m/h
- コンクリートの打ち込み高さ:2.9m
- コンクリートの単位容積重量:2.3t/m^2
  コンクリートの最大側圧：P

P ＝ 側圧（15,2.9,柱,0,2.3）＝ 6.26$_{t/m^2}$　※側圧を求める式はライブラリに定義してある

P_0 ＝ P ＝6.26$_{t/m^2}$=0.63$_{kg/cm^2}$

せき板の検討

せき板の仕様

- 型枠用合板厚さ:　$t = 1.2_{cm}$
- 断面二次モーメント　$b = 1_{cm}$　$I = \dfrac{b \cdot t^3}{12} = \dfrac{1_{cm} \times (1.2_{cm})^3}{12} = 0.144_{cm^4}$
- 断面係数　$Z = \dfrac{b \cdot t^2}{6} = \dfrac{1_{cm} \times (1.2_{cm})^2}{6} = 0.24_{cm^3}$
- 許容曲げ応力度:　$f_b = 120_{kg/cm^2}$
- ヤング率:　$E = 2 \times 10^4_{kg/cm^2}$

a.　荷重計算

- せき板に作用する単位幅1cm当りの荷重:　$\omega 1 = P_0 \times 1_{cm} = 0.63_{kg/cm^2} \times 1_{cm} = 0.63_{kg/cm}$

b.　最大曲げモーメントM_{max}に対する検討

ℓ_1（せき板の設計スパン:縦端太間隔）　$\ell_1 = 18_{cm}$

$$M_{max} = \frac{\omega 1 \cdot \ell_1^2}{8} = \frac{0.63_{kg/cm} \times (18_{cm})^2}{8} = 25.52_{kg \cdot cm}$$

曲げ応力度σ_bの計算

$$\sigma_b = \frac{M_{max}}{Z} = \frac{25.52_{kg \cdot cm}}{0.24_{cm^3}} = 106.33_{kg/cm^2}$$

$$\frac{\sigma_b}{f_b} = \frac{106.33_{kg/cm^2}}{120_{kg/cm^2}} = 0.89 \quad < 1.0 \quad \text{OK}$$

c.　最大たわみδ_{max}に対する検討

δ_{max}（中央部のたわみ:0.3cm以下にする）

$$\delta_{max} = \frac{5\omega 1 \ell_1^4}{384EI} = \frac{5 \times 0.63_{kg/cm} \times (18_{cm})^4}{384 \times 20000_{kg/cm^2} \times 0.144_{cm^4}} = 0.299_{cm} \quad \leqq 0.3_{cm} \quad \text{OK}$$

＜建　設＞

建設計算の１例

１．一般事項

１）工事名：

２）工事場所:

３）設計方針

本計算は、建築基準法・同試行法令及び関連告示と労働安全衛生法
同施行令・同規則・日本建築学会計算基準に従って行う。

４）使用材の許容応力度

	Z(cm³)	I(cm)	E(kg/cm²)	fb(kg/cm²)
60角鋼管	9.44	28.3	2100000	2000
60角鋼管ﾀﾞﾌﾞﾙ	18.88	56.6	2100000	2000
90角ばた	122	547	70000	105
100角鋼管	37.5	187	2100000	2000
ＧＴ24	677	80000	100000	105

パイプサポート	1200
建枠	4500
簡易枠	3500
Ｇ６サポート	5500

スラブ荷重

固定荷重　$2400kg/m^2 \times 0.15=360kg/m^2$

作業荷重　$50kg/m^2$

仮設荷重　$150kg/m^2$

衝撃荷重　20%　$360kg/m^2 \times 0.2=72kg/m^2$

$360kg/m^2+50kg/m^2+150kg/m^2+72kg/m^2=632kg/m^2$

梁荷重

固定荷重　$2400kg/m^2 \times 1.6=3840kg/m^2$

作業荷重　$50kg/m^2$

仮設荷重　$150kg/m^2$

衝撃荷重　20%　$3840kg/m^2 \times 0.2=768kg/m^2$

$W=3840kg/m^2+50kg/m^2+150kg/m^2+768kg/m^2=4808kg/m^2$

２．梁下支保工について

せき板の検討

$l=15cm$

$$M_{max}=\frac{W\times l^2}{8}=\frac{4808kg/m^2\times(15cm)^2}{8}=13.5225kg$$

$$\delta_b=\frac{M_{max}}{z}=\frac{13.5225kg}{0.24cm^2}=56.3438kg/cm^2 \quad < fb\ \ OK$$

合板の断面性能

$z=0.24cm^2$

$I=0.144cm^2$

$E=7\times10^4kg/cm$

$fb=120kg/cm^2$

たわみの検討

$$\delta_{max}=\frac{5\times W\times l^4}{384\times E\times I}=\frac{5\times4808kg/m^2\times(15cm)^4}{384\times70000kg/cm\times0.144cm^2}=0.03144182478cm^2 \quad < 0.3cm^2\ \ OK$$

＜土　木＞

（お断り）計算で使われている数値は、
テスト用に適当に与えたもので、
現実に即しているわけではありません。

圧入抵抗力(p)を求める

$\Sigma p=(pf+p_{ha})-W-Wf$

pf:周面摩擦力(t)　p_{ha}:刃先部の貫入抵抗力(t/m²)
W:刃先部の貫入抵抗力(t/m²)　Wf:浮力

1）周面摩擦力（pf）

$pf=Af_0$　　pf:周面摩擦力(t)　A:ケーソン周面積(m²)

A=23.0x−46.0　　f_0:単位面積当りの摩擦抵抗(t/m²)　粘性土の場合

$f_0=0.016x+0.15$　　x:地表よりの深さ

地表よりの深さ(x)が以下の時のpfを求める。　x={2.00, 3.00, 4.00, 5.00, 5.455}

2.00m(据え付け時) 3.00m 4.00m 5.00m 5.455m(掘削完了時)

$pf=\max(A\times f_0)$

x	A	f_0	$A\times f_0$	pf_0
2.00	0	0.182	0	
3.00	23.000	0.198	4.554	
4.00	46.000	0.214	9.844	
5.00	69.000	0.230	15.870	
5.455	79.465	0.237	18.855	

2）刃先部の貫入抵抗力（p_{ha}）

$p_{ha}=K_0\times C\times N_0+K\times r_1\times B\times N_1/2+r_2\times D_1\times N_q$

p_{ha}:刃先抵抗力(t/m²)　K_0, K:支持力低減係数　C:土の粘着力(t/m²)
D_1:刃先の根入れ深さ(m)　r_1, r_2:刃先より上、下の土の単位重量(t/m³)
B:刃先の土と接触する幅（壁厚）(m)　N_0, N_1, N_q:支持力係数

$K_0=1.5$　K=1.9　$N_0=0.9$　$N_1=2$　$N_q=5.9998$
$C=5t/m^2$　$D_1=5m$　$r_1=3t/m^3$　$r_2=2t/m^3$　B=5m

$p_{ha}=K_0\times C\times N_0+K\times r_1\times B\times N_1/2+r_2\times D_1\times N_q$

$=1.5\times 5t/m^2\times 0.9+1.9\times 3t/m^3\times 5m\times 2/2+2t/m^3\times 5m\times 5.9998=95.248t/m^2$

3）躯体重量（w）

躯体ブロックの重量　コの字型ブロック　5.0t×4=20t
側壁ブロック　大　5.125t×4=20.5t
小　3.625t×4=14.5t
合計　w=20t+20.5t+14.5t=55t

4）浮力（wf）　地下水位2.0m

$wf=r\omega\times Vw$　　wf:浮力(t)　$r\omega$:水の単位重量(t/m³)
Vw:浮力の影響を受ける躯体体積(m³)

$r\omega=1t/m^3$　$Vw=19.0025m^3$
$wf=r\omega\times Vw=1t/m^3\times 19.0025m^3=19.0025t$

5）所要圧入力

所要圧入力は抵抗力の最大値を用いる

$\Sigma p=(pf+p_{ha})-w+wf=(18.855t+95.248t)-55t+19.0025t=78.106t$

<測　量>　座標の逆計算

測量したデータを表にセットして点間距離や方位角をまとめて求められます。
条件のついた式でも求められます。
また、データを変更したときにワンタッチで対応する値が求められます。

座標の逆計算

$$\Delta x = X_2 - X_1 \qquad \Delta y = Y_2 - Y_1$$

$$\beta = \tan^{-1}\frac{|\Delta y|}{|\Delta x|}$$

測線方位角

$$\delta = \begin{cases} \beta & \Delta x>0 \wedge \Delta y>0 \\ 180^\circ - \beta & \Delta x<0 \wedge \Delta y>0 \\ 180^\circ + \beta & \Delta x<0 \wedge \Delta y<0 \\ 360^\circ - \beta & \Delta x>0 \wedge \Delta y<0 \\ 0^\circ & \Delta x>0 \wedge \Delta y=0 \\ 90^\circ & \Delta x=0 \wedge \Delta y>0 \\ 180^\circ & \Delta x<0 \wedge \Delta y=0 \\ 270^\circ & \Delta x=0 \wedge \Delta y<0 \end{cases}$$

点間距離

$$L=\sqrt{|\Delta x^2|+|\Delta y^2|}$$

これらを関数定義しておきます。

1．測量したデータを表にセットし、X_1, Y_1, X_2, Y_2のセルを選んで「列の名前」－「登録」をします。

X_1	Y_1	X_2	Y_2					
69.841	-106.511	76.518	-95.746					
76.518	-95.746	84.212	-97.025					
84.212	-97.025	88.207	-77.091					
88.207	-77.091	85.439	-59.305					
85.439	-59.305	69.841	-106.511					

2．関数名を順次入力し、必要ならそのセルを選択して、計算結果のプロパティを設定して（結果を度・分・秒で表示する、桁数を指定する等）計算していきます。

X_1	Y_1	X_2	Y_2	Δx	Δy	β	δ	L
69.841	-106.511	76.518	-95.746	6.677	10.765	58°　11′　27″	58°　11′　27″	12.668
76.518	-95.746	84.212	-97.025	7.694	-1.279	09°　26′　17″	350°　33′　43″	7.800
84.212	-97.025	88.207	-77.091	3.995	19.934	78°　40′　03″	78°　40′　03″	20.330
88.207	-77.091	85.439	-59.305	-2.768	17.786	81°　09′　15″	98°　50′　45″	18.000
85.439	-59.305	69.841	-106.511	-15.598	-47.206	71°　42′　55″	251°　42′　55″	49.716

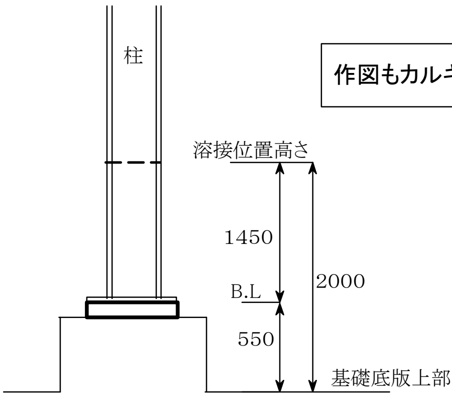
<u>データの値を変えて計算しなおすことができます</u>

3．表を選択して、プロパティで「ファイルを開くときに再実行される式」にチェックをいれます。データを変更し、表を選択して、「実行」－「再実行」します。

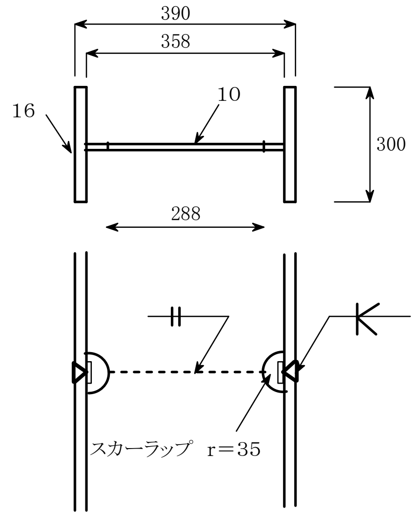
X_1	Y_1	X_2	Y_2	Δx	Δy	β	δ	L
39.841	-106.511	36.518	-95.746	-3.323	10.765	72°　50′　43″	107°　09′　17″	11.266
56.518	-95.746	54.212	-97.025	-2.306	-1.279	29°　00′　52″	209°　00′　52″	2.637
24.212	-97.025	38.207	-77.091	13.995	19.934	54°　55′　43″	54°　55′　43″	24.356
18.207	-77.091	25.439	-59.305	7.232	17.786	67°　52′　22″	67°　52′　22″	19.200
75.439	-59.305	89.841	-106.511	14.402	-47.206	73°　02′　01″	286°　57′　59″	49.354

＜柱継手（溶接）の検討＞

（3通り、A軸にて検討）



作図もカルキングで作成



1）一次設計時の検討

柱　H－390×300×10×16　　材種　SS400　　Z＝1824 ㎝^{3}

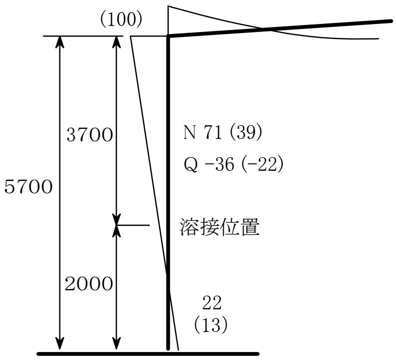
断面欠損による断面性能

$$A = 2\times Bf \cdot tf + tw \cdot hw = 2\times 30\times 1.6 + 1.0\times 28.8 = 124.8 \quad \text{cm}^2$$

$$Z = 1824 - \frac{b(h_1^3 - h_2^3)}{6h_1} = 1824 - \frac{1.0\,(35.8^3 - 28.8^3)}{6\times 35.8} = 1721.6 \quad \text{cm}^3$$

フレーム設計応力（応力図より地震時応力より積雪時の方が大きい）について検討する。

長期応力　（　積雪時応力　）



反曲点高さ

長　期　$H_L = \dfrac{22}{167+22} \times 5700 = 663.5$

積　雪　$H_S = \dfrac{13}{100+13} \times 5700 = 655.8$

短　期　$H_D = \dfrac{22+13}{167+22+100+13} \times 5700 = 660.6$

継手部の応力

長　期　$M_L = \dfrac{(167+22)}{5.7} \times (2.0 - 0.6635) = 44.3$ kNm　　$Q_L = 36.0$ kN　　$Nc = 71.0$ kN

積　雪　$M_S = \dfrac{(100+13)}{5.7} \times (2.0 - 0.6605) = 71.0$ kNm　　$Q_S = 22.0$ kN　　$Nc_s = 39.0$ kN

積雪時　$M_D = \dfrac{(167+22+100+13)}{5.7} \times (2.0 - 0.6605) = 71.0$ kNm　　$Q_D = 36.0+22.0 = 58.0$ kN　　$Nc_D = 71.0+39.0 = 110.0$ kN

断面の検討（検討する応力が最大応力に対してかなり小さいので積雪時の曲げに対する検討のみを行う。）

$M_D = 44.3 + 71.0 = 115.3$ kNm　　$Q_D = 36.0 + 22.0 = 58.0$ kN　　$Nc_D = 71.0 + 39.0 = 110.0$ kN

$Z = 1721$　　$A = 124.8$　　$f_c = 115.21$　　${}_L f_b = 156.67$　　${}_S f_b = 235.0$

$${}_S\sigma_b = \frac{M_D}{Z} = \frac{115.3\times 10^6}{1721\times 10^3} = 67.0 \qquad \frac{{}_S\sigma_b}{{}_S f_b} = \frac{67.0}{235.0} = 0.29$$

＜１．０・・ＯＫ　十分に安全である。

型枠設計用コンクリートの側圧(t/m^2)

打ち込み	速さ(m/h)		≦10		10<　　≦20	20<
高さ	(m)	≦1.5	1.5<　　≦4.0	≦2.0	2.0<　　≦4.0	≦4.0
柱			1.5重量+0.6重量×(高さ-1.5)		重量+0.8重量×(高さ-2.0)	
壁	長さ≦3m	重量×高さ	1.5重量+0.2重量×(高さ-1.5)	重量×高さ	2.0重量+0.4重量×(高さ-2.0)	重量×高さ
	長さ>3m		1.5重量		2.0重量	

※高さ:まだ固まらないコンクリートのヘッド(m)(側圧を求める位置から上のコンクリート打ち込みの高さ)
※重量:まだ固まらないコンクリートの単位容積重量(t/m^3)

表から判断する側圧を条件式で計算する。

柱= 1
壁=2

(代入定義)

$$\text{側圧(速さ, 高さ, 部位, 長さ, 重量)}=\begin{cases}\begin{cases}\text{重量×高さ} & \text{高さ}\leqq 1.5_m \\ \begin{cases}1.5_m\times\text{重量}+0.6\text{重量}\times(\text{高さ}-1.5_m) & \text{部位=柱} \\ 1.5_m\times\text{重量}+0.2\text{重量}\times(\text{高さ}-1.5_m) & \text{部位}\neq\text{柱}\wedge\text{長さ}\leqq 3_m \\ 1.5_m\times\text{重量} & \text{部位}\neq\text{柱}\wedge\text{長さ}>3_m\end{cases} & 1.5_m<\text{高さ}\leqq 4.0_m\end{cases} & \text{速さ}\leqq 10_{m/h} \\ \begin{cases}\text{重量×高さ} & \text{高さ}\leqq 2.0_m \\ \begin{cases}2.0_m\times\text{重量}+0.8\text{重量}\times(\text{高さ}-2.0_m) & \text{部位=柱} \\ 2.0_m\times\text{重量}+0.4\text{重量}\times(\text{高さ}-2.0_m) & \text{部位}\neq\text{柱}\wedge\text{長さ}\leqq 3_m \\ 2.0_m\times\text{重量} & \text{部位}\neq\text{柱}\wedge\text{長さ}>3_m\end{cases} & 2.0_m<\text{高さ}\leqq 4.0_m\end{cases} & 10_{m/h}<\text{速さ}\leqq 20_{m/h} \\ \text{重量×高さ} & 20_{m/h}<\text{速さ}\end{cases}$$

$$\text{側圧}\ (15_{m/h},2.9_m,\text{壁},3.1_m,2.3_{t/m^3})=2_m\times 2.3_{t/m^3}=4.60_{t/m^2}$$

$$\text{側圧}\ (15_{m/h},2.9_m,\text{柱},0_m,2.3_{t/m^3})=2_m\times 2.3_{t/m^3}+0.8\times 2.3_{t/m^3}\times\left(2.9_m-2_m\right)=6.26_{t/m^2}$$

$$\text{側圧}\ (15_{m/h},2.9_m,\text{壁},2.9_m,2.3_{t/m^3})=2_m\times 2.3_{t/m^3}+0.4\times 2.3_{t/m^3}\times\left(2.9_m-2_m\right)=5.43_{t/m^2}$$

＜地区開発J街区工事＞

作図・数式すべてカルキングで作成

1.仕様　　$P_{max}=184\mathrm{kg/m^2}$

（座屈防止吊りボルト）

イ:FB−40×230　チェック（Fig−2でチェック）

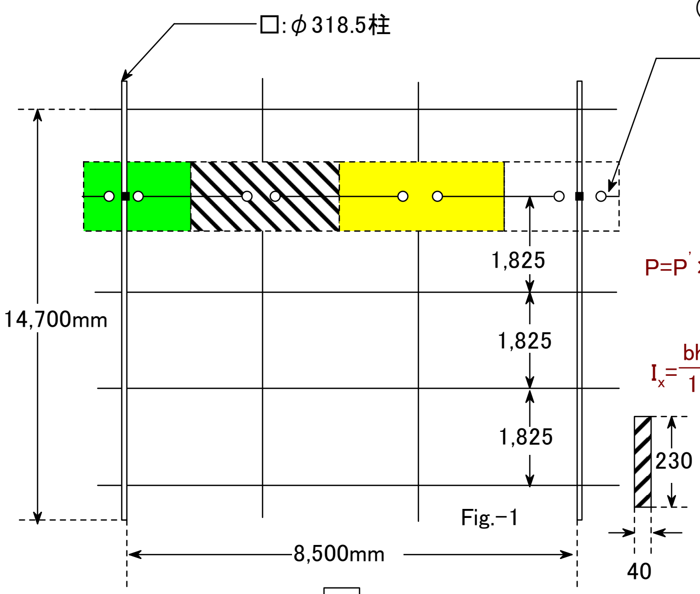


Fig.−1

$P'=184[\mathrm{kg/m^2}]$　　$L=850[\mathrm{cm}]$

$$S'=\frac{L}{3}\times 1825[\mathrm{mm}]$$

$$=\frac{850[\mathrm{cm}]}{3}\times 1825[\mathrm{mm}]=5.1708[\mathrm{m^2}]$$

$$P=P'\times S'=184[\mathrm{kg/m^2}]\times 5.1708[\mathrm{m^2}]=951.4[\mathrm{kg}]$$

$b=40[\mathrm{mm}]$　　$h=230[\mathrm{mm}]$

$$I_x=\frac{bh^3}{12}=\frac{40[\mathrm{mm}]\times(230[\mathrm{mm}])^3}{12}=4056[\mathrm{cm^4}]$$

$$Z_x=\frac{I_x}{\frac{h}{2}}=\frac{4056[\mathrm{cm^4}]}{\frac{230[\mathrm{mm}]}{2}}=352.7[\mathrm{cm^3}]$$

$I_y=122.7[\mathrm{cm^4}]$　　$Z_y=61.3[\mathrm{cm^3}]$

$$A=bh=40[\mathrm{mm}]\times 230[\mathrm{mm}]=92[\mathrm{cm^2}]$$

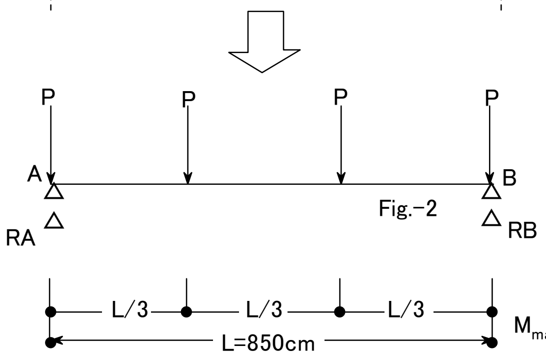


Fig.−2

$$i=\sqrt{\frac{I_y}{A}}=\sqrt{\frac{122.7[\mathrm{cm^4}]}{92[\mathrm{cm^2}]}}=1.155[\mathrm{cm}]$$

RA=RB=2P

$$M_{max}=\frac{PL}{3}=\frac{951.4[\mathrm{kg}]\times 850[\mathrm{cm}]}{3}=269563[\mathrm{kg\cdot cm}]$$

Q=P　　$\tau c=\frac{Q}{A}=\frac{951.4[\mathrm{kg}]}{92[\mathrm{cm^2}]}=10.34[\mathrm{kg/cm^2}]$

$$\sigma_{max}=\sigma c=\frac{P\times\frac{L}{3}}{Z_x}=\frac{951.4[\mathrm{kg}]\times\frac{850[\mathrm{cm}]}{3}}{352.7[\mathrm{cm^3}]}=764.3[\mathrm{kg/cm^2}]$$

複合　$\sigma=\sqrt{\sigma^2_{max}+3\tau c^2}=\sqrt{(764.3[\mathrm{kg/cm^2}])^2+3\times(10.34[\mathrm{kg/cm^2}])^2}=764.5[\mathrm{kg/cm^2}]$

$f=2400[\mathrm{kg/cm^2}]$

$\sigma/f=764.5[\mathrm{kg/cm^2}]/2400[\mathrm{kg/cm^2}]=0.319$　　<1　　∴OK

計算書作成例

この計算書は、入力項目を変更し，すべての式を再実行することで
自動的に項目の変更を反映した新しい計算書を作成することができます。

定数表

Sheetk

トラフ角	側角	10	20	30
0°	1	0.0292	0.0591	0.0906
20°	2	0.0963	0.1245	0.1538
25°	3	0.1112	0.1285	0.1660
30°	4	0.1248	0.1488	0.1757
45°	5	0.1485	0.1698	0.1915

Sheetw

ベルト巾	w
400	22.4
450	28
500	30
600	35.5
750	53
900	63
1050	80
1200	90
1400	112
1600	125
1800	150
2000	160
2200	200
2400	215
2600	230
2800	300
3000	315

入力　項目の値を設定して下さい。

1. 輸送量

$灰=輸送量_{2,1}$

$セメント=輸送量_{2,2}$

$水=輸送量_{2,3}$

輸送量

灰	2000 [kg]
セメント	300 [kg]
水	1260 [kg]
合計	3560 [kg]

2. コンベヤ仕様　　輸送物 ：灰固化造粒物

$トラフ角=コンベヤ仕様_{2,1}$

$側角=コンベヤ仕様_{2,2}$

$ベルト巾=コンベヤ仕様_{2,3}$

$V=コンベヤ仕様_{2,4}$

$機長=コンベヤ仕様_{2,5}$

$BD=コンベヤ仕様_{2,6}$

$H=コンベヤ仕様_{2,7}$

$電動機=コンベヤ仕様_{2,8}$

$\eta=コンベヤ仕様_{2,9}$

$f=コンベヤ仕様_{2,10}$

$L_0=コンベヤ仕様_{2,11}$

$P=コンベヤ仕様_{2,12}$

コンベヤ仕様

トラフ角	20
側角	30
ベルト巾:mm	1200 [mm]
ベルト速度:m/min	6
機長:m	10.3 [m]
BD	0.9
揚程:m	0
電動機:KW	1.50
機械効率	0.80
アイドラーの回転摩擦係数	0.02
修正機長:m	66
スカート抵抗:kg	15

運搬物の積載断面積計算の定数　　K=0.1538

輸送物以外の運動部分重量　　w=90　　←表より抜き出した値の出力

3. 連続運転時のベルト速度

$A = K\cdot(BD\cdot ベルト巾-0.05[m])^2=0.1538\cdot(0.9\times 1200[mm]-0.05[m])^2=0.1632[m^2]$

↑

置き換え計算機能で項目の値を
数値に置き換えて表示します。

（積載断面積）

$$V=\frac{Q_m}{A}=\frac{3.5600[m^3/h]}{0.1632[m^2]}=0.364[m/min]$$

理論輸送量　$Q_m=3.56[m^3/h]$

4. 間欠運転時のベルト速度

計算結果の表示桁数は式ごとに
設定できます。
ここは小数点以下3桁

↓

滞留時間=25[min]　の時

必要ベルト速度　V1 = 機長 / 滞留時間 =10.3[m]/25[min]=0.412[m/min]

↑　↑　↑

項目の名前は英字だけでなく漢字やギリシャ文字もＯＫ

間欠運転時のベルト速度　4 sec/min　（1秒動いて14秒休む）

$V'=V1\times 60/4=0.412[m/min]\times 60/4=6[m/min]$

ベルトコンベヤ動力計算

無負荷動力

$$P1 = 0.06\times f\times w\times v\times\frac{L+L_0}{367}=0.06\times 0.02\times 90\times 6\times\frac{10.3+66}{367}=0.135$$

水平荷動力

$$P2 = f\times Q\times\frac{L+L_0}{367}=0.02\times 3.56\times\frac{10.3+66}{367}=0.015$$

垂直荷動力

$$P3 = \frac{Q\times H}{367}=\frac{3.56\times 0}{367}=0$$

スカート抵抗動力

$$P4 = \frac{P\times v\times L}{6120}=\frac{15\times 6\times 10.3}{6120}=0.151 \quad KW$$

$P_t = P1+P2+P3+P4 =0.135+0.015+0+0.151=0.301$

電動機出力

$$P_m=\frac{P_t}{\eta}=\frac{0.301}{0.8}=0.38 \qquad < 1.50KW$$

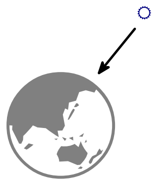
判定=OK　←判定結果(OK or NG) を自動出力できます。

＜隕石衝突によるエネルギー＞

カルキングを使った計算シュミレーション（単位計算）

計算の簡素化のための仮定

隕石を球形（半径r）とみなす
運動エネルギーはすべて熱に転化される



使われる公式(関数定義)

$E=\frac{1}{2}mv^2$ 運動エネルギーの公式

$m=\frac{4\pi}{3}r^3\rho$ 隕石の質量

蒸発熱$=10^8\times10^6\times(100+540)$ 1億トンの水を0度から蒸発させる熱量

隕石1

密度	4[t/m^3]
速度	20[km/s]

計算1

	半径	衝突熱量	水の蒸発量	琵琶湖何杯分
単位	[m]	[cal]	[億トン]	275[億トン]
ケース1	20000	1.5300×10^{24}	2.3906×10^{7}	8.6931×10^{4}
ケース2	15000	6.4548×10^{23}	1.0086×10^{7}	3.6676×10^{4}
ケース3	10000	1.9125×10^{23}	2.9883×10^{6}	1.0867×10^{4}

シミュレーション(隕石1,計算1)

計算で使用したカルキングプログラム

関数名：シミュレーション

シミュレーション(隕石パラメータ,Table)
ρ =隕石パラメータ$_{2,1}$
v =隕石パラメータ$_{2,2}$
(for i = 3 to 5 step 1)
r=Table$_{2,i}$[m]
Table$_{3,i}$=$\frac{0.2389E}{1[cal]}$ → $E=\frac{1}{2}mv^2$
Table$_{4,i}$=$\frac{\text{Table}_{3,i}}{\text{蒸発熱}}$ → 蒸発熱$=10^8\times10^6\times(100+540)$
Table$_{5,i}$=$\frac{\text{Table}_{4,i}}{275}$

材料力学＜断面2次モーメント＞

定義

軸に関する断面2次モーメント(慣性モーメント):

$$J_x=\int_A y^2 dA>0 \qquad J_y=\int_A x^2 dA>0$$

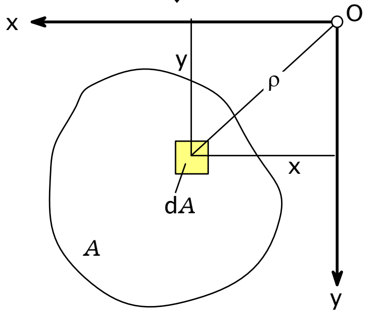
断面相乗モーメント:

$$J_{xy}=\int_A xy\,dA \lesseqgtr 0$$

断面2次極モーメント:

$$J_P=\int_A \rho^2 dA=J_x+J_y>0$$

作図機能で作成



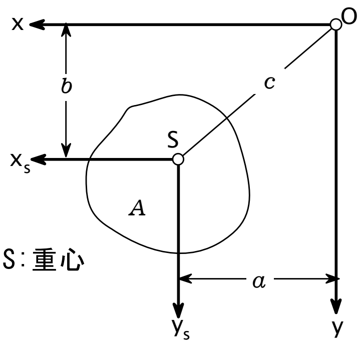
平行な軸への断面モーメントの換算

シュタイナーの法則

$$J_x=J_{xs}+b^2A \qquad J_y=J_{ys}+a^2A$$

$$J_{xy}=J_{xsys}+abA \qquad J_{po}=J_{ps}+c^2A$$

断面モーメントの中では、重心軸に関するモーメントが最小である。



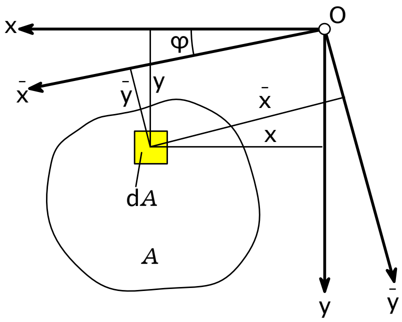
S: 重心

軸を回転した場合の断面モーメント

$$J_{\bar{x}}=\frac{J_x+J_y}{2}+\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\varphi-J_{xy}\sin 2\varphi$$

$$J_{\bar{y}}=\frac{J_x+J_y}{2}-\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\varphi+J_{xy}\sin 2\varphi$$

$$J_{\bar{x}\bar{y}}=\frac{J_x-J_y}{2}\sin 2\varphi+J_{xy}\cos 2\varphi$$



主軸 ξ 、η の位置

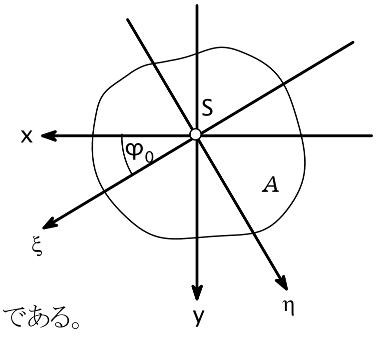
$$\tan 2\varphi_0=\frac{2J_{xy}}{J_y-J_x}$$

この軸に対して、軸まわりの断面モーメントは極値をとり、断面相乗モーメントは消失する。

主断面モーメント(極値):

$$J_\xi=\frac{J_x+J_y}{2}+\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\varphi_0-J_{xy}\sin 2\varphi_0$$

$$J_\eta=\frac{J_x+J_y}{2}-\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\varphi_0+J_{xy}\sin 2\varphi_0$$



両軸まわりの断面モーメントの和は、座標系の回転に対して不変である。

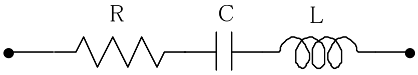
ある断面の対称軸は常に主軸である。
逆に、主軸はかならずしも対称軸であるとは限らない。

$$J_x+J_y=J_{\bar{x}}+J_{\bar{y}}=J_\xi+J_\eta$$

技術評論社「工学技術の公式」より抜粋

＜インピーダンス＞

［例1］　図の回路のインピーダンスは
60サイクルでいくらか。



ここで　$R=100[\Omega]$

$C=\ 20[\mu F]$

$L=0.1[H]$　　とする。

上の図の作成方法

抵抗、コンデンサ、コイルの部品をそれぞれ
コピーして貼り付けます。これらの部品は
大きさや位置を自由に変えられるので
適当な大きさにして、配置します。
作図モードに切り換えて、点や線を補います。

［解答］

周波数をfで示すと　　$f=60[Hz]$

角周波数をωとすると　$\omega=2\pi f$

回路の複素インピーダンスは　$\overline{Z}=R+\dfrac{1}{i\omega C}+i\omega L$

$\overline{Z}=(100-94.93i)[\Omega]$

$|\overline{Z}|=137.88[\Omega]$

複素数でも単位計算OK!
絶対値をとって結果を出力

［例2］　上の回路において、インピーダンスを最小にする周波数はいくらか

［解答］

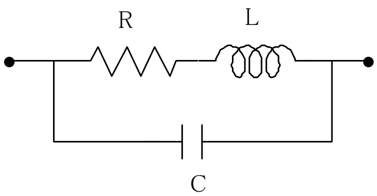
インピーダンスは次式であたえられる。　$\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$

これは　$\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$　(1)　のとき，最小となる。

式(1)を満たすωをω_0とすれば　$\omega_0=\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$　← 平方根の式でも単位付き計算OK

求める周波数は　$\dfrac{\omega_0}{2\pi}=112.54[Hz]$

［例3］　右図の回路におけるインピーダンスは
60サイクルでいくらか。



ここで　$R=100[\Omega]$

$C=\ 20[\mu F]$

$L=0.1[H]$　　とする。

［解答］

周波数をfで示すと　　$f=60[Hz]$

角周波数をωとすると　$\omega=2\pi f$

回路の複素インピーダンスは次式で与えられる。　$\overline{Z}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{R+i\omega L}+\dfrac{1}{\dfrac{1}{i\omega C}}}$　(2)

$\overline{Z}=(92.52-44.80i)[\Omega]$

$|\overline{Z}|=102.80[\Omega]$

プリント基板におけるインピータンス計算

インピータンス計算式は何種類かあります。
インピータンス測定や断面の測定等のデーターをお持ちの方は、計算結果と比較を行い、精度の良い式を選択するのも良いでしょう。
このファイルでは、マイクロストリップ、ストリップについての計算式、計算例をご紹介します。
コプレーナ、エッジカップリング等、その他減衰率等を基礎から説明しています。
基礎を理解すれば、計算式がないものでも、基礎より計算式を導き出す事も可能です。

マイクロストリップライン

目標インピータンス	50 Ω

$Z0=Sheet2_{2,1}$

単位は　mm

導体間距離(誘電体の厚さ)	0.2 mm
銅箔の幅	0.15 mm
銅箔の厚さ	0.035 mm
比誘電率	4.7

$h=Sheet1_{2,1}$
$W=Sheet1_{2,2}$
$t=Sheet1_{2,3}$
$\varepsilon_r=Sheet1_{2,4}$

比誘電率は真空の誘電率 8.854×10^{-12}[F/m]を1とした誘電体の比率です。

マイクロストリップラインのインピータンス計算の関数

基板設計上は、厚み方向は、基板材料や目標とする基板厚さ、メッキの回数で決まりますので、銅箔の幅でインピータンスを合わせます。
目標とするインピータンス値も入力して、目標値の値を得るための、銅箔の幅を算出する事をやってみました。

microstrip(x)

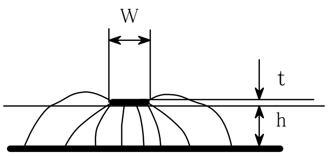
$h=Sheet1_{2,1}$

$t=Sheet1_{2,3}$

$\varepsilon_r=Sheet1_{2,4}$

$$\varepsilon_w=\frac{\varepsilon_r+1}{2}+\frac{\varepsilon_r-1}{2}\left(1+\frac{10h}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}-\frac{\varepsilon_r-1}{4.6}\frac{\frac{t}{h}}{\sqrt{\frac{x}{h}}}$$

実効比誘電率



$$\Delta W=\frac{t}{\pi}\ln\left(\frac{4e}{\left\{\left(\frac{t}{h}\right)^2+\frac{1}{\pi^2\left(\frac{x}{t}+1.1\right)^2}\right\}^{\frac{1}{2}}}\right)$$

$Wo=x+\Delta W$

$$Z_c^a=30\left[\ln\left\{1+\frac{4h}{Wo}\left(\frac{8h}{Wo}+\sqrt{\left(\frac{8h}{Wo}\right)^2+\pi^2}\right)\right\}\right][\Omega]$$

真空中のインピーダンス

$$Z_c=\frac{Z_c^a}{\sqrt{\varepsilon_w}}$$

return Z_c

マイクロストリップのインピータンス

$Z_{cd}=microstrip(W)$

$Z_{cd}=71.6199992029721[\Omega]$

計算式は「実用 マイクロ波技術講座理論と実際 第1巻」に掲載されている物を使用しています。

著者 工学博士 「小西良弘」 ケイラボ出版
http://www.quest.co.jp/koni/top.html
作成者　有限会社 テクノール　山本　健治

＜回路計算の例＞

$R_1=100[\Omega]$	$R_2=150[\Omega]$	$f=60[Hz]$
$\omega=2\pi f$	$L_1=0.1[H]$	$L_2=0.3[H]$
$V_1=5[V]$	$V_2=12[V]$	$M=0.5[H]$
$C_1=20[\mu F]$	$C_2=25[\mu F]$	$C_{12}=30[\mu F]$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}=\left(\begin{pmatrix} i\omega L_1+R_1+\frac{1}{i\omega C_1} & -i\omega M \\ -i\omega M & i\omega L_2+R_2+\frac{1}{i\omega C_2} \end{pmatrix}^{-1}+\begin{pmatrix} i\omega C_{12} & -i\omega C_{12} \\ -i\omega C_{12} & i\omega C_{12} \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

置き換え計算して、数値計算すると

$$\begin{pmatrix} i\omega L_1+R_1+\frac{1}{i\omega C_1} & -i\omega M \\ -i\omega M & i\omega L_2+R_2+\frac{1}{i\omega C_2} \end{pmatrix}^{-1}+\begin{pmatrix} i\omega C_{12} & -i\omega C_{12} \\ -i\omega C_{12} & i\omega C_{12} \end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix} i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 0.1\mathrm{H}+100\Omega+\frac{1}{i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 20\mu\mathrm{F}} & -i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 0.5\mathrm{H} \\ -i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 0.5\mathrm{H} & i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 0.3\mathrm{H}+150\Omega+\frac{1}{i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 25\mu\mathrm{F}} \end{pmatrix}^{-1}+$$

$$\begin{pmatrix} i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 30\mu\mathrm{F} & -i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 30\mu\mathrm{F} \\ -i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 30\mu\mathrm{F} & i\times 376.99\mathrm{s}^{-1}\times 30\mu\mathrm{F} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} (0.0027046838+0.012161661i)\mathrm{S} & (-0.00091016219-0.0078684701i)\mathrm{S} \\ (-0.00091016219-0.0078684701i)\mathrm{S} & (0.0022840136+0.010059473i)\mathrm{S} \end{pmatrix}$$

結果の単位をΩ^{-1}に指定した場合
（単位として℧（ムーオ）を定義して使うこともできます。）

$$\begin{pmatrix} i\omega L_1+R_1+\frac{1}{i\omega C_1} & -i\omega M \\ -i\omega M & i\omega L_2+R_2+\frac{1}{i\omega C_2} \end{pmatrix}^{-1}+\begin{pmatrix} i\omega C_{12} & -i\omega C_{12} \\ -i\omega C_{12} & i\omega C_{12} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} (0.002705+0.01216i)[\Omega^{-1}] & (-0.0009102-0.007868i)[\Omega^{-1}] \\ (-0.0009102-0.007868i)[\Omega^{-1}] & (0.002284+0.01006i)[\Omega^{-1}] \end{pmatrix}$$

ローカル変数一覧表表示機能

name	attribute	value
C_1	variable	20μF
C_{12}	variable	30μF
C_2	variable	25μF
L_1	variable	0.1H
L_2	variable	0.3H
M	variable	0.5H
R_1	variable	100Ω
R_2	variable	150Ω
V_1	variable	5V
V_2	variable	12V
f	variable	60Hz
π	variable	3.1416
ω	variable	376.99Hz

＜複素数の積分例＞

$$g(x,y,\xi,\eta)=e^{-2\pi i(2x\xi+10y\eta)}$$

$$h(\xi,\eta)=\int_0^1\left[\int_0^{\sqrt{1-x^2}} g(x,y,\xi,\eta)dy\right]dx$$

$$h(1,2)=0.00020111+0.001616i$$

＜固有値を求める＞

固有値を求める関数 eigen

★対称行列のとき

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8&9&10\\2&3&4&5&6&7&8&9&10&1\\3&4&5&6&7&8&9&10&1&2\\4&5&6&7&8&9&10&1&2&3\\5&6&7&8&9&10&1&2&3&4\\6&7&8&9&10&1&2&3&4&5\\7&8&9&10&1&2&3&4&5&6\\8&9&10&1&2&3&4&5&6&7\\9&10&1&2&3&4&5&6&7&8\\10&1&2&3&4&5&6&7&8&9\end{pmatrix}$$

{s,V}=eigen(A)　　多重代入で、固有値が s に固有ベクトルが V に代入される

求まった固有値

s={55.0000, 16.1803, 8.5065, 6.1803, 5.2573, -5.0000, -5.2573, -6.1803, -8.5065, -16.1803}

求まった固有ベクトル

$$V=\begin{pmatrix}-0.316&-0.263&0.203&0.138&0.070&0.316&0.442&0.425&-0.398&-0.362\\-0.316&0&-0.316&-0.447&-0.316&-0.316&-0.316&0&-0.316&-0.447\\-0.316&0.263&-0.398&0.138&0.442&0.316&0.070&-0.425&0.203&-0.362\\-0.316&0.425&0.070&0.362&-0.398&-0.316&0.203&0.263&0.442&-0.138\\-0.316&0.425&0.442&-0.362&0.203&0.316&-0.398&0.263&0.070&0.138\\-0.316&0.263&0.203&-0.138&0.070&-0.316&0.442&-0.425&-0.398&0.362\\-0.316&0&-0.316&0.447&-0.316&0.316&-0.316&0&-0.316&0.447\\-0.316&-0.263&-0.398&-0.138&0.442&-0.316&0.070&0.425&0.203&0.362\\-0.316&-0.425&0.070&-0.362&-0.398&0.316&0.203&-0.263&0.442&0.138\\-0.316&-0.425&0.442&0.362&0.203&-0.316&-0.398&-0.263&0.070&-0.138\end{pmatrix}$$

★非対称行列のとき

$$C=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&4&5&6\\7&2&3&4&9&8&6&5&4\\3&2&1&2&3&4&6&5&4\\3&2&3&4&5&6&9&0&7\\8&9&4&3&21&4&6&7&8\\9&3&4&5&6&7&9&9&8\\8&7&7&6&6&5&4&2&1\\3&4&6&7&8&3&2&1&3\\4&5&8&9&7&0&3&4&5\end{pmatrix}$$

{s,V}=eigen(C)

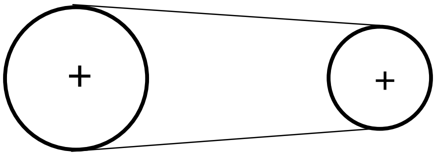
求まった固有値

s={-0.773897463182094, 12.0090694744043, 47.7760550996517}

V=∅　固有ベクトル V には ∅ が代入されています。

＜エレベータ 駆動部設計計算＞

台形ねじ側（エレベータ側）　　モータ側
18L075-A　　14L075-A
（三ッ星）　　（三ッ星）
PCD=54.57　　PCD=42.45



リード 7 mm
Z軸方向負荷
エレベータ　20 kgf
カセット（実） 18 kgf
合　計　　38 kgf

レバーシブルモータ（オリエンタル）　60Hz時、定格回転数 1550 rpm
4RK25GN-C　　→ 起動トルク 1400 gf・cm 、定格トルク 1600 gf・cm
出力 25W、電圧 200V
ギヤヘッド(1/25)
4GN25K　　→ ギヤヘッド許容トルク 72 rpm、29 kgf・cm
ブレーキリバースパック
SBR502

ねじの効率（回転運動を直線運動に変換） η_t
ねじの進み角 α 、リード p mm、有効径 d_2 mm
摩擦角 λ'、摩擦係数 μ' （鋼とポリアセタール 0.15）　　$\mu'=0.15$

$$\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{7}{\pi\times 22.5}\right)=0.09871 \quad \text{rad}$$

$$\lambda'=\tan^{-1}\mu'=\tan^{-1}0.15=0.1489 \quad \text{rad}$$

$$\eta_t=\frac{\tan\alpha}{\tan(\alpha+\lambda')}=\frac{\tan 0.09871}{\tan(0.09871+0.1489)}=0.3917$$

ねじの逆効率（直線運動を回転運動に変換） η'_t

$$\eta'_t=\frac{\tan(\alpha-\lambda')}{\tan\alpha}=\frac{\tan(0.09871-0.1489)}{\tan 0.09871}=-0.5072$$

符号がマイナスにつき、この運動は、不可能である。ねじは自立する。→ ブレーキ不要
リバーシブルモータのブレーキ機構利用
4RK25GNの場合 保持トルク　150 gf・cm

発生推力 W kgf とねじ軸トルク T kgf・m　　$(=F\times\frac{d}{2})$

$W\times p\times 10=2\pi\times\eta\times T$　　W=38[kgf]　　p=7[mm]　　$\eta=0.39$

$$T=\frac{W\times p\times 10}{2\pi\times\eta}=\frac{38\times 7\times 10}{2\times 0.39}=0.1086 \text{ kgf・m} = 10.86 \text{kgf・cm}$$

ベルト張力　　$F=\frac{10.86[\text{kgf・cm}]}{2.7285[\text{cm}]}=3.98$ kgf

モータ側出力軸所要トルク（減速機出力軸）　$T_m=3.98\times 2.12=8.438$ kgf・cm

安全率　　$s=\frac{29}{8.438}=3.437$

＜トランジスタ＞

技術評論社
「工学技術の公式」より抜粋

バイポーラトランジスタ

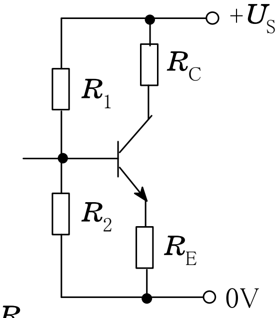
動作点設定および安定化:

$$R_1=\frac{U_S-U^0_{BE}-I^0_C R_E}{(K+1)I^0_C}B \qquad B=\frac{I^0_C}{I^0_B} \qquad R_2=\frac{I^0_C R_E+U^0_{BE}}{KI^0_C}B$$

U^0_{BE}=0.6V（シリコンに対して）　K=3~10

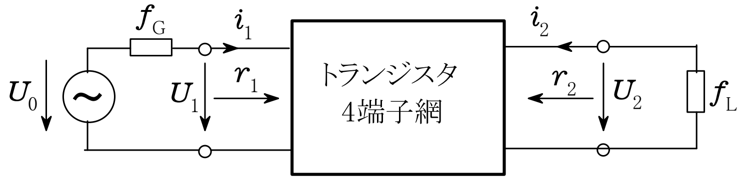
$$R_C=\frac{U_S-U^0_{CE}}{I^0_C}-R_E \qquad R_E \gg \frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)B}$$

概算値　$R_E \approx 0.1R_C$

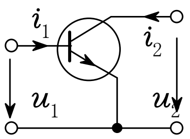
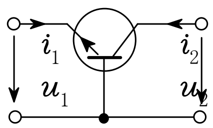
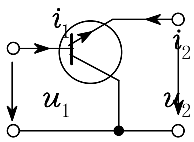


↑作図機能

増幅回路におけるトランジスタの動作特性値



↓カルキングの表機能と作図機能で作成

		トランジスタ基本回路	
動作特性値	エミッタ接地回路 	ベース接地回路 	コレクタ接地回路 
入力抵抗 $r_1=\frac{u_1}{i_1}$	βr_e	r_e	$\beta(r_e+r_L)$
出力抵抗 $r_1=\frac{u_1}{i_1}$	$\frac{1}{g_{ce}}$	$\frac{\beta}{g_{ce}}$	$r_e+\frac{r_G}{\beta}$
電圧増幅率 $r_1=\frac{u_1}{i_1}$	$-Sr_L$	$+Sr_L$	$\frac{r_L}{r_e+r_L}$
電流増幅率 $r_1=\frac{u_1}{i_1}$	β	$\alpha=\frac{\beta}{1+\beta}$	$r=\beta+1$
遮断周波数	$f_\beta=\frac{f_T}{\beta_0}$	$f_\alpha=f_1\approx f_T$	$f_r\approx f_\beta$

＜交流（単相）＞

電流および（場合によっては位相のずれた）電圧の瞬時値［実数および複素表現］:

$$\left.\begin{array}{ll} i=\hat{i}\sin\omega t & i=\hat{i}e^{j\omega t} \\ u=\hat{u}\sin(\omega t+\varphi) & u=\hat{u}e^{j(\omega t+\varphi)} \end{array}\right\} \quad \varphi=\frac{2\pi}{T}\Delta t \qquad \omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$$

任意の波形の交流の実効値、平均値（整流値）、および波形率:

一般

$$U=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 \mathrm{d}t} \qquad \overline{|u|}=\frac{1}{T}\int_0^T |u|\,\mathrm{d}t \qquad F=\frac{U}{\overline{|u|}}$$

正弦波電圧に対して

$$U=\frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}=0.707\hat{u} \qquad \overline{|u|}=\frac{2}{\pi}\hat{u}=0.637\hat{u} \qquad F=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}=1.11$$

自己誘導による電流と電圧の瞬時値:

一般 $u_L=L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$

正弦波電圧に対して $u_L=\omega L\hat{i}\cos\omega t$

複素表現: $u_L=j\omega L\hat{i}e^{j\omega t}=j\omega Li_L$

容量における電流および電圧の瞬時値:

一般 $u_C=\dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i_C \mathrm{d}t$

正弦波電流に対して $u_C=-\dfrac{1}{\omega C}\hat{i}\cos\omega t$

複素表現: $u_C=\dfrac{1}{j\omega C}\hat{i}e^{j\omega t}=\dfrac{1}{j\omega C}i_C$

交流回路の複素抵抗（インピーダンス）:

$$\boldsymbol{Z}=\frac{u}{i}=R+jX=Ze^{j\varphi} \qquad Z=\frac{U}{I}=\sqrt{R^2+X^2} \qquad \tan\varphi=\frac{X}{R}$$

交流回路の複素コンダクタンス（アドミッタンス）:

$$\boldsymbol{Y}=\frac{i}{u}=\frac{1}{\boldsymbol{Z}}=G+jB=Ye^{j\varphi} \qquad Y=\frac{I}{U}=\sqrt{G^2+B^2} \qquad \tan\varphi=\frac{B}{G}$$

＜3相交流＞

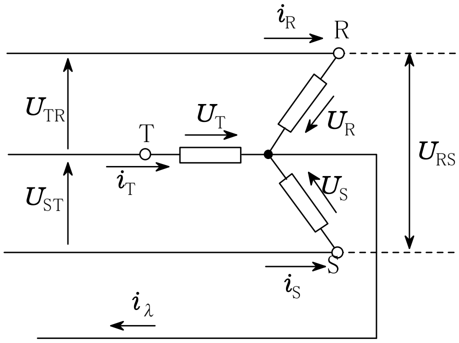
線間電圧と相電圧との関係（対称系）

$U_{RS}=U_{ST}=U_{TR}=\sqrt{3}\,U_R=\sqrt{3}\,U_S=\sqrt{3}\,U_T$

対称負荷の場合の複素全皮相電力および中性点電流

$P_S=P_W+\mathrm{j}P_b=3P_{S相}=3P_{W相}+\mathrm{j}3P_{b相}$

$i_\lambda=i_R+i_S+i_T=0$

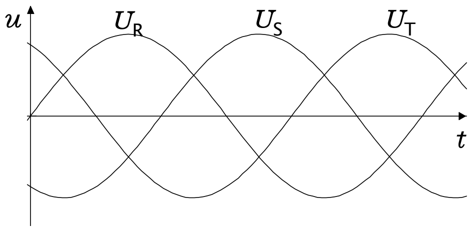


3相対称負荷の場合の1個の負荷で消費される有効電力

$P_w=U_R I_R 3\cos\varphi=U_{RS} I_R\sqrt{3}\cos\varphi$

中性点に近接不可能で、φ を直接測れない場合

$P_w=U_{RS} I_R\sqrt{3}\cos(\varphi'-30°)$

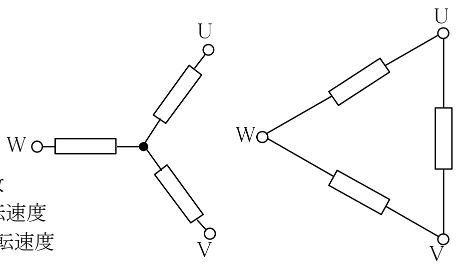


星形結線/3角結線変換の場合の消費有効電力の変化（負荷は3つの同じインピーダンス）

$P_\lambda=3\dfrac{U_R^2}{Z}\cos\varphi$　　$P_\Delta=3\dfrac{U_{RS}^2}{Z}\cos\varphi=3P_\lambda$　　$\boldsymbol{Z}=Z\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$

3相機の回転磁界の回転速度
（同時に同期機の回転速度）:　$n_1=\dfrac{f}{p}$

f:電源周波数
p:固定子の極対数
n:電動機軸の回転速度
n_1:回転磁界の回転速度



非同期3相電動機のすべり:　$s=\dfrac{n_1-n}{n_1}$

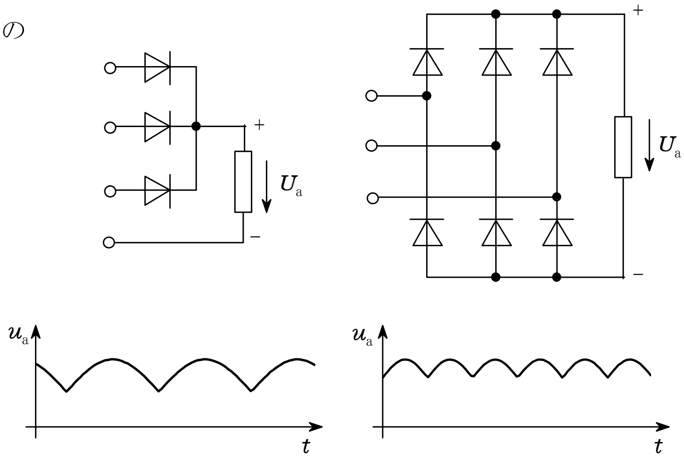
非同期3相電動機の消費電力および出力:　$P_1=2\pi n_1 M$　　$P_m=2\pi nM=(1-s)P_1$

星形およびブリッジ（全波）整流の場合の
3相電圧の整流出力電圧値

$\overline{|u_a|}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2\pi}\hat{u}=0.827u$

$\overline{|u_a|}=\dfrac{3}{\pi}\hat{u}=0.955u$

$\hat{u}$:相電圧の波高値



＜ブリッジ回路＞

図のようなブリッジ回路で、抵抗R_1, R_2

およびコンデンサCの値は既知であるとき
コイルLの値を求めよ。

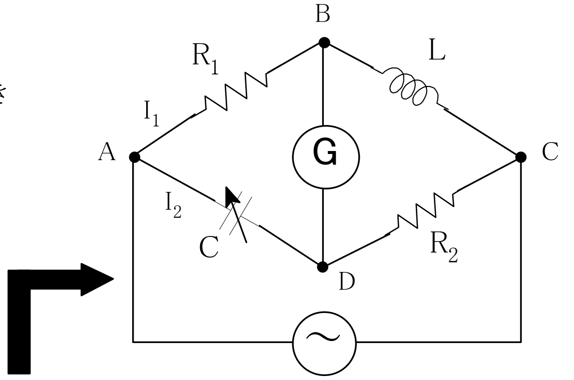
平衡のときはBDには電流は流れない。

ABCの複素インピーダンスZ_1^*は

$$Z_1^*=R_1+i\omega L$$

ADCの複素インピーダンスZ_2^*は

$$Z_2^*=R_2+\frac{1}{i\omega C}$$



関数グラフと作図機能の組み合せで作成

交流電圧をE^*, ABCを流れる電流を
I_1^*, ADCを流れる電流をI_2^*とすると

$$I_1^*=E^*/Z_1^* \qquad I_2^*=E^*/Z_2^*$$

またAB間とAD間は同じ電圧であるから

$$I_1^*R_1=I_2^*\frac{C}{i\omega}$$

それゆえ

$$\frac{R_1}{R_1+i\omega L}=\frac{1}{i\omega C}\frac{1}{R_2+\dfrac{1}{i\omega C}}$$

$$R_1(i\omega C)(R_2+\frac{1}{i\omega C})=R_1+i\omega L \qquad i\omega CR_1R_2+R_1=R_1+i\omega L$$

ゆえにLは次のように与えられる。 $L=CR_1R_2$

●パーツの描画資料（上記資料の舞台裏の説明）

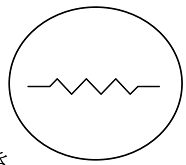
★抵抗、コンデンサ、コイル等の回路部品は以下のように作成できる。

抵抗は「データのグラフ化」
機能を利用する

Res1

−9	0
−6	0
−5	2
−3	−2
−1	2
1	−2
3	2
5	−2
6	0
9	0

左の表をグラフ化すると
右のような図ができる。



この図は自由に拡大縮小ができ、
コピー、移動等も簡単

作図部品

★斜めの抵抗部品の作り方

ここでは30° 回転した抵抗部品を作る。

カルキングの繰り返し計算機能で求める。

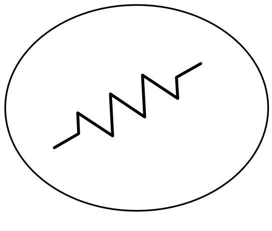
$r=1..10$

$$Res2_{1,r} = Res1_{1,r}\cos(30°) - Res1_{2,r}\sin(30°)$$

$$Res2_{2,r} = Res1_{1,r}\sin(30°) + Res1_{2,r}\cos(30°)$$

Res2

−7.7942	−4.5000
−5.1962	−3.0000
−5.3301	−0.7679
−1.5981	−3.2321
−1.8660	1.2321
1.8660	−1.2321
1.5981	3.2321
5.3301	0.7679
5.1962	3.0000
7.7942	4.5000



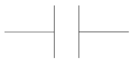
作図部品

★同様にコンデンサ部品を作る。

Con1

−5	0
−1	0
−1	4
−1	−4
1	4
1	−4
1	0
5	0

ここでも「データのグラフ化」
機能を活用する。
左の表で下のコンデンサ部品ができる。



−30°　回転させる

r=1..8

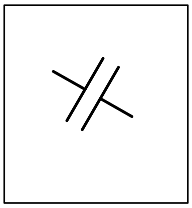
$$Con2_{1,r}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\,Con1_{1,r}+Con1_{2,r}\right)$$

$$Con2_{2,r}=\frac{1}{2}\left(-Con1_{1,r}+\sqrt{3}\,Con1_{2,r}\right)$$

表に空白行を挿入して、データを
切断する。

Con2

−4.3301	2.5000
−0.8660	0.5000
1.1340	3.9641
−2.8660	−2.9641
2.8660	2.9641
−1.1340	−3.9641
0.8660	−0.5000
4.3301	−2.5000

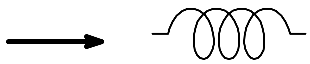


作図部品

★コイルは関数グラフで作成する。

$$x(t)=\begin{cases} t+4\sin(t-3\pi) & |t|\leqq 3.5\pi \\ t+4t/|t| & 3.5\pi<|t|\leqq 5.5\pi \end{cases}$$

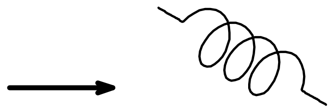
$$y(t)=\begin{cases} 6\cos(t-3\pi) & |t|\leqq 3.5\pi \\ 0 & 3.5\pi<|t|\leqq 5.5\pi \end{cases}$$



−30°　回転させる

$$u(t) = x(t)\cos(-30°) - y(t)\sin(-30°)$$

$$v(t) = x(t)\sin(-30°) + y(t)\cos(-30°)$$



作図部品

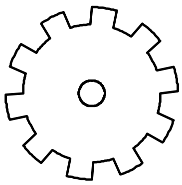
＜単純な歯車とその描画関数＞

$$f(t,n)=\begin{cases} 10 & \mathrm{mod}\left(\left\lfloor \frac{nt}{\pi} \right\rfloor, 2\right)=0 \\ 8 & \mathrm{mod}\left(\left\lfloor \frac{nt}{\pi} \right\rfloor, 2\right)\neq 0 \end{cases}$$

f(t,n)は補助関数

10枚歯　$x(t)=f(t,10)\sin(t)$

$y(t)=f(t,10)\cos(t)$



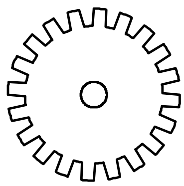
作図部品

20枚歯　$x(t)=f(t,20)\sin(t)$

$y(t)=f(t,20)\cos(t)$

芯の円　$x(t)=1.5\sin(t)$

$y(t)=1.5\cos(t)$



作図部品

＜アナログ集積回路＞

「 工学技術の公式 」より 抜粋
技術評論社

演算増幅器

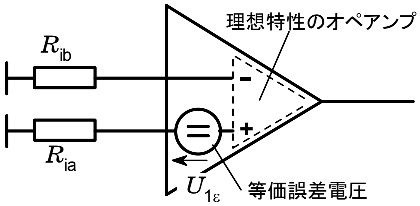
動作中の演算増幅器の入力における等価誤差電圧:　$U_{1\varepsilon}=U_{D\varepsilon}+U_{C\varepsilon}$

入力における誤差電圧:

$$U_{D\varepsilon} \le U_{IO}+|R_{ia}-R_{ib}|I_{IB}+\frac{R_{ia}+R_{ib}}{2}I_{IO}$$

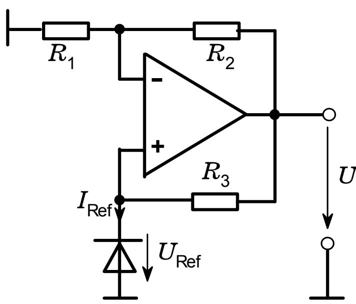
入力における同相誤差:

$$U_{C\varepsilon}=\frac{U_{IC}}{k_{CMR}}$$



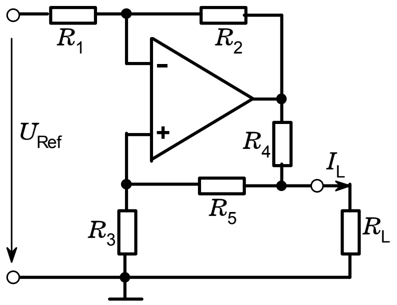
演算増幅器を用いた標準回路

定電圧源



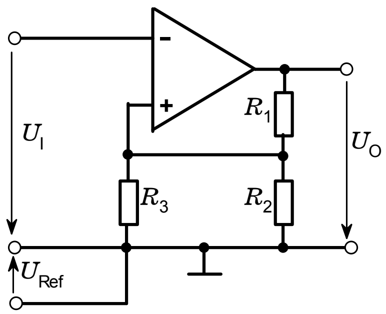
$$U_O=U_{Ref}\left(\frac{R_2}{R_1}+1\right) \qquad R_3=\frac{U_O-U_{Ref}}{I_{Ref}}$$

両極性電流源



$R_1=R_2$　$R_3=R_4+R_5$　のとき　$I_L=\dfrac{U_{Ref}}{R_4}$

ヒステリシスのあるコンパレータ

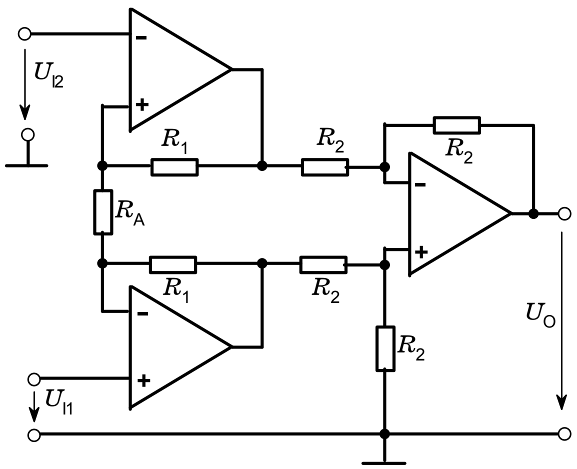


しきい値電圧　$U_{Is}=U_{Ref}\dfrac{R_2}{R_2+R_3}$

ヒステリシス　$H=2|U_{Omax}|\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$

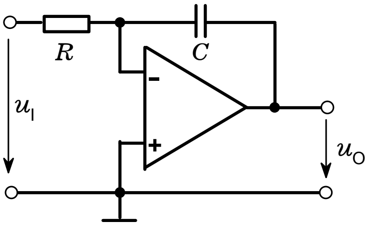
($R_2 \ll R_1$ および $R_2 \ll R_3$ に対し)

高入力抵抗差動増幅器



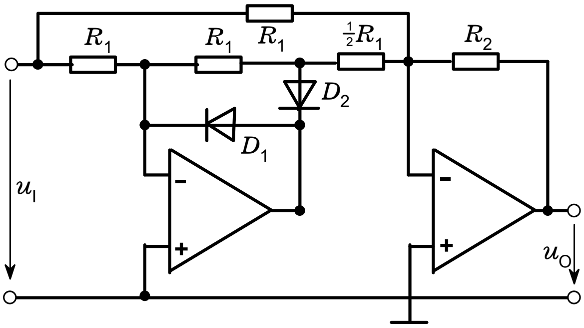
$$U_o=(U_{I1}-U_{I2})\left(2\frac{R_1}{R_A}+1\right)$$

積分器

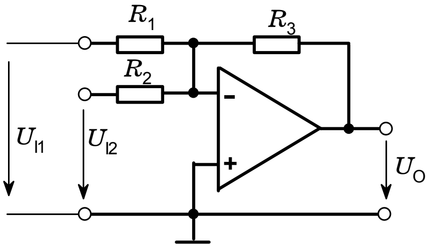


$$u_O=-\frac{1}{RC}\int u_I(t)dt+U_{CO}$$

全波整流器 $-u_O=|u_I|\frac{R_2}{R_1}$

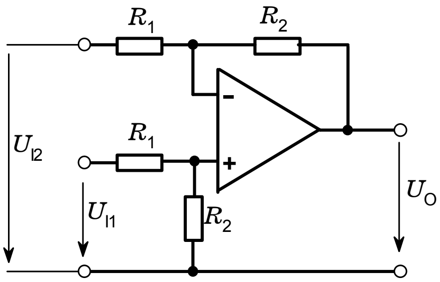


加算器（反転）

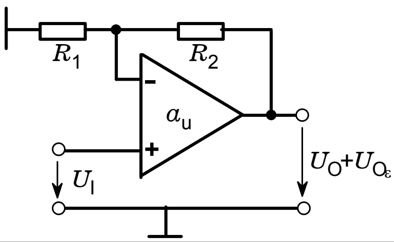
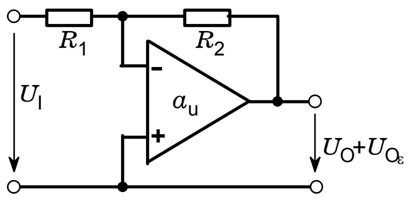


$$-U_O=R_3\left(\frac{U_{I1}}{R_1}+\frac{U_{I2}}{R_2}\right)$$

減算器

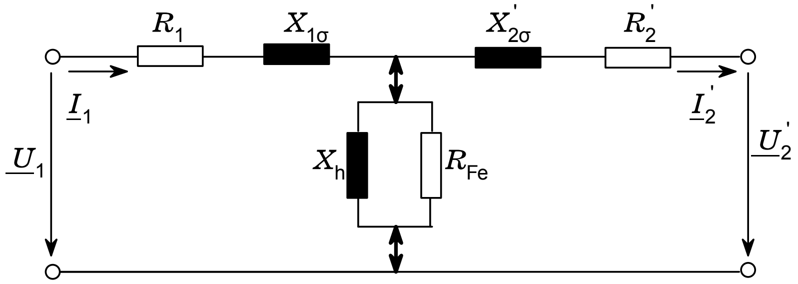


$$U_O=\frac{R_2}{R_1}(U_{I1}-U_{I2})$$

増幅器基本回路	非反転増幅器	反転増幅器
回路		
直流電圧増幅率	$A_{un}=\frac{U_O}{U_I}=1+\frac{R_2}{R_1}$	$A_{ui}=\frac{U_O}{U_I}=\frac{R_2}{R_1}$
交流電圧増幅率	$a_{un}=A_{un}\frac{a_u}{a_u+A_{un}}$	$a_{ui}=A_{ui}\frac{a_u}{a_u+A_{ui}}$
入力インピーダンス	$z_{In}\approx z_{IC}$	$z_{Ii}\approx R_1$
出力インピーダンス	$z_{On}\approx z_O\frac{A_{un}}{a_u}$	$z_{Oi}\approx z_O\frac{A_{ui}}{a_u}$
出力誤差	$U_{O\varepsilon n}\leq A_{un}\left(U_{IO}+\frac{U_I}{k_{CMR}}\right)$ $+R_2(I_{IB}+0.5I_{IO})$	$U_{O\varepsilon i}\leq A_{ui}U_{IO}+R_2(I_{IB}+0.5I_{IO})$

<変圧器>

2次側を1次側に換算した完全な等価回路



$$\underline{U}_2' = \underline{U}_2 \frac{N_1}{N_2}$$

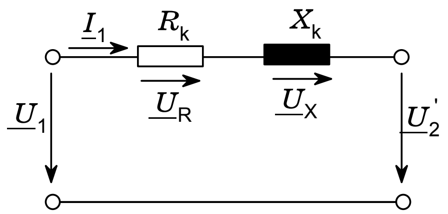
$$\underline{I}_2' = \underline{I}_2 \frac{N_1}{N_2}$$

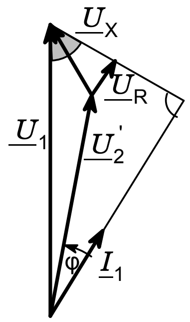
$$R_2' = R_2 \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

およその大きさの比 ： $R_1 : X_{1\sigma} : X_h : R_{Fe} = 1 : 10 : 10^4 : 10^5$

主方程式（損失および磁化なしの場合）： $U_1 : U_2 = N_1 : N_2$　　$I_1 : I_2 = N_2 : N_1$

簡略化した等価回路および回路計算のためのベクトル図





$R_k = R_1 + R_2'$　　$U_R = R_k I_1$

$X_k = X_{1\sigma} + X_{2\sigma}'$　　$U_X = X_k I_1$

任意負荷の場合の電圧変化： $U_2 = \dfrac{N_2}{N_1}(U_1 - \Delta U)$　　$\Delta U = U_X \sin\varphi + U_R \cos\varphi$

百分率インピーダンス電圧： $u_k = \dfrac{\sqrt{R_k^2 + X_k^2}}{U_{1N}} I_{1N} \cdot 100\%$　　$u_k = 4\% \sim 12\%$

定格電圧のときの接続短絡電流： $I_{kN} = I_{1N} \dfrac{100\%}{u_k}$

2つの並列変圧器ⅠおよびⅡの負荷配分比： $\left(\dfrac{I}{I_N} \right)_{\mathrm{I}} : \left(\dfrac{I}{I_N} \right)_{\mathrm{II}} = u_{k\,\mathrm{II}} : u_{k\,\mathrm{I}}$

短絡後の最大電流尖頭値： $I_S \leqq 1.8 \cdot \sqrt{2}\, I_{kN}$

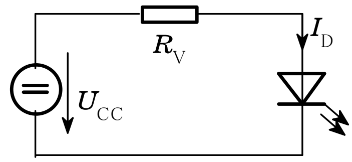
＜オプトエレクトロニクス　発光ダイオード＞

さまざまなLEDの特性（概略値）

材料	発光色	ピーク発光波長 λ	U_{DF}[V]	U_{DBr}[V]
GaAs	赤外	940nm	1.4	10
GaAsP	赤	650nm	1.6	26
GaAsP	橙	610nm	2.0	30
GaAsP	黄	590nm	3.0	50
GaP	緑	560nm	3.0	50

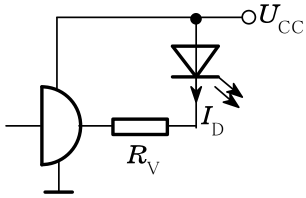
発光ダイオードの駆動法

27a



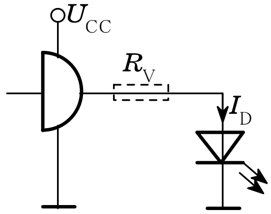
$$R_V=\frac{U_{CC}-U_{DF}}{I_D}$$

27b



$$R_V=\frac{U_{CC}-U_{DF}-U_{OL}}{I_D}$$

27c



LEDの電流はゲートの
内部回路によって
決定される

［例題1］ 電流増幅率 β =250, コレクタ_ベース間容量 3pF, 遷移周波数 120MHz の フォトトランジスタに 5k Ω の負荷抵抗が接続されている。
出力信号の立上がりおよび立下り時間を求めよ。

解

$$t_r=t_f=\sqrt{\left(\frac{\beta}{2f_T}\right)^2+(2.2\beta C_{cb}R_V)^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{250}{2\times120\text{MHz}}\right)^2+(2.2\times250\times3\text{pF}\times5\text{k}\Omega)^2}=8.3\mu\text{s}$$

$\beta=250$
$C_{cb}=3\text{pF}$
$f_T=120\text{MHz}$
$R_V=5\text{k}\Omega$

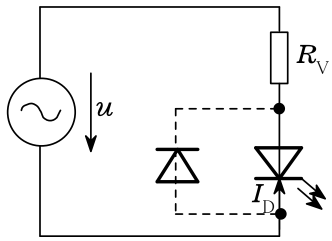
［例題2］ 右の回路において、GaAsP_LED（赤）を
I_D= 10mA, u_{eff}= 12V の交流で駆動するには
いくらの直列抵抗が必要か？

解

$$R_V=\frac{u-U_{DF}}{2I_D}=\frac{12\text{V}-1.6\text{V}}{2\times10\text{mA}}=520\Omega$$

↑（半波なので係数2を用いる）

$u=12\text{V}$
$I_D=10\text{mA}$
$U_{DF}=1.6\text{V}$



すべて「カルキング」で作成

＜部品検査成績表の作成＞

（1/4角文字が可能・上下左右混在可能）

部品検査成績表（1／1）						課長		担当	
部品名称	ABCDEF	部 番	12345			材質	AZ91D-T		
納入者	㈱シンプレックス	納入日及び納入ロット数				8月29日　15台			
検査日	H26-06-24（火）	試料数	2	判定					

測定単位：mm

検査位置	検査項目	1	2					備考
	$\phi\,52.0^{+0.054}_{0}$	＋0.045	＋0.039					
	$\phi\ 8.0^{+0.020}_{+0.005}$	＋0.014	＋0.014					
X	62.2 ± 0.03	0.1	－0.038					
Y	89.3 ± 0.03	－0.025	－0.085					
	$\phi\ 7.0^{+0.020}_{+0.005}$	＋0.016	＋0.065					
X	80.8 ± 0.03	＋0.004	－0.052					
Y	69.3 ± 0.03	－0.028	－0.052					
	$\phi\ 8.5^{+0.021}_{0}$	＋0.018	＋0.054					
	70.3	－0.035	－0.005					
	16.90	－0.016	－0.021					
	$\phi\,26.0^{+0.021}_{0}$	＋0.013	＋0.039					
	12.2	－0.023	－0.019					
	93.8	＋0.048	－0.002					
	$\phi\,15.0^{+0.021}_{0}$	＋0.018	＋0.029					
	32.9	＋0.039	0					
	82.1	－0.021	＋0.001					
	$58.0^{-0.1}_{0.3}$	－0.031	－0.134					

MEMO　＆　PLAN

※1/4角文字の上下左右の間隔調整は微調整機能でできます。

工　程　表

１　工事名　　イツボ川　特定保水池事業工事
２　工事番号　24－1号
３　工事場所　生駒郡斑鳩町大字法隆寺地内

請負者　住所
　　　　氏名

工程	種別	数量	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月
			10 20 30	10 20 30	10 20 30	10 20 30	10 20 30	10 20 30	10 20 30	10 20 30
準備工										
池底掘削		2520m^3								
立抗築造工		2箇所								
薬液注入工		51.54kℓ								
推進工		46m								
構造物取壊工		50m^3								
堤体土工		1式								
取水施設築造		1式								
張ブロック工		298m^2								
仮設進入路工		1式								

監督員の確認印	

＜燃焼後のガス量と組成＞

気体燃料の組成

名前	%
水素	50
一酸化炭素	9
メタン	26
エチレン	4
酸素	0.1
窒素	8
二酸化炭素	2.5
水蒸気	0.4

この表の組成の気体燃料1m_N^3を燃焼させたときの理論酸素量、理論空気量、供給した燃焼用空気量、燃焼ガス量と組成を求める。

空気過剰率　　$\lambda=1.4$　　とする

燃焼の化学式は

$$H_2+\frac{1}{2}O_2\rightarrow H_2O \qquad CO+\frac{1}{2}O_2\rightarrow CO_2$$

$$CH_4+2O_2\rightarrow CO_2+2H_2O \qquad C_2H_4+3O_2\rightarrow 2CO_2+2H_2O$$

理論酸素量$=\frac{1}{2}\times$水素$+\frac{1}{2}\times$一酸化炭素$+2\times$メタン$+3\times$エチレン$-$酸素

$=\frac{1}{2}\times 0.5[m^3]+\frac{1}{2}\times 0.09[m^3]+2\times 0.26[m^3]+3\times 0.04[m^3]-0.001[m^3]=0.934[m^3]$

空気中の酸素は21%とすると

理論空気量=理論酸素量$\times\frac{1}{0.21}=0.934[m^3]\times\frac{100}{21}=4.448[m^3]$

供給した燃焼用空気量=理論空気量$\times\lambda=4.448[m^3]\times 1.4=6.227[m^3]$

湿り燃焼ガス量

=供給した燃焼用空気量$+1[m^3]-$理論酸素量$+2\times$メタン$+3\times$エチレン

$=6.227[m^3]+1[m^3]-0.934[m^3]+2\times 0.26[m^3]+3\times 0.04[m^3]=6.933[m^3]$

乾き燃焼ガス量

=供給した燃焼用空気量$+1[m^3]-$理論酸素量+エチレン$-$水素

$=6.227[m^3]+1[m^3]-0.934[m^3]+0.04[m^3]-0.5[m^3]=5.833[m^3]$

燃焼生成水蒸気量=湿り燃焼ガス量$-$乾き燃焼ガス量$=6.933[m^3]-5.833[m^3]=1.1[m^3]$

燃焼ガスの組成を求めていく。次の表にいれる。

燃焼ガスの組成

名前	%
O_2	5.4
CO_2	6.6
N_2	72.1
H_2O	15.9
計	100

O_2の割合

燃焼後の酸素の量=理論空気量$\times(\lambda-1)\times 0.21=4.448[m^3]\times(1.4-1)\times 0.21=0.374[m^3]$

燃焼ガスの組成$_{2,2}$=燃焼後の酸素の量/湿り燃焼ガス量$\times 100=0.374[m^3]/6.933[m^3]\times 100=5.4$

CO_2の割合

燃焼後の二酸化炭素の量=一酸化炭素+メタン+2×エチレン+二酸化炭素

=0.09[m^3] +0.26[m^3] +2×0.04[m^3] +0.025[m^3] =0.455[m^3]

燃焼ガスの組成$_{2,3}$=燃焼後の二酸化炭素の量/湿り燃焼ガス量×100

=0.455[m^3] /6.933[m^3] ×100=6.6

N_2の割合

燃焼後の窒素の量=供給した燃焼用空気量×0.79+0.08[m^3]

=6.227[m^3] ×0.79+0.08[m^3] =4.999[m^3]

燃焼ガスの組成$_{2,4}$=燃焼後の窒素の量/湿り燃焼ガス量×100=4.999[m^3] /6.933[m^3] ×100=72.1

H_2Oの割合

燃焼後の水蒸気の量=水素+2×メタン+2×エチレン+水蒸気

=0.5[m^3] +2×0.26[m^3] +2×0.04[m^3] +0.004[m^3] =1.104[m^3]

燃焼ガスの組成$_{2,5}$=燃焼後の水蒸気の量/湿り燃焼ガス量×100

=1.104[m^3] /6.933[m^3] ×100=15.9

理論燃焼温度を求める

燃料温度100℃、余熱空気温度300℃、空気温度30℃のとき空気過剰率1.0～1.5に対する
理論燃焼温度を求める

燃料の低発熱量
=水素の低発熱量×水素+一酸化炭素の低発熱量×一酸化炭素+メタンの低発熱量×メタン
+エチレンの低発熱量×エチレン

=10800[kJ/m^3] ×0.5[m^3] +12700[kJ/m^3] ×0.09[m^3] +35900[kJ/m^3] ×0.26[m^3]

+59900[kJ/m^3] ×0.04[m^3] =18273[kJ]

燃料の熱量

=(1.292[kJ/m^3K] ×水素+1.301[kJ/m^3K] ×一酸化炭素+1.652[kJ/m^3K] ×メタン

+2.105[kJ/m^3K] ×エチレン+1.319[kJ/m^3K] ×酸素+1.306[kJ/m^3K] ×窒素

+1.725[kJ/m^3K] ×二酸化炭素+1.499[kJ/m^3K] ×水蒸気)×100[℃]
=534.0[kJ]

供給された空気の熱量(λ)

=理論空気量× λ ×(0.21×1.356[kJ/m^3K] +0.79×1.314[kJ/m^3K])×300[℃]

t℃のときの燃焼後のガスの熱量

比熱(t,1) ×燃焼後の酸素の量+比熱(t,2) ×燃焼後の窒素の量
+比熱(t,3) ×燃焼後の二酸化炭素の量+比熱(t,4) ×燃焼後の水蒸気の量

燃焼後のガスの熱量(λ ,t)

=比熱(t,1) ×理論空気量×(λ -1)×0.21+比熱(t,2) ×(理論空気量× λ ×0.79+0.08[m^3])

+比熱(t,3) ×0.455[m^3] +比熱(t,4) ×1.103[m^3]

$$t\_new(\lambda,t)=\frac{\text{燃料の低発熱量}+\text{燃料の熱量}+\text{供給された空気の熱量}(\lambda)}{\text{燃焼後のガスの熱量}(\lambda,t)}-273.15$$

平均定圧比熱

ガスの種類 / 温度℃	O_2	N_2	CO_2	H_2O	H_2	CO	CH_4	C_2H_4
0	1.306	1.302	1.620	1.490	1.277	1.299	1.544	1.871
100	1.319	1.306	1.725	1.499	1.292	1.301	1.652	2.105
200	1.335	1.310	1.775	1.520	1.290	1.307	1.765	2.327
300	1.356	1.314	1.892	1.545	1.300	1.316	1.890	2.530
400	1.381	1.327	1.955	1.557	1.303	1.329	2.019	2.720
500	1.402	1.335	2.022	1.582	1.305	1.342	2.143	2.892
600	1.419	1.348	2.070	1.607	1.308	1.357	2.263	3.049
700	1.436	1.360	2.122	1.633	1.312	1.372	2.381	3.189
800	1.453	1.373	2.164	1.662	1.317	1.386	2.489	3.342
900	1.469	1.386	2.202	1.691	1.323	1.399	2.590	3.447
1000	1.482	1.398	2.235	1.716	1.329	1.412	2.689	3.562
1100	1.490	1.411	2.265	1.741	1.336	1.424	2.780	
1200	1.503	1.423	2.294	1.766	1.344	1.436	2.862	
1300	1.511	1.432	2.315	1.792	1.352	1.446		
1400	1.524	1.444	2.340	1.817	1.360	1.456		
1500	1.532	1.453	2.361	1.838	1.368	1.465		
1600	1.540	1.461	2.382	1.863	1.376	1.474		
1700	1.549	1.469	2.399	1.884	1.385	1.482		
1800	1.557	1.478	2.415	1.905	1.393	1.490		
1900	1.566	1.482	2.428	1.925	1.401	1.497		
2000	1.574	1.490	2.445	1.946	1.409	1.503		
2100	1.578	1.500	2.457	1.967	1.417	1.510		
2200	1.586	1.503	2.470	1.984	1.425	1.516		
2300	1.595	1.511	2.482	2.001	1.433	1.521		
2400	1.599	1.515	2.491	2.018	1.440	1.526		
2500	1.607	1.520	2.499	2.030	1.448	1.531		
2600	1.612	1.528	2.507	2.047	1.455	1.537		
2700	1.616	1.532	2.520	2.060	1.462	1.541		
2800	1.624	1.536	2.528	2.076	1.469	1.545		
2900	1.628	1.540	2.537	2.089	1.476	1.549		
3000	1.637	1.545	2.541	2.097	1.482	1.533		

比熱(x,y)
xi=$\lfloor x/100 \rfloor$
CpDown=平均定圧比熱$_{y+1,xi+2}$
CpUp=平均定圧比熱$_{y+1,xi+3}$
return (CpDown+(CpUp−CpDown)(x/100−xi))[kJ/m^3]

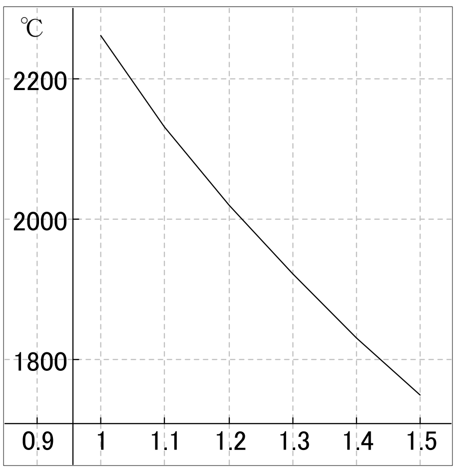
理論燃焼温度$_{1..6}$=0　　空気過剰率$_{1..6}$=0

(for k = 1 to 6 step 1)
λ=1+0.1(k−1)
空気過剰率$_k$=λ
t=2000
(for j = 1 to 100 step 1)
t2=t_new(λ,t)
break　|t2−t|<0.1
t=t2
理論燃焼温度$_k$=t

理論燃焼温度={2262, 2131, 2019, 1921, 1830, 1750}

グラフを描く　{空気過剰率,理論燃焼温度}

カルキングのデーターグラフで作成



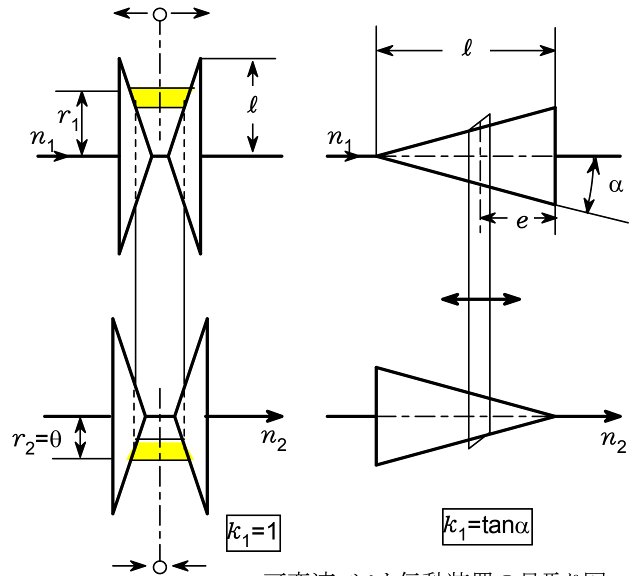
機械式無段伝動装置

接線力を摩擦結合で伝達する装置の場合は、摩擦力を完全に利用することと、F_u=一定であることを前提とする。

その他に、n_1=一定およびP_1=P_2、すなわちη=1であることが前提となる。

無段変速ベルト伝動装置

伝達要素として平ベルト、Vベルトチェーンあるいは摩擦車が使われる。



可変速ベルト伝動装置の見取り図

出力側回転速度:

$$n_2=n_1\frac{\ell-e}{e}$$

接線力:

$$F_u=M_1\frac{1}{(1-e)k_1}$$

出力トルク:

$$M_2=F_u\ell\frac{n_1}{n_1+n_2}k_1$$

変速範囲:

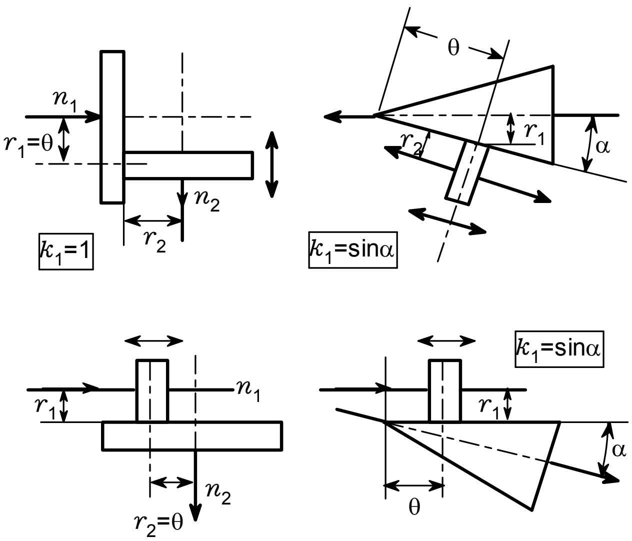
Vベルトの場合

1個の変速プーリ　1:4まで

2個の変速プーリ　1:10まで

チェーンの場合　1:6から1:10

無段変速摩擦車伝動装置



摩擦車伝動装置

$$n_2=n_1\frac{e}{r_2k_1}$$

$$F_u=\frac{M_1}{ek_1}=\text{一定}$$

$$M_2=F_ur_2=\text{一定}$$

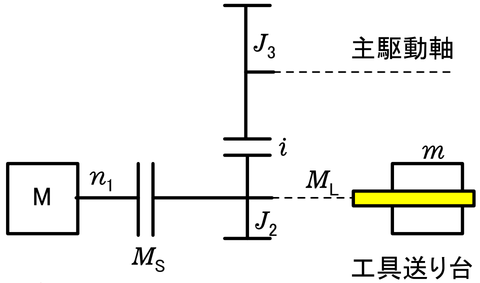
摩擦車伝動装置

$$n_2=n_1\frac{r_1}{ek_1}$$

$$F_u=M_1/r_1=\text{一定}$$

$$M_2=F_ur_2=F_ur_1\frac{n_1}{n_2}$$

＜工作機械駆動用主クラッチ＞



条件:　$n_1=9000\mathrm{rpm}$　$M_L=20\mathrm{N\cdot m}$　$i=2.8$　$J_2=0.04\mathrm{kg\cdot m^2}$

高速作動　$v=1\mathrm{m/s}$　$z_h=200\mathrm{h^{-1}}$　$J_3=0.5\mathrm{kg\cdot m^2}$　$m=800\mathrm{kg}$（工具送り台）

選択:多板クラッチ　$M_S=50\mathrm{N\cdot m}$　$\mu=0.1$　$d_a=125\mathrm{mm}$　$d_i=80\mathrm{mm}$

回転角速度:　$\omega_{10}=n_1=150\mathrm{s^{-1}}$

被動側の質量慣性モーメント:

$$J_{2等価}=J_2+\frac{J_3}{i^2}+m\left(\frac{v}{\omega_{10}}\right)^2=0.04\mathrm{kg\cdot m^2}+\frac{0.5\mathrm{kg\cdot m^2}}{2.8^2}+800\mathrm{kg}\times\left(\frac{1\mathrm{m/s}}{150\mathrm{s^{-1}}}\right)^2=0.14\mathrm{kg\cdot m^2}$$

すべり時間:

$$t_r=\frac{J_{2等価}\,\omega_{10}}{M_S-M_L}=\frac{0.14\mathrm{kg\cdot m^2}\times150\mathrm{s^{-1}}}{50\mathrm{N\cdot m}-20\mathrm{N\cdot m}}=0.7\mathrm{s}$$

摩擦仕事:

$$W_v=\frac{J_{2等価}\,\omega_{10}^2M_S}{2(M_S-M_L)}=\frac{0.14\mathrm{kg\cdot m^2}\times\left(150\mathrm{s^{-1}}\right)^2\times50\mathrm{N\cdot m}}{2\times(50\mathrm{N\cdot m}-20\mathrm{N\cdot m})}=2625\mathrm{N\cdot m}$$

摩擦仕事率:

$$P_v=W_vz_h=2625\mathrm{N\cdot m}\times200\mathrm{h^{-1}}=146\mathrm{W}$$

摩擦面面積:

$$A_B=\frac{\pi\left(d_a^2-d_i^2\right)}{4}=\frac{3.14\times\left((125\mathrm{mm})^2-(80\mathrm{mm})^2\right)}{4}=72.4\mathrm{cm^2}$$

摩擦面の数:

$$z=\frac{P_v}{A_Bq_{許容}}=\frac{146\mathrm{W}}{72.4\mathrm{cm^2}\times0.3\mathrm{W/cm^2}}=6.7$$

$q_{許容}=0.3\mathrm{W/cm^2}$

クラッチ板の数:

$$z_L=z+1=6.7+1=7.7$$

$z=\mathrm{Even}(z)$

xより大きい最小の偶数を返す関数

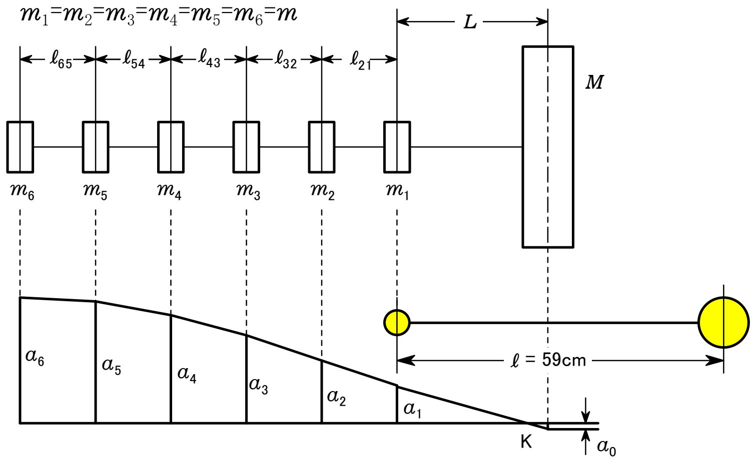
```
Even( x )
var  a,b,c
a=⌈x⌉
b=divmod(a,2)
{c=a      b2=0
{c=a+1
return c
```

摩擦面圧力:

$$r_m=\frac{1}{4}\left(d_a+d_i\right)=\frac{1}{4}\times(125\mathrm{mm}+80\mathrm{mm})=5.125\mathrm{cm}$$

$$p=\frac{M_S}{A_Bz\mu r_m}=\frac{50\mathrm{N\cdot m}}{72.4\mathrm{cm^2}\times8\times0.1\times5.125\mathrm{cm}}=16.8\mathrm{N/cm^2}$$

＜はずみ車つき6気筒エンジン＞ 固有振動数を求める



データ

Data

m	7.02kg
M	1522.5kg
$\ell_{等価}$	17cm
L	25cm
r	8cm
G	0.83×10^{7}N/cm^2
J_p	201cm^4
ω_e	1065.8s^{-1}

m=Data$_{2,1}$　M=Data$_{2,2}$　$\ell_{等価}$=Data$_{2,3}$

L=Data$_{2,4}$　r=Data$_{2,5}$　G=Data$_{2,6}$

J_p=Data$_{2,7}$　初期データ=8

システム定数：$K=\dfrac{GJ_p}{r^2}=\dfrac{(8.3\times10^{6})\,\mathrm{N/cm^2}\times0.00000201\,\mathrm{m^4}}{(0.08\,\mathrm{m})^2}=2.607\times10^{7}\,\mathrm{N}$

2質量ー等価系：$\ell=2\ell_{等価}+L=2\times0.17\,\mathrm{m}+0.25\,\mathrm{m}=0.59\,\mathrm{m}$

$$\omega_{elim}=\sqrt{\frac{K}{\ell}\frac{6m+M}{6mM}}=\sqrt{\frac{(2.607\times10^{7})\,\mathrm{N}}{0.59\,\mathrm{m}}\times\frac{6\times7.02\,\mathrm{kg}+1522.5\,\mathrm{kg}}{6\times7.02\,\mathrm{kg}\times1522.5\,\mathrm{kg}}}=1038\,\mathrm{s^{-1}}$$

計 算

最初の仮定：　ω_e=Data$_{2,初期データ}$

$a_{1..6}=0$　　$a_6=1.0$cm　配列を定義

a_0だけは別扱いする。

$n=\dfrac{\omega_e-\omega_{elim}}{0.1\,\mathrm{s^{-1}}}=278$　最大繰り返し数

残差Rが負から正になったら終了

(for k = 1 to n step 1)
残差計算(ω_e^2)
break　$R/1\mathrm{N}\geq0$
$\omega_e=\omega_e-0.1\,\mathrm{s^{-1}}$

求める値がω_eにセットされている。

ω_eの値にしたがってa_kを求め、残差Rを求める関数

残差計算(ω)
$c=\dfrac{\omega}{K}\ell_{等価}m$
(for k = 5 to 1 step − 1)
$a_k=a_{k+1}-c\sum\limits_{n=k+1}^{6}a_n$
$c_L=\dfrac{\omega}{K}Lm$
$a_0=a_1-c_L\sum\limits_{n=1}^{6}a_n$
$R=\omega\left(\sum\limits_{n=1}^{6}a_n m+a_0M\right)$
return

値の確認

$\omega_e=1065.8\,\mathrm{s^{-1}}$

$R=682\,\mathrm{N}$

a={0.310891cm, 0.519673cm, 0.701438cm, 0.846735cm, 0.948011cm, 1cm}

a_0=−0.0199105cm

＜ディーゼルサイクルのP－V線図を描く＞

動作液体の比熱比　　k=1.4

R=空気のデータ$_{2,ガス定数}$　　ガス定数=1

C_p=空気のデータ$_{2,定圧比熱}$　　定圧比熱=2

C_v=空気のデータ$_{2,定積比熱}$　　定積比熱=3

空気のデータ

ガス定数	0.2872[kJ/kgK]
定圧比熱	1.0050[kJ/kgK]
定積比熱	0.7171[kJ/kgK]

V_1=気体のデータ$_{2,状態1の体積}$　　状態1の体積=1

P_1=気体のデータ$_{2,状態1の圧力}$　　状態1の圧力=2

T_1=気体のデータ$_{2,状態1の温度}$　　状態1の温度=3

V_2=気体のデータ$_{2,状態2の体積}$　　状態2の体積=4

Q_{23}=気体のデータ$_{2,状態2から3の加熱量}$　　状態2から3の加熱量=5

気体のデータ

状態1の体積	800[cm^3]
状態1の圧力	0.1[MPa]
状態1の温度	400[K]
状態2の体積	45[cm^3]
状態2から3の加熱量	3[kJ]

このときのディーゼルサイクルのP－V線図を求める

$$M=\frac{P_1V_1}{RT_1}=\frac{0.1[\mathrm{MPa}]\times 800[\mathrm{cm^3}]}{0.2872[\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}]\times 400[\mathrm{K}]}=0.0006964[\mathrm{kg}]$$

$$T_1V_1^{k-1}=T_2V_2^{k-1} \quad\Rightarrow\quad T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}=400[\mathrm{K}]\times\left(\frac{800[\mathrm{cm^3}]}{45[\mathrm{cm^3}]}\right)^{1.4-1}=1265[\mathrm{K}]$$

$$P_1V_1^{k}=P_2V_2^{k} \quad\Rightarrow\quad P_2=P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k}=0.1[\mathrm{MPa}]\times\left(\frac{800[\mathrm{cm^3}]}{45[\mathrm{cm^3}]}\right)^{1.4}=5.62[\mathrm{MPa}]$$

$$Q_{23}=MC_p(T_3-T_2)$$

$$T_3=\frac{Q_{23}}{MC_p}+T_2=\frac{3[\mathrm{kJ}]}{0.0006964[\mathrm{kg}]\times 1.005[\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}]}+1265[\mathrm{K}]=5551[\mathrm{K}]$$

$$\frac{V_3}{V_2}=\frac{T_3}{T_2} \quad\Rightarrow\quad V_3=\frac{T_3}{T_2}V_2=\frac{5551[\mathrm{K}]}{1265[\mathrm{K}]}\times 45[\mathrm{cm^3}]=197[\mathrm{cm^3}]$$

$P_3=P_2$　　　$V_4=V_1$

$$P_3V_3^{k}=P_4V_4^{k} \quad\Rightarrow\quad P_4=P_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k}=5.62[\mathrm{MPa}]\times\left(\frac{197[\mathrm{cm^3}]}{800[\mathrm{cm^3}]}\right)^{1.4}=0.79[\mathrm{MPa}]$$

$$T_3V_3^{k-1}=T_4V_4^{k-1} \quad\Rightarrow\quad T_4=T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1}=5551[\mathrm{K}]\times\left(\frac{197[\mathrm{cm^3}]}{800[\mathrm{cm^3}]}\right)^{1.4-1}=3169[\mathrm{K}]$$

＜成績管理＞

成績計算（成績表,30）

これを実行すると30人の平均点を求め、偏差値、順位を表にセットしていきます。
また、table_spec1にしたがって度数分布表を作成します。

実行前

成績表

番号	合計点	偏差値	順位
1	204		
2	241		
3	239		
4	210		
5	220		
6	205		
7	206		
8	185		
9	193		
10	234		
11	218		
12	219		
13	198		
14	188		
15	213		
16	238		
17	221		
18	182		
19	229		
20	208		
21	219		
22	231		
23	237		
24	215		
25	224		
26	217		
27	198		
28	205		
29	231		
30	245		

実行後

成績表２

番号	合計点	偏差値	順位
1	204	43	24
2	241	65	2
3	239	64	3
4	210	47	19
5	220	52	12
6	205	44	22
7	206	44	21
8	185	32	29
9	193	37	27
10	234	61	6
11	218	51	15
12	219	52	13
13	198	40	25
14	188	34	28
15	213	48	18
16	238	63	4
17	221	53	11
18	182	30	30
19	229	58	9
20	208	45	20
21	219	52	13
22	231	59	7
23	237	62	5
24	215	50	17
25	224	55	10
26	217	51	16
27	198	40	25
28	205	44	22
29	231	59	7
30	245	67	1

左の表作成実行プログラム

成績計算(Sheet,n)
var a,b,c,d
$b_{1..n}=0$
(for k = 1 to n step 1)
$b_k=Sheet_{2,k+1}$
a=message_dialog("成績計算","平均点を求めます",1)
stop a=2
平均点=$\bar{b}$
a=message_dialog("成績計算","偏差値をセットします",1)
stop a=2
c=stdevp(b)
(for k = 1 to n step 1)
$Sheet_{3,k+1}=\dfrac{b_k-\text{平均点}}{c}\times 10+50$
a=message_dialog("成績計算","順位をセットします",1)
stop a=2
d=sort(b)
(for k = 1 to n step 1)
(for j = 1 to n step 1)
{$Sheet_{4,k+1}=n+1-j$ $b_k=d_j$
a=message_dialog("成績計算","度数分布を作成します",1)
stop a=2
度数分布表作成(b,n)

度数分布

合計点	
246～250	0
241～245	2
236～240	3
231～235	3
226～230	1
221～225	2
216～220	5
211～215	2
206～210	3
201～205	3
196～200	2
191～195	1
186～190	1
181～185	2
計	30

度数分布の表作成実行プログラム

度数分布表作成 (x, n)
var a, c, p, s, t, u
command_interface_table(table_spec1)
$度数分布_{1,1}$=|"合計点"|
$度数分布_{1,16}$=|"計"|
$度数分布_{2,16}$=‖x‖
t=250
s=246
(for k = 1 to 14 step 1)
u=≪s≫+"～"+≪t≫
$度数分布_{1,k+1}$=|u|
s=s-5
t=t-5
p=table_row(度数分布)
(for k = 2 to p-1 step 1)
$度数分布_{2,k}$=0
(for k = 1 to n step 1)
$c=\lceil (x_k-180)/5 \rceil$
$度数分布_{2,p-c}$=$度数分布_{2,p-c}$+1
a=message_dialog("成績計算","度数分布表を作成しました",0)

table_spec1

table_interface	引数	備考
function	create	新規作成
表の名称	度数分布	
行数	16	
列数	2	
作成位置(X)	40	スクリーン座標
作成位置(Y)	800	スクリーン座標
テキスト配置(X)	2	左(0):中央(1):右(2)
テキスト配置(Y)	1	上(0):中央(1):下(2)
フレームID	55	作成された表のID

＜品質管理1＞

常態分布図

左側にかかれた計算式と、次のページの計算式を
実行すると、右のような計算結果になります。

Sheet1

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	Mean	Sigma	
Y1	3.95	4.64	3.81	3.40	3.80	3.57	3.35	4.02	3.50	3.74			
Y2	3.27	3.22	4.16	3.15	4.03	4.00	3.74	3.99	3.72	3.71			
mean													

Mean	Sigma	
3.778	0.377	
3.699	0.367	
3.739	0.372	

実行前

N=20

MIN(A)=

MAX(A)=

R=MAX(A)-MIN(A)=

K=7

H=R/K=

組別	下限	上限	f(pcs)	u	uf	
01X						
02X						
03X						
04X						
05X						
06X						
07X						
08X						
09X						
	TOTAL					

	f
01X	
02X	
03X	
04X	
05X	
06X	
07X	

規格下限 SL=3

平均 $\chi=\text{Sheet1}_{\text{DataIndexC+2,2+DataIndexR}}=3.739$

標準差 $\sigma=\text{Sheet1}_{\text{DataIndexC+3,2+DataIndexR}}=0.372$

$$Cpk=\frac{\chi-SL}{3\sigma}=\frac{3.739-3}{3\times0.372}=$$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{\left\{\frac{-(x-\chi)^2}{2\sigma^2}\right\}}$$

再実行後

N=20

MIN(A)=3.15

MAX(A)=4.64

R=MAX(A)-MIN(A)=1.49

K=7

H=R/K=0.213

組別	下限	上限	f(pcs)	u	uf	
01X	3.15	3.36	4			
02X	3.36	3.58	3			
03X	3.58	3.79	4			
04X	3.79	4.00	5			
05X	4.00	4.22	3			
06X	4.22	4.43	0			
07X	4.43	4.64	1			
08X						
09X						
	TOTAL		20			

	f
01X	****
02X	***
03X	****
04X	*****
05X	***
06X	
07X	*

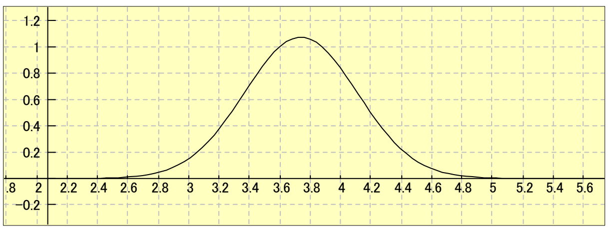
SL=3

$\chi=\text{Sheet1}_{\text{DataIndexC+2,2+DataIndexR}}=3.739$

$\sigma=\text{Sheet1}_{\text{DataIndexC+3,2+DataIndexR}}=0.372$

$$Cpk=\frac{\chi-SL}{3\sigma}=\frac{3.739-3}{3\times0.372}=0.662$$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{\left\{\frac{-(x-\chi)^2}{2\sigma^2}\right\}}$$



＜品質管理2＞　カルキングで作成した常態分布図のプログラム

DataIndexC=table_column(Sheet1)−4　　DataIndexR=2

table_row(Sheet1)=8　　table_column(Sheet1)=14

DataIndexC=10　　DataIndexR=2

$A_{1..20}=0$

(for k = 1 to 10 step 1)
$A_k=\mathrm{Sheet1}_{k+1,2}$

(for k = 11 to 20 step 1)
$A_k=\mathrm{Sheet1}_{k+1-10,3}$

A={ 3.95, 4.64, 3.81, 3.4, 3.8, 3.57, 3.35, 4.02, 3.5, 3.74, 3.27, 3.22, 4.16, 3.15, 4.03, 4, 3.74, 3.99, 3.72, 3.71}

(for k = 2 to 2+DataIndexR−1 step 1)

$$\mathrm{Sheet1}_{\mathrm{DataIndexC}+2,k}=\frac{\sum_{i=1}^{\mathrm{DataIndexC}}\mathrm{Sheet1}_{1+i,k}}{\mathrm{DataIndexC}}$$ Calculation of Mean

$$\mathrm{Sheet1}_{\mathrm{DataIndexC}+3,k}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\mathrm{DataIndexC}}\left(\mathrm{Sheet1}_{1+i,k}-\mathrm{Sheet1}_{\mathrm{DataIndexC}+2,k}\right)^2}{\mathrm{DataIndexC}-1}}$$ Calculation of Sigma

$$\mathrm{Sheet1}_{\mathrm{DataIndexC}+2,2+\mathrm{DataIndexR}}=\frac{\sum_{i=1}^{\mathrm{DataIndexR}}\mathrm{Sheet1}_{\mathrm{DataIndexC}+2,2+i-1}}{\mathrm{DataIndexR}}$$ Mean of Mean

$$\mathrm{Sheet1}_{\mathrm{DataIndexC}+3,2+\mathrm{DataIndexR}}=\frac{\sum_{i=1}^{\mathrm{DataIndexR}}\mathrm{Sheet1}_{\mathrm{DataIndexC}+3,2+i-1}}{\mathrm{DataIndexR}}$$ Mean of Sigma

(for k = 1 to 7 step 1) for making 上限 and 下限 data
$\mathrm{Sheet2}_{2,1+k}=3.15+(k-1)H$
$\mathrm{Sheet2}_{3,1+k}=3.15+kH$

$x_1=0$　$x_2=0$　$x_3=0$　$x_4=0$　$x_5=0$　$x_6=0$　$x_7=0$

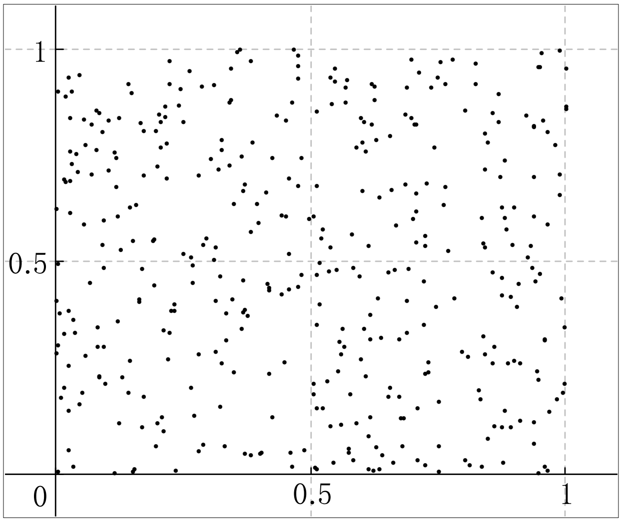
(for k = 1 to 20 step 1)

$$\begin{cases} x_1=x_1+1 & A_k\le \mathrm{Sheet2}_{3,2}\\ x_2=x_2+1 & \mathrm{Sheet2}_{3,2}<A_k\le \mathrm{Sheet2}_{3,3}\\ x_3=x_3+1 & \mathrm{Sheet2}_{3,3}<A_k\le \mathrm{Sheet2}_{3,4}\\ x_4=x_4+1 & \mathrm{Sheet2}_{3,4}<A_k\le \mathrm{Sheet2}_{3,5}\\ x_5=x_5+1 & \mathrm{Sheet2}_{3,5}<A_k\le \mathrm{Sheet2}_{3,6}\\ x_6=x_6+1 & \mathrm{Sheet2}_{3,6}<A_k\le \mathrm{Sheet2}_{3,7}\\ x_7=x_7+1 & \mathrm{Sheet2}_{3,7}<A_k\le \mathrm{Sheet2}_{3,8}\end{cases}$$ Count each areas

$\mathrm{Sheet2}_{4,2}=x_1$ Set f
$\mathrm{Sheet2}_{4,3}=x_2$
$\mathrm{Sheet2}_{4,4}=x_3$
$\mathrm{Sheet2}_{4,5}=x_4$
$\mathrm{Sheet2}_{4,6}=x_5$
$\mathrm{Sheet2}_{4,7}=x_6$
$\mathrm{Sheet2}_{4,8}=x_7$
$\mathrm{Sheet3}_{2,2}=|x_1*"*"|$ Draw Histgram
$\mathrm{Sheet3}_{2,3}=|x_2*"*"|$
$\mathrm{Sheet3}_{2,4}=|x_3*"*"|$
$\mathrm{Sheet3}_{2,5}=|x_4*"*"|$
$\mathrm{Sheet3}_{2,6}=|x_5*"*"|$
$\mathrm{Sheet3}_{2,7}=|x_6*"*"|$
$\mathrm{Sheet3}_{2,8}=|x_7*"*"|$
$\mathrm{Sheet2}_{4,11}=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$

＜散布図＞

カルキングの乱数データの散らばり具合を、
2Dデータグラフの散布図で表示します。
これにより数値データでは分りにくい
データの散らばりが、明瞭に分かります。



以下の代入定義をひとつづつ実行して
ください

x=random(400)

y=random(400)

$\boxed{\{x,y\}}$

この式を選択して「実行」-「2D-グラフ」-
「データ型-「x,y軸」」でデータ型のスタイルを散布図にします。

具体的データを以下に表示します。

{x,y}=　　　　計算実行で以下のようになります。

この位置をマウスクリックし、shiftキー+→　でデータ部を選択して、
散布図を描くこともできます。

({x,y}={{0.951577, 0.778708, 0.127214, 0.83791, 0.196165, 0.510497, 0.312305, 0.729214, 0.363737, 0.117298, 0.957105, 0.937156, 0.283817, 0.164935, 0.70712, 0.365499, 0.5728, 0.547227, 0.948592, 0.146527, 0.872328, 0.805772, 0.222417, 0.379909, 0.678429, 0.871611, 0.743143, 0.51075, 0.415604, 0.537317, 0.602081, 0.00437562, 0.70092, 0.746601, 0.243124, 0.800995, 0.565997, 0.0789978, 0.439773, 0.171895, 0.119947, 0.98666, 0.75094, 0.808728, 0.999788, 0.872796, 0.665552, 0.08387, 0.605974, 0.598332, 0.0346306, 0.167942, 0.142721, 0.221086, 0.0546622, 0.332267, 0.822525, 0.207656, 0.032359, 0.280315, 0.688442, 0.846177, 0.719256, 0.558508, 0.672099, 0.016442, 0.6868, 0.958309, 0.600331, 0.505657, 0.229871, 0.945888, 0.554428, 0.474269, 0.626847, 0.757819, 0.486357, 0.891237, 0.170948, 0.988296, 0.0157844, 0.34834, 0.160762, 0.749083, 0.854656, 0.754202, 0.614158, 0.448047, 0.6117, 0.203867, 0.562436, 0.705982, 0.00316607, 0.084244, 0.0433448, 0.287185, 0.546179, 0.263248, 0.998376, 0.829216, 0.896898, 0.634059, 0.859349, 0.579678, 0.637383, 0.263063, 0.312498, 0.308614, 0.430986, 0.990723, 0.454773, 0.688797, 0.683464, 0.841192, 0.696021} })

＜光学レンズ＞

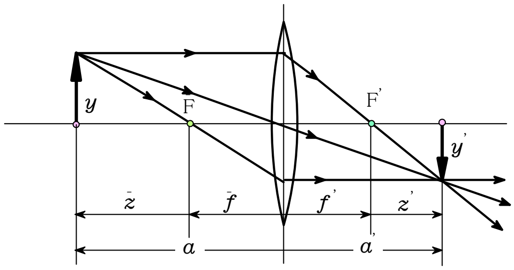
レンズの結像方程式 $-\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a'}=\dfrac{1}{f'}$　　結像方程式のニュートンの形式 $\bar{z}z'=-f'^{2}$

結像倍率 $\beta'=\dfrac{y'}{y}=\dfrac{a'}{a}$　　奥行き倍率 $\alpha'=\dfrac{a'}{a}=\beta'^{2}$

a:物体までの距離
a':像までの距離
f':焦点距離
y:物体の大きさ
y':像の大きさ
$\bar{z}$:焦点$\bar{F}$からの物体の距離
z':焦点F'からの物体の距離

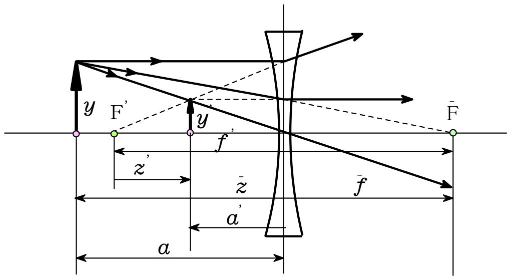
凸レンズによる像($f'>0$; $\bar{f}<0$)

物体の位置	像の位置	像の倍率	像の種類
$a=-\infty$	$a'=f'$	$\beta'=0$ 縮小	実像、
↓	↓	↓	
$-2f'$	$2f'$	-1 等倍	倒立
↓	↓	↓ 拡大	
$-f'$	$+\infty$	$-\infty$	
$-f'$	$-\infty$	$-\infty$ 拡大	虚像、
↓	↓	↓	
0	0	+1 等倍	正立



凹レンズによる像($f'<0$; $\bar{f}>0$)

物体の位置	像の位置	像の倍率	像の種類
$a=-\infty$	$a'=f'$	$\beta'=0$ 縮小	虚像、
↓	↓	↓	
0	0	+1 等倍	正立



レンズの屈折力: $D=\dfrac{1}{f'}=-\dfrac{1}{\bar{f}}$　　薄いレンズの屈折力: $D=(n-1)\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)$

距離dを置いた2枚の薄いレンズの合成焦点距離および屈折力: $f'=\dfrac{f_1'f_2'}{f_1'+f_2'-d}$

D:屈折力(m^{-1}=dpt)
n:ガラスの屈折率
r_1,r_2:レンズの曲率半径
d:レンズ中央間の距離
$D=D_1+D_2-dD_1D_2$

例題

問1　焦点距離 f'=0.1m の凸レンズで、レンズの前 a=−0.15m のところにある y=5cm の物体の像を結ばせる。
　a) 像のレンズからの距離 a' はいくらか。
　b) 像の大きさはいくらか。

解1　a) $f'=0.1\text{m}$　　$a=-0.15\text{m}$　　$a'=\dfrac{af'}{a+f'}=\dfrac{(-0.15)\text{m}\times0.1\text{m}}{(-0.15)\text{m}+0.1\text{m}}=0.3\text{m}$　　レンズの後方

b) $y=5\text{cm}$　　$\dfrac{y'}{y}=\dfrac{a'}{a}$　　$y'=\dfrac{a'}{a}y=\dfrac{0.3\text{m}}{(-0.15)\text{m}}\times5\text{cm}=-10\text{cm}$　　像は倒立で、大きさは10cm

問2　曲率半径が20cmと30cm の両凸面レンズがある。
　ガラスの屈折率 n=1.6 とすると、レンズの屈折率と焦点距離はいくらか。

解2　$r_1=20\text{cm}$　$r_2=-30\text{cm}$　$n=1.6$

$$D=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=(1.6-1)\times\left(\frac{1}{20\text{cm}}-\frac{1}{(-30)\text{cm}}\right)=5\text{m}^{-1}\qquad f'=\frac{1}{D}=\frac{1}{5\text{m}^{-1}}=0.2\text{m}$$

問3　問2 の両凸面レンズに、焦点距離 f'=−15cm の凹面レンズを組み合わせた。
　その組み合わせレンズは凸レンズか凹レンズか。また焦点距離はいくらか。

解3　$D_1=5\text{m}^{-1}$　　$f_2'=-15\text{cm}$　　$D_2=\dfrac{1}{f_2'}=\dfrac{1}{(-15)\text{cm}}=-6.67\text{m}^{-1}$

$D=D_1+D_2=5\text{m}^{-1}+(-6.67)\text{m}^{-1}=-1.67\text{m}^{-1}$　組み合わせレンズは凹レンズとして働く

$f'=\dfrac{1}{D}=\dfrac{1}{(-1.67)\text{m}^{-1}}=-0.60\text{m}$

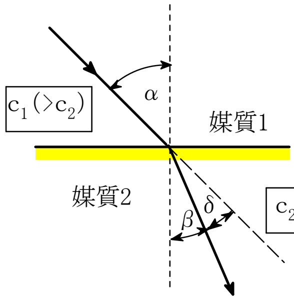
(技術評論社)工学技術の公式より

＜光の屈折＞

スネルの屈折の法則

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c_1}{c_2}=n_{21}$$

α:入射角　c_1:媒質1中の光速
β:屈折角　c_2:媒質2中の光速



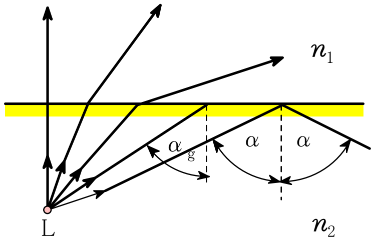
2つの物質間の相対的な屈折率は絶対屈折率の比である。

$$n_{21}=\frac{n_{20}}{n_{10}}=\frac{n_2}{n_1}$$

n_{10}:真空に対する媒質1の屈折率$=\dfrac{c_0}{c_1}$
n_{20}:真空に対する媒質2の屈折率$=\dfrac{c_0}{c_2}$

全反射の臨界角

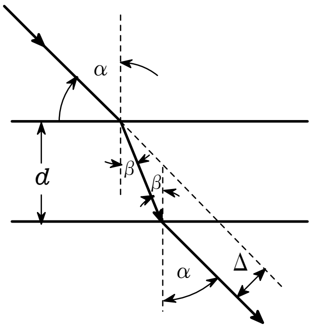
$$\sin\alpha_g=\frac{1}{n_{21}}=n_{12}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{c_2}{c_1}$$



平行平面板を通過する際の光路の平行移動量

$$\Delta=\frac{d\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta}=d\sin\alpha\times\left(1-\frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)$$

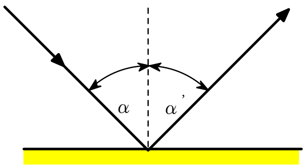
d:板厚
n:ガラスの屈折率



＜光の反射＞

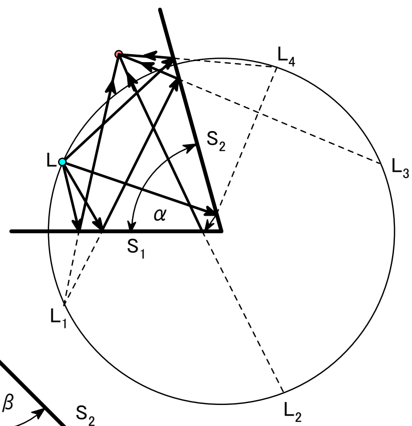
平面による反射

$\alpha=\alpha'$



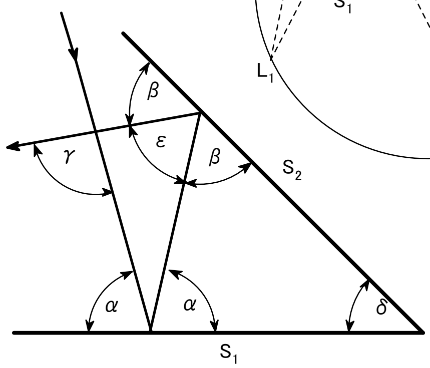
2面鏡による像の数（対象物も含める）

$$n=\frac{2\pi}{\alpha}$$



角度δをなす2枚の鏡による反射

$\gamma=2\pi-2(\alpha+\beta)=2\delta$



＜統　計＞

区間推定1

正規母集団における母平均の区間推定(母分散既知)

【設問】　標本数　$n = 25$　　標本の平均　$\bar{x} = 8.493$　　母分散　$v_p = 0.1225$

このとき　信頼係数　$\alpha = 0.95$　として母平均 m の信頼区間を推定せよ。

【計算】　$w = \mathrm{norminv}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)\cdot\sqrt{\frac{v_p}{n}}$　を定めると区間推定は　$[\bar{x} - w, \bar{x} + w] = [8.356, 8.630]$

参考：平均値と下限、上限の3つの値をまとめて、右のような表記も可能　$8.493^{8.356}_{8.630}$

【要点】　標本の平均値を表す変量を $\overline{X}$ とすると、その分散 V は　$V = \frac{v_p}{n}$　(1)

次式により変数 Z を定めると、Z は N(0, 1) に従う。　$Z = \frac{\overline{X} - m}{\sqrt{V}}$　(2)

$P(-z \leqq Z \leqq z) = \alpha$　となる z を求める。

$P(Z \leqq z) = P(Z \leqq 0) + P(0 \leqq Z \leqq z) = \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2}$　それゆえ　$z = \mathrm{norminv}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)$

区間$(-z \leqq Z \leqq z)$に式(2)を適用すると　$\overline{X} - z\sqrt{V} \leqq m \leqq \overline{X} + z\sqrt{V}$　(3)

式(3)に式(1)を代入すると　$\overline{X} - z\sqrt{\frac{v_p}{n}} \leqq m \leqq \overline{X} + z\sqrt{\frac{v_p}{n}}$

信頼区間は $\overline{X}$ にその実現値である $\bar{x}$ の値を代入して求められる。

主因子法

相関行列　$R = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.72 & 0.62 \\ 0.72 & 1.00 & 0.55 \\ 0.62 & 0.55 & 1.00 \end{pmatrix}$

準備　$n=3$　$V=0$

$i=1..n$　$a_i=1$

$R^a=R$　$a=\mathrm{create\_matrix}(a)$

係数ベクトルを計算するスクリプト

```
aCalc
  R^a_{i,i} = a_i^2
  w = eigen(R^a, V)
  V_{i,1} = -V_{i,1}    Σ_{h=1}^{n} V_{h,1} < 0
  a_i = √(w_1) V_{i,1}
  return a
```

1回目　$aCalc = \begin{pmatrix} 0.9039 \\ 0.8747 \\ 0.8249 \end{pmatrix}$

2回目　$aCalc = \begin{pmatrix} 0.8802 \\ 0.8306 \\ 0.7470 \end{pmatrix}$

3回目　$aCalc = \begin{pmatrix} 0.8785 \\ 0.8155 \\ 0.7147 \end{pmatrix}$

……………………

収斂　$aCalc = \begin{pmatrix} 0.9008 \\ 0.7993 \\ 0.6883 \end{pmatrix}$

＜svdデータ解析＞

多変量データに対する特異値分解

右の表は種々の色サンプルの分光反射率のデータです。
第1行目は400nmから700nmまでの40nmごとの波長の値、
第1列目は色サンプルの番号です。
それらサンプルの分光反射率の値を1000倍した値が
データとして記入されています。
このデータに対して特異値分解を行ってみましょう。

Data

	400	440	480	520	560	600	640	680
1	307	470	456	422	517	862	891	893
2	201	226	214	205	234	508	532	530
3	72	73	69	58	56	279	317	312
4	53	53	44	35	37	296	489	492
5	236	309	332	445	568	817	845	847
6	83	90	102	178	273	507	525	523
7	37	38	48	140	243	590	643	649
8	22	22	24	47	98	233	231	222
9	128	147	175	489	671	687	697	697
10	35	45	86	407	734	739	736	757
11	42	45	58	235	338	367	349	348
12	20	19	22	87	134	149	140	133
13	109	153	266	650	680	539	480	527
14	45	55	86	320	367	248	190	217
15	27	28	34	137	146	99	74	81
16	245	388	580	758	632	393	298	341
17	109	162	305	445	323	144	93	114
18	44	60	112	223	125	39	25	29
19	15	17	28	66	29	11	9	10
20	303	548	755	772	607	365	271	305
21	160	267	451	452	276	122	80	96
22	63	109	246	228	92	35	24	27
23	19	27	70	61	20	10	9	9
24	243	442	604	477	222	135	136	153
25	114	202	322	219	69	37	37	41
26	30	52	121	55	14	9	9	9
27	323	569	550	376	244	206	247	282
28	199	301	286	165	90	70	86	102
29	63	121	130	49	18	13	15	16
30	321	518	424	269	230	376	385	646
31	208	261	194	103	83	167	171	337
32	353	603	558	484	460	826	874	876
33	265	336	285	213	190	524	572	697
34	145	150	112	70	58	247	279	371
35	177	162	119	58	45	193	544	588

Step 1　データ行列の準備

表の名前はDataとしています。

データ格納用の行列を準備します。

m=table_row(Data)−1

n=table_column(Data)−1

$A=0_{m,n}$　　m行n列の零行列を代入定義

表データを行列に格納します。

```
( for i = 1 to m step 1 )
  ( for j = 1 to n step 1 )
    A[i,j]=Data[j+1,i+1]/1000
```

備考

表の名前のDataについては、第1添字は列、第2添字は行を参照することに注意してください。
Dataの第1行目と第1列目は項目名になっているので、それぞれ添字変数に1を加えて、
それらをスキップしています。

Step 2 特異値分解の計算

データ行列の特異値分解を行います。

$\{w,U,V\}$=svd(A)

wに特異値, Uに右行列, Vに左行列が格納されます。
これによって行列Aは次のように特異値分解されました。

$$A=UWV^T$$

ここでWはw_1, w_2, …, w_nを要素とする対角行列です。

成分で書くと

$$A_{p,q}=\sum_{r=1}^{n} w_r U_{p,r} V_{q,r}$$

この式の展開において、w_rの小さい項を無視することによって、データ近似を検討します。
総和が100になるよう基準化した相対特異値 f を計算します。

r	w	f	g
1	5.3822	58.41	58.41
2	1.8225	19.78	78.19
3	1.1106	12.05	90.24
4	0.2875	3.12	93.36
5	0.2665	2.89	96.25
6	0.1572	1.71	97.96
7	0.1125	1.22	99.18
8	0.0757	0.82	100.00

特異値の相対値の計算 $tr=\sum_{r=1}^{n} w_r$ $f=\frac{w}{tr}\times 100$

累積相対特異値gの計算 $g=\left\{\sum_{r=1}^{k} f_r \mid k\in\mathbb{N}_{1..n}\right\}$

右の表は、特異値の値(e)と相対特異値(f)と累積相対特異値寄与率(g)を示しています。右表を参照し、3までとって近似します。

$$A_{p,q}=\sum_{r=1}^{3} S_{p,r}V_{q,r} \qquad \text{ここで} \qquad S_{p,r}=e_r U_{p,r}$$

これらの形式から、Vは主成分分析の主成分ベクトル，Sは主成分得点に対応しています。

右行列Vの縦ベクトル

Vの最初の3つの縦ベクトルを表示します。

$$V_{*,1}=\begin{pmatrix}-0.168225\\-0.250212\\-0.279051\\-0.329634\\-0.342307\\-0.429556\\-0.443182\\-0.473776\end{pmatrix} \quad V_{*,2}=\begin{pmatrix}0.177016\\0.364690\\0.537935\\0.429746\\0.121717\\-0.268414\\-0.384779\\-0.355943\end{pmatrix} \quad V_{*,3}=\begin{pmatrix}-0.305183\\-0.458014\\-0.243431\\0.413687\\0.621933\\0.108389\\-0.114790\\-0.234445\end{pmatrix}$$

結果を主成分との結果を比較してみましょう。
このため、適当に-1を掛けて主成分ベクトルと符号を合わせます。

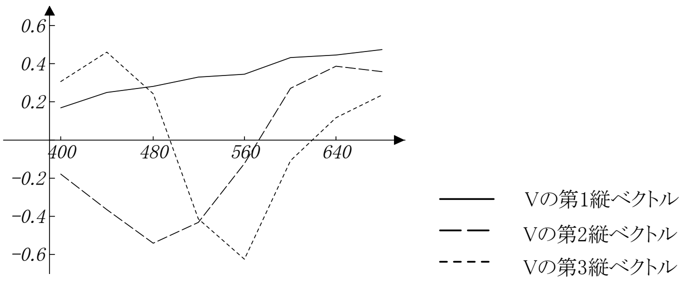
$$V_{j,1}=-V_{j,1} \qquad V_{j,2}=-V_{j,2} \qquad V_{j,3}=-V_{j,3}$$

このデータではベクトルの要素番号は波長に対応していました。
そこで各番号に対応する波長を設定します。

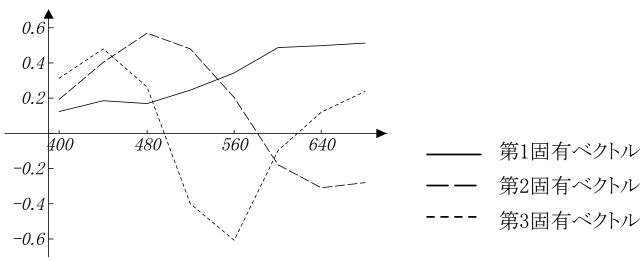
$$\lambda=\mathfrak{R}_{k=1}^{n}(400+40(k-1))$$

下の表は各波長に対するVの3つの縦ベクトルの値を示しています。グラフはそれらの図示です。

λ	$V_{*,1}$	$V_{*,2}$	$V_{*,3}$
400	0.168	-0.177	0.305
440	0.250	-0.365	0.458
480	0.279	-0.538	0.243
520	0.330	-0.430	-0.414
560	0.342	-0.122	-0.622
600	0.430	0.268	-0.108
640	0.443	0.385	0.115
680	0.474	0.356	0.234



右のグラフは同じデータの主成分分析に対する固有ベクトルです。
主成分ベクトルと特異値分解ベクトルが類似な形状であることが興味深く思えます。



＜統計＞　回帰分析（最小2乗多項式近似）

次のデータに対して、3次の最小2乗多項式 $P(x)=a_1+a_2x+a_3x^2+a_4x^3$ を求める。

Sheet1

x	y
0	0
0.1	0.1002
0.2	0.2013
0.3	0.3045
0.4	0.4108
0.5	0.5211
0.6	0.6367
0.7	0.7586
0.8	0.8881
0.9	1.0265
1	1.1752

1. x,yを代入定義する。（x, y それぞれの列を選択して代入定義するか、1行目を選択して「列の名前」として登録する。）

2. 表のデータを表の外で参照する際には表名（シート名）が必要なので、変数（配列）に置き換える。

x=Sheet1.x　　y=Sheet1.y　　代入定義する

3. 正規方程式を作る。

$n=\|x\|$　　代入定義する（‖　‖は要素の数を返す演算）

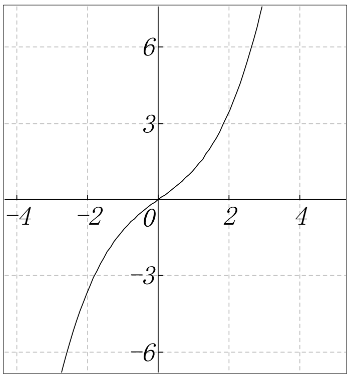
$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^4 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^4 & \sum_{i=1}^{n} x_i^5 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^4 & \sum_{i=1}^{n} x_i^5 & \sum_{i=1}^{n} x_i^6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) \\ \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 y_i) \\ \sum_{i=1}^{n} (x_i^3 y_i) \end{pmatrix}$$

4. 正規方程式を解く。

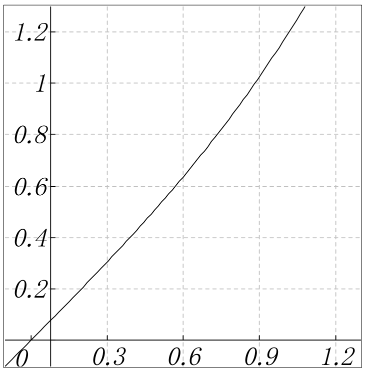
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^4 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^4 & \sum_{i=1}^{n} x_i^5 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^4 & \sum_{i=1}^{n} x_i^5 & \sum_{i=1}^{n} x_i^6 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) \\ \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 y_i) \\ \sum_{i=1}^{n} (x_i^3 y_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0001434 \\ 1.0045726 \\ -0.0201107 \\ 0.1906954 \end{pmatrix}$$

求める式は　$P(x)=-0.0001434+1.0045726x-0.0201107x^2+0.1906954x^3$

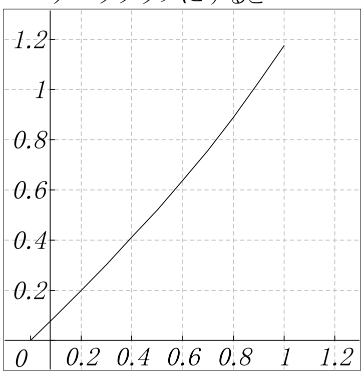
グラフにすると



データの範囲に拡大すると



{ Sheet1.x , Sheet1.y }をデータグラフにすると



＜正準相関分析（統計）＞

(1) 正準相関分析とは

q個の変量$(x_1, x_2, \dots, x_q)$があるとき、この内のr個の変量の組$(x_1, x_2, \dots, x_r)$と、q−r個の変量の組$(x_{r+1}, x_{r+2}, \dots, x_q)$との関係を知りたい場合、これらの各組の変量の線形結合

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_rx_r \qquad z = b_1x_{r+1} + b_2x_{r+2} + \dots + b_{q-r}x_q$$ を考え

yとzの間の相関係数$r_{y,z}$を最大にするように係数$a_1, a_2, \dots, a_r; b_1, b_2, \dots, b_{q-r}$を推定するのが正準相関分析である。

これによって、第1の組と第2の組の関係の程度を知ろうとするものである。ここで、$r \leqq q-r$とする。

(2) 係数の求め方

q個の変量$(x_1, x_2, \dots, x_q)$がN個の標本について測定されているとする。

それらの測定値から、標本の分散共分散行列Σを求める。q×q行列であるΣの小行列を考える。

$$\Sigma = \left(\begin{array}{c:c} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \hdashline \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{array}\right)$$

$s = q - r$ として、Σ_{11}はr×r, Σ_{12}はr×s, Σ_{21}はs×r, Σ_{22}はs×s行列である。

$T = \Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$としたとき、固有方程式 $Ta = \lambda a$ の固有値の最大値が求める相関係数の自乗に対応する。

係数ベクトル

$$a=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_r \end{pmatrix} \text{ と } b=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_s \end{pmatrix} \text{ は } \begin{cases} Ta = \lambda a \\ a^T\Sigma_{11}a = 1 \end{cases} \text{ と } b = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}a$$ より求める。

(3) 計算例1

右の表はある集団の身長、座高、体重、胸囲のデータに対する分散共分散行列である。
身長、座高を第1組の変量、体重、胸囲を第2組の変量として、
第1組と第2組の正準相関係数を求める。

	x_1	x_2	x_3	x_4
身長 x_1	26.76	11.67	16.91	6.38
座高 x_2	11.67	8.81	10.57	4.69
体重 x_3	16.91	10.57	32.45	17.39
胸囲 x_4	6.38	4.69	17.39	15.07

$$\Sigma = \left(\begin{array}{cc:cc} 26.76 & 11.67 & 16.91 & 6.38 \\ 11.67 & 8.81 & 10.57 & 4.69 \\ \hdashline 16.91 & 10.57 & 32.45 & 17.39 \\ 6.38 & 4.69 & 17.39 & 15.07 \end{array}\right)$$

小行列

$$\Sigma_{11}=\begin{pmatrix} 26.76 & 11.67 \\ 11.67 & 8.81 \end{pmatrix} \quad \Sigma_{12}=\begin{pmatrix} 16.91 & 6.38 \\ 10.57 & 4.69 \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_{21}=\begin{pmatrix} 16.91 & 10.57 \\ 6.38 & 4.69 \end{pmatrix} \quad \Sigma_{22}=\begin{pmatrix} 32.45 & 17.39 \\ 17.39 & 15.07 \end{pmatrix}$$

$T=\Sigma_{11}^{-1}\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}$ よって $T=\begin{pmatrix} 0.191532 & 0.104693 \\ 0.423092 & 0.270868 \end{pmatrix}$

Tは非対称行列であるので固有値は行列式を解いて求める。

$\det(T-\lambda E)=0$ ただし $E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

区間指定法より $\lambda = 0.0170312423897269$ $\lambda = 0.445367788744155$

大きい方の値をλに定めると正準相関係数は $\sqrt{\lambda}=0.6674$

次に係数ベクトルaを計算する。 $A=T-\lambda E$ として $Au=0$ の解を求める。

今の場合、2次元であるので手計算で求めることもできるが、ここでは一般的な方法を用いる。
線形方程式の解法に特異値分解を利用する。

U=0 V=0 w=svd(A,U,V) $u=V_{*,2}$ $u=\begin{pmatrix} -0.381284169721717 \\ -0.924457885422381 \end{pmatrix}$

符号をかえて $u=-u$ $a=\dfrac{1}{\sqrt{u^T\Sigma_{11}u}}u$ 従って $a=\begin{pmatrix} 0.0860 \\ 0.2086 \end{pmatrix}$ $b=\dfrac{1}{\sqrt{\lambda}}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}a$ 従って $b=\begin{pmatrix} 0.2296 \\ -0.1131 \end{pmatrix}$

以上の計算より、正準変量は

$y = a_1x_1+a_2x_2 = 0.0860x_1+0.2086x_2$

$z = b_1x_3+b_2x_4 = 0.2296x_3-0.1131x_4$

正準相関係数は 0.6674

＜経常収支分析＞

$$経常収入=売上高\times\left\{1-(売上債権の当期の回転期間+収益関係経過勘定の当期の回転期間)\times\frac{1}{12}\right\}$$
$$+売上債権期首金額+収益関係経過勘定期首金額+営業外収益$$

$$経常支出=売上高\times\left\{変動比率+(運転資金の当期の回転期間-売上債権の当期の回転期間-\right.$$
$$\left.収益関係経過勘定の当期の回転期間)\times\frac{1}{12}\right\}+(固定費+営業外収益)+負債性引当金目的使用額$$
$$-非資金費用-(運転資金期首金額-売上債権期首金額-収益関係経過勘定期首金額)$$

$$経常収支差=売上高\times\left\{(1-変動比率)-運転資金の当期の回転期間\times\frac{1}{12}\right\}$$
$$-(固定費+負債性引当金目的使用額-非資金費用)+運転資金期首金額$$

$$収支分岐点=\frac{固定費+負債性引当金目的使用額-非資金費用-運転資金期首金額}{1-変動比率-運転資金の当期の回転期間\times\frac{1}{12}}$$

$費用=売上高\times変動比率+固定費$ 　　　$経常利益=売上高\times(1-変動比率)-固定費$

$$損益分岐点=\frac{固定費}{1-変動比率}$$

売上高=1,200	負債性引当金目的使用額=30	売上債権の当期の回転期間=1.8
変動比率=0.6	売上債権期首金額=200	収益関係経過勘定の当期の回転期間=0.1
固定費=384	収益関係経過勘定期首金額=10	運転資金の当期の回転期間=2.5
営業外収益=20	運転資金期首金額=300	
非資金費用=70		

$$経常収入=1{,}200\times\left\{1-(1.8+0.1)\times\frac{1}{12}\right\}+200+10+20=1{,}240$$

$$経常支出=1{,}200\times\left\{0.6+(2.5-1.8-0.1)\times\frac{1}{12}\right\}+(384+20)+30-70-(300-200-10)=1{,}054$$

$$経常収支差=1{,}200\times\left\{(1-0.6)-2.5\times\frac{1}{12}\right\}-(384+30-70)+300=186$$

$$収支分岐点=\frac{384+30-70-300}{1-0.6-2.5\times\frac{1}{12}}=230$$

$費用=1{,}200\times0.6+384=1{,}104$ 　　　$経常利益=1{,}200\times(1-0.6)-384=96$

$$損益分岐点=\frac{384}{1-0.6}=960$$

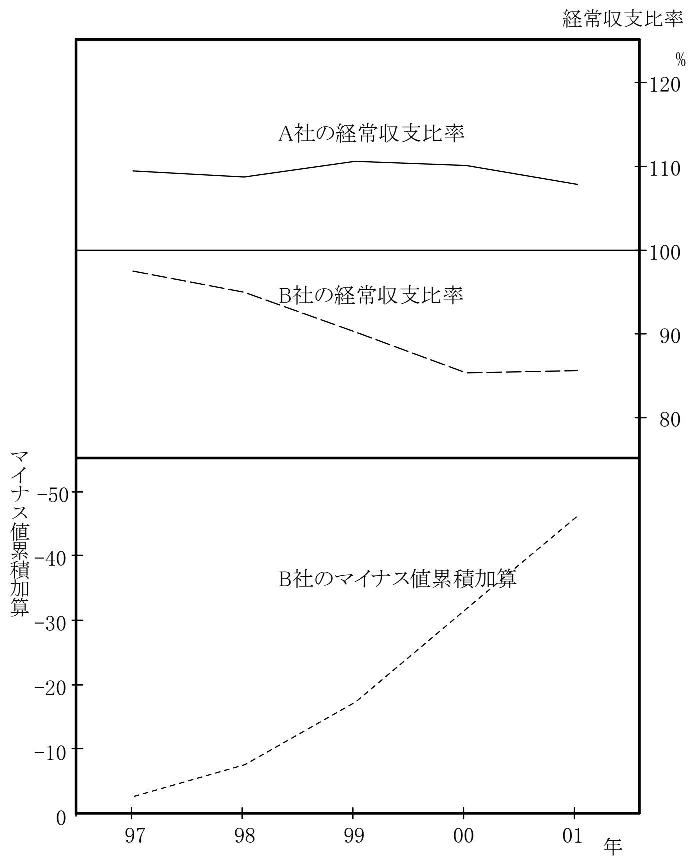
A社の経常収支表

	項目	97/3	98/3	99/3	00/3	01/3
———	経常収支比率 P(%)	109.46	108.71	110.57	110.13	107.86
	P-100 (%)	9.46	8.71	10.57	10.13	7.86
	マイナス値累積加算	非該当	非該当	非該当	非該当	非該当
「回転期間」	売上債権(月)	0.60	0.79	0.88	1.19	1.52
	買入債務(月)	1.22	1.25	1.22	1.33	1.49
	営業債権債務差(月)	-0.62	-0.46	-0.34	-0.14	0.03
	棚卸資産(月)	2.46	2.48	2.40	2.29	2.33

B社の経常収支表

	項目	97/3	98/3	99/3	00/3	01/3
— — —	経常収支比率 P(%)	97.48	95.00	90.29	85.39	85.61
	P-100 (%)	-2.52	-5.00	-9.71	-14/61	-14.39
------	マイナス値累積加算	-2.52	-7.52	-17.23	-31.84	-46.23
「回転期間」	売上債権(月)	5.55	6.73	9.15	10.04	12.63
	買入債務(月)	1.39	1.42	1.81	1.83	1.86
	営業債権債務差(月)	4.16	5.31	7.34	8.21	10.77
	棚卸資産(月)	1.05	1.14	1.45	1.54	1.42

A社とB社の経常収支比率とB社のマイナス値累積加算のグラフ



グラフの作り方

グラフにしたい部分を抜き出します。

Sheet2

109.46	108.71	110.57	110.13	107.86

グラフ描画のため、スクリプトを使って
行と列を転置します。

Sheet3

109.46
108.71
110.57
110.13
107.86

(for k = 1 to 5 step 1)
$Sheet3_{1,k}=Sheet2_{k,1}$

Sheet1

97.48	95.00	90.29	85.39	85.61

Sheet4

97.48
95
90.29
85.39
85.61

(for k = 1 to 5 step 1)
$Sheet4_{1,k}=Sheet1_{k,1}$

Sheet5

-2.52	-7.52	-17.23	-31.84	-46.23

Sheet6

2.52
7.52
17.23
31.84
46.23

(for k = 1 to 5 step 1)
$Sheet6_{1,k}=-Sheet5_{k,1}$

＜Excelへのリンク機能＞

関東地区の気象データ

概要

12か月分の仮想気象データが「マイドキュメント」のサブフォルダにExcelファイルとしてあります。
これをカルキングに自動で取り込み、処理をする過程を示します。
この例でカルキングのエクセルリンク機能の有効さが示されます。
さらに、定型業務パターンをカルキングで実現する典型的な例を示します。
重要な点は、操作をわかりやすくするためのインターフェース表の利用です。
ExcelLinkのような複雑な情報を表の形にまとめ、これを再利用します。
インターフェース表は単なる表ではなく、「実行」される資格を持った表です。
このため「実行」メニューに「インターフェース表」が用意されています。

ステップ１

Excelファイルからカルキングの表への取り込み

(1)Excelインタフェース表ファイルから、テンプレートをコピーして取り込みます。ここでは標準仕様3のstyle3をコピーしました。2列目の白色セル部分には必要な情報をセットします。
第3列目の備考欄は自由に記述可能です。
また、この欄は削除することも可能です。

folder=″C:¥Documents and Settings¥akiyoshi¥My Documents¥excel¥″

file1=folder+″関東9月.xls″　← フルパス名の定義

サンプル1

excel_interface	parameter	備考
function	style3	関数名
sheet name	″Sheet1″	アルファベット
excel top cell	″A1″	先頭セル番地
excel last cell	″E8″	最終セル番地
full path name	file1	Excelファイル名
calking table	関東9月	受け皿テーブル名
calking top cell	(1,1)	先頭セル番地
calking last cell	(5,8)	最終セル番地

サンプルで使用するインターフェース表

(2)受け皿となるカルキングの表（関東9月）をすべて空白にして準備しておきます。
（マニュアル操作でも、自動でも可能）

関東9月

地域	気圧(hPa)	気温(℃)	湿度(%)	降水量(mm)
A地点				
B地点				
C地点				
D地点				
E地点				
F地点				
G地点				

(3)インターフェース表の実行(2通りあります)

(a)手動操作

右の「サンプル1」の表を選択して、「実行」メニューの「インターフェース表」をマウスクリック

(b)プログラム操作

command_interface_table(サンプル1)

ここでサンプル1は参照されるインターフェース表の名前です。

インターフェース表の実行により受け皿の表にデータがセットされた結果

関東9月

地域	気圧(hPa)	気温(℃)	湿度(%)	降水量(mm)
A地点	1016.5	12.3	38.2	265.4
B地点	1012.4	15.5	46.3	299.3
C地点	1012.6	14.9	48.2	293.5
D地点	1024.5	18.2	40.0	278.4
E地点	1014.9	18.2	54.3	304.9
F地点	1025.5	20.0	47.2	262.2
G地点	1014.4	19.9	57.3	287.5

この操作ではExcelの起動、Excelデータの読み取り、カルキングの表へのセット、Excelの終了がすべて自動で行われています。

ステップ2

加工データ表の作成

作成する表の情報を右のtable_spec表にセットします。

r1=抽出表作成(″気温データ1″,9,2,7,50,1700)

r2=create_table(table_spec)

この式の実行で、下の気温データ1の表が空白状態で作成されます。

table_spec

テーブル仕様	デフォルト
表の名称	気温データ1
行数	2
列数	7
作成位置(X)	50
作成位置(Y)	1700

右の抽出表作成関数でデータがセットされます。

抽出表作成(name, m ,row,col,x,y)
該当月=9
文字変数=″関東″+≪該当月≫+″月″
気象データ表=search_name(文字変数)
$table\_spec_{2,2}$=|name|
$table\_spec_{2,3}$=row
$table\_spec_{2,4}$=col
$table\_spec_{2,5}$=x
$table\_spec_{2,6}$=y
return 1

気温データ1

A地点	B地点	C地点	D地点	E地点	F地点	G地点
12.3	15.5	14.9	18.2	18.2	20	19.9

気象項目=3　「関東9月」表の3列目

r3=データ書き込み(気象項目,気象データ表)

データ書き込み(item, M)
(for k = 1 to 7 step 1)
p=≪$M_{1,k+1}$≫
$気温データ1_{k,1}$=|p|
$気温データ1_{k,2}$=$M_{item,k+1}$

この式の実行で上の気温データ表1に「関東9月」表から必要なデータが抽出されます。

ステップ3

加工された表をExcelの3次元棒グラフで描画する

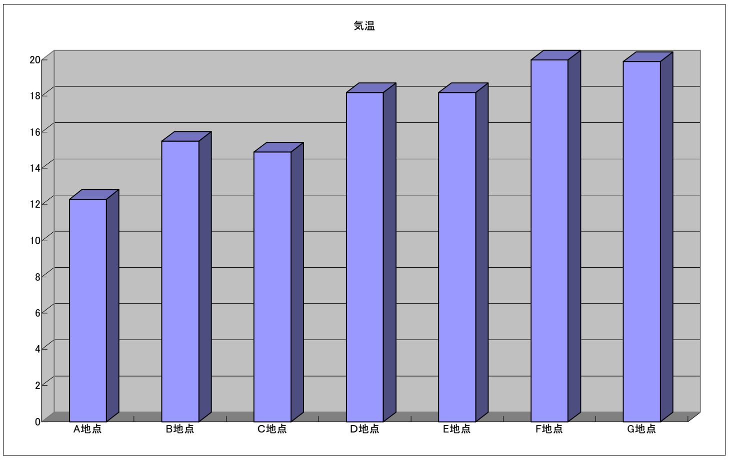
右のインターフェース表に必要なデータをセットします。

・functionのdefault1とは標準仕様1のことで、Excel起動、グラフ化などの一連の作業が定義済みの関数名のことです。

・full path nameは作成されたExcelのブックを保存するファイル名です。

・graphの値は、ExcelのVBAで定義されているものを使用します。カルキンググラフライブラリで定義されています。

excel_interface	parameter	備考
function	default1	関数名
sheet name	″気温″	アルファベット
excel top cell	″A1″	″A2″
excel last cell	″G2″	設定不要
full path name	file2	保存ファイル名
calking table	気温データ1	カルキングテーブル名
calking top cell	(1,1)	例　1,1
calking last cell	(7,2)	例　4,2
graph	xl3DColumn	グラフ種別



Excelで作成された表を貼り付けたものです。

file2=folder+″気温9月.xls″

excel_interface		インタフェース
function	end	関数名
sheet name	″気温″	アルファベット

Excel終了のためのインタフェース表

ステップ4

気圧、気温、湿度、降水量の平均値、分散、標準偏差を求める。

関東9月統計処理

	気圧	気温	湿度	降水量
平均	1017.3	17.0	47.4	284.5
分散	30.0	8.2	47.8	270.7
標準偏差	5.1	2.6	6.4	15.2

excel_interface	parameter	備考
function	default1	関数名
sheet name	″気温″	アルファベット
excel top cell	″A1″	″A2″
excel last cell	″E4″	設定不要
full path name	file2	保存ファイル名
calking table	関東9月平均地表	カルキングテーブル名
calking top cell	(1,1)	例 1,1
calking last cell	(5,4)	例 4,2
graph	xl3DColumn	グラフ種別

カルキングでの平均、分散、標準偏差関数は配列を
パラメータとします。従って、下記スクリプトでは、
それぞれ配列に対しての代入を含みます。

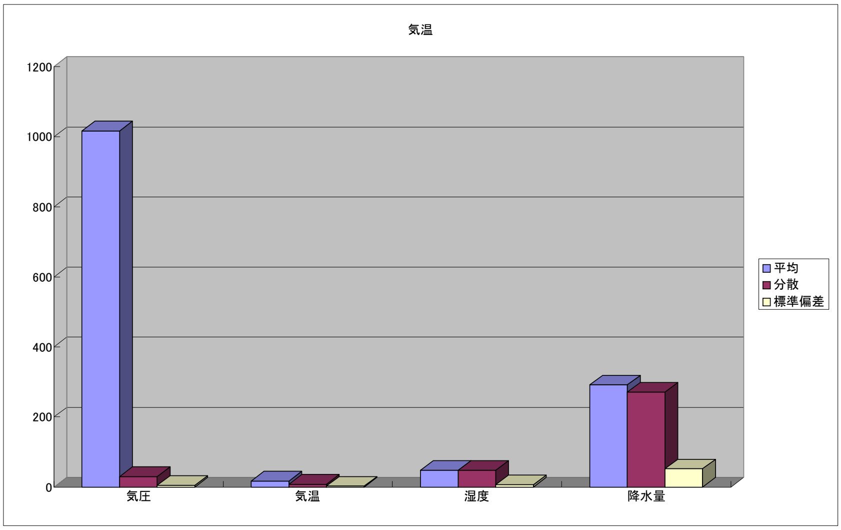
a={0,0,0,0,0,0,0}

(for k = 2 to 5 step 1)
(for m = 1 to 7 step 1)
a_m=関東9月$_{k,m+1}$
関東9月統計処理$_{k,2}$=average(a)

(for k = 2 to 5 step 1)
(for m = 1 to 7 step 1)
a_m=関東9月$_{k,m+1}$
関東9月統計処理$_{k,3}$=var(a)

(for k = 2 to 5 step 1)
(for m = 1 to 7 step 1)
a_m=関東9月$_{k,m+1}$
関東9月統計処理$_{k,4}$=stdevp(a)

関東9月統計処理データの
Excelを使ったグラフ描画は
ステップ3と同様です。

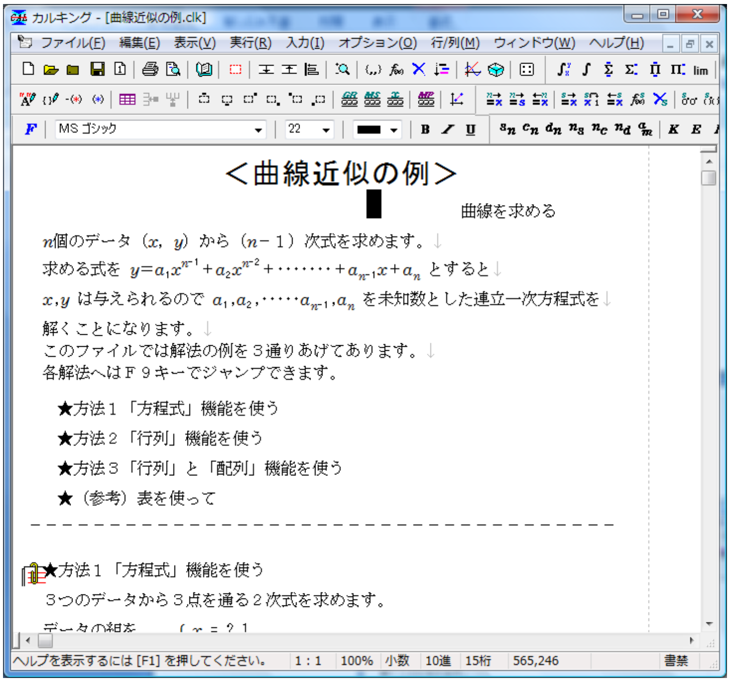


今回の例はカルキングをExcelのVBA的に利用した例です。
VBAとは全く操作イメージが異なりますが遙かに直感的です。
またスクリプト中でExcelリンクコマンドを使用できるので、多様な用途に対応できます。

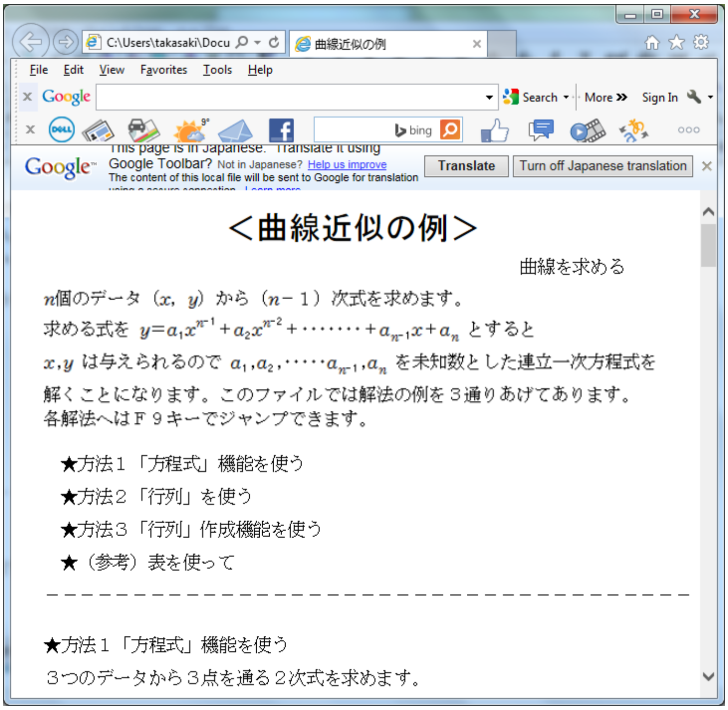
＜HTML変換例＞

カルキング上の全ての文章・数式・グラフ・表等を、HTMLファイルに変換する機能です。ひと目見ただけでは、カルキングの画面かブラウザの画面かわからないほどの高水準の変換を実現しています。

実際に変換例をご覧ください。これだけ複雑なファイルを完全に変換しています。
グラフは変換時に、PNGファイルとして自動的に保存されます。



⇐ カルキング画面



⇐ インターネット
エクスプローラ画面

線形計画法 例題と説明

プロフェッショナル版限定機能

7x+5y+4zの最大値を求める。ただし制約条件式(1),(2),(3)を満たし、x,y,zはかならず0以上であること。

★代数形式

max(7x+5y+4z)=		目的関数	
5x+y+2z≤20	(1)	制約条件式	
2x+2y+6z≤30	(2)	制約条件式	これらの制約条件式の他に、
2x+6y+4z≤40	(3)	制約条件式	暗黙に x≧0 ,y≧0 ,z≧0 が仮定されています。

最大値の他に最小値も求められます。制約条件式は通常≧または≦ですが、カルキングでは＝の付いた制約条件式も含めます。線形計画法に限り、不等号式 ≦ および ≧ に関しては、< または > で代用できます。

★解き方

目的関数を含めて、選択します。

max(7x+5y+4z)=
5x+y+2z≤20
2x+2y+6z≤30
2x+6y+4z≤40

「実行」-「方程式関連」-「線形計画法」で線形計画法ダイアログ画面が表示されます。(線形計画法ダイアログ画面で分数モードをチェックすると、分数解も得られます。)

OKボタンをクリックすると、目的関数の＝の右に次のような結果が表示されます。

最大値 ↓　xの値 ↓　yの値 ↓　zの値 ↓

max(7x+5y+4z)={48.5714285714286, {2.85714285714286, 5.71428571428571, 0}}

★表形式　　表形式では必ず標準形の係数を表にセットする必要があります。

sample

max case					
objective function	7	5	4	=	
constraint	5	1	2	<	20
constraint	2	2	6	<	30
constraint	2	6	4	<	40

この表は「入力」－「表/行列」-「線形計画法の諸元表」で作成します。

線形計画法では、最大(最小)値の他に各変数の値も同時に求めます。(諸元表作成の時に「最小値を求める」にチェックして表を作成すると、最小ケースが求められます。)

★解き方

表を選択します。
「実行」-「方程式関連」-「線形計画法」で線形計画法ダイアログ画面が表示されます。
ここからは代数形式と同じ解き方になります。ここでは分数解を求めてみました。

最大値を与えるx,y,zの値 ↓ ↓ ↓　　最大値

max case	$\frac{20}{7}$	$\frac{40}{7}$	0		
objective function	7	5	4	=	$\frac{340}{7}$
constraint	5	1	2	<	20
constraint	2	2	6	<	30
constraint	2	6	4	<	40

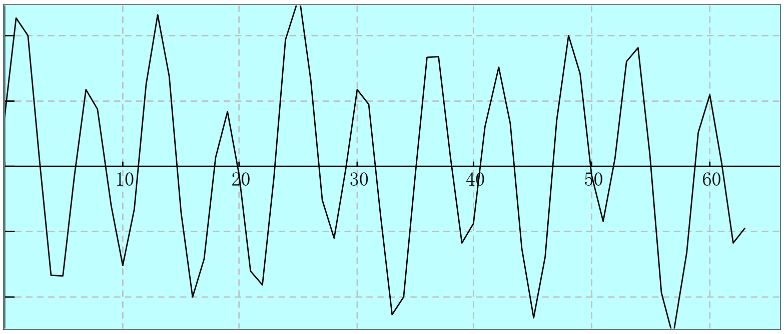
＜1次元高速フーリエ変換(FFT)＞

プロフェッショナル版限定機能

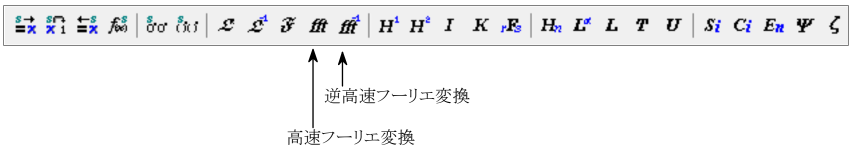
2の巾乗個の波形実測データをもとに1次元周波数分析を行います

f={3, 9.10949732073801, 8.04256821819622, 0.380941892044495, -6.69132749216299, -6.73491980695517, -0.595938306693562, 4.70968260727719, 3.53553390593273, -2.43145003571863, -6.0851356747581, -2.63559027698414, 5.0677391917244, 9.31745398255832, 5.5519308557423, -2.84252728303621, -8, -5.67090770399218, 0.563113181927043, 3.34634562252514, -0.475538003343329, -6.44194998196602, -7.25567760685487, -0.689741972191845, 7.77817459305203, 10.4513246216704, 5.28877337572582, -2.09685708677876, -4.39522689797245, -0.207160949932867, 4.70914682007863, 3.81796973464787, -3.00000000000002, -9.10949732073802, -8.04256821819621, -0.380941892044467, 6.691327492163, 6.73491980695516, 0.595938306693545, -4.70968260727719, -3.53553390593273, 2.43145003571864, 6.0851356747581, 2.63559027698413, -5.06773919172441, -9.31745398255832, -5.55193085574229, 2.84252728303621, 8, 5.67090770399218, -0.56311318192704, -3.34634562252514, 0.475538003343325, 6.44194998196602, 7.25567760685486, 0.689741972191842, -7.77817459305203, -10.4513246216704, -5.28877337572582, 2.09685708677876, 4.39522689797243, 0.207160949932821, -4.70914682007864, -3.81796973464786}

このデータをカルキングの
データグラフで表示すると
右のようになります。



この64個のデータを高速フーリエ変換します。計算誤差で見づらくなるので小数点下6桁までの表示としました。
下記の fft がシステム関数でツールバーから入力します



x=fft(f)　　代入定義

次にxの値を表示してみましょう。(表示精度小数点以下4桁)

x={0, 0, 0, 0.500000*i*, 0, 1.500000, 0, 0, 0, 0, 0, 3.500000*i*, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, - 3.500000*i*, 0, 0, 0, 0, 0, 1.500000, 0, - 0.500000*i*, 0, 0}

このxに対して逆高速フーリエ変換を行います。ここでも見やすいように小数点以下6桁表示しています。
これは確かに元のデータです。

fft^{-1}(x)={3.000000, 9.109496, 8.042568, 0.380942, -6.691327, -6.734920, -0.595938, 4.709682, 3.535534, -2.431450, -6.085136, -2.635590, 5.067739, 9.317454, 5.551930, -2.842527, -8.000000, -5.670907, 0.563113, 3.346345, -0.475538, -6.441950, -7.255677, -0.689742, 7.778174, 10.451324, 5.288773, -2.096857, -4.395227, -0.207161, 4.709146, 3.817969, -3.000000, -9.109496, -8.042568, -0.380942, 6.691327, 6.734920, 0.595938, -4.709682, -3.535534, 2.431450, 6.085136, 2.635590, -5.067739, -9.317454, -5.551930, 2.842527, 8.000000, 5.670907, -0.563113, -3.346345, 0.475538, 6.441950, 7.255677, 0.689742, -7.778174, -10.451324, -5.288773, 2.096857, 4.395227, 0.207161, -4.709146, -3.817969}

＜多項式展開・無限級数展開・フーリエ級数展開・部分分数分解＞

★多項式展開

プロフェッショナル版限定機能

拡張数学関数には多項式に展開する関数があります。
関数を入力して、「実行」－「各種の展開」－「多項式展開」で、表示されます。

polynomial_expand$(H_{12}(x))$　　エルミート多項式関数

$$=4096x^{12}-135168x^{10}+1520640x^{8}-7096320x^{6}+13305600x^{4}-7983360x^{2}+665280$$

polynomial_expand$\left(L_7^{\alpha}(x)\right)$　　拡張ラゲール多項式関数

$$=-\frac{1}{5040}x^7+\frac{1}{720}(\alpha+7)x^6-\frac{1}{240}(\alpha+7)(\alpha+6)x^5+\frac{1}{144}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)x^4$$
$$-\frac{1}{144}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)x^3+\frac{1}{240}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)x^2$$
$$-\frac{1}{720}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)(\alpha+2)x+\frac{1}{5040}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)(\alpha+2)(\alpha+1)$$

polynomial_expand$(L_{10}(t))$　　ラゲール多項式関数

$$=\frac{1}{3628800}t^{10}-\frac{1}{36288}t^9+\frac{1}{896}t^8-\frac{1}{42}t^7+\frac{7}{24}t^6-\frac{21}{10}t^5+\frac{35}{4}t^4-20t^3+\frac{45}{2}t^2-10t+1$$

polynomial_expand$(T_{15}(x))$　　第1種チェビシェフ多項式関数

$$=16384x^{15}-61440x^{13}+92160x^{11}-70400x^{9}+28800x^{7}-6048x^{5}+560x^{3}-15x$$

polynomial_expand$(U_{14}(s))$　　第2種チェビシェフ多項式関数

$$=16384s^{14}-53248s^{12}+67584s^{10}-42240s^{8}+13440s^{6}-2016s^{4}+112s^{2}-1$$

★無限級数展開

プロフェッショナル版限定機能

数学関数の計算式をマクローリン展開（ x = 0 におけるテイラー展開）します。
式を入力して、「実行」－「各種の展開」－「無限級数展開」で、表示されます。

操作方法

1） $\sin x+e^x=$　と入力します。

2）「実行」－「各種の展開」－「多項式展開」を選びます。

3）展開する最高次数の入力になりますので、11と入力し、「OK」をクリックします。

4）関数の代数計算の形で表示されます。

taylor_expand($\sin x+e^x$,11)

$$=1+2x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{60}x^5+\frac{1}{720}x^6+\frac{1}{40320}x^8+\frac{1}{181440}x^9+\frac{1}{3628800}x^{10}$$

展開する変数は デフォルトは x ですが、他の変数について展開したいときは、プロパティの「式の属性②」の「代数表現」の注目文字で指定します。

taylor_expand($\cos t$,11)

$$=1-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{24}t^4-\frac{1}{720}t^6+\frac{1}{40320}t^8-\frac{1}{3628800}t^{10}$$　（tを注目文字に指定）

★フーリエ級数展開

プロフェッショナル版限定機能

次のフーリエ展開の公式にもとづいて計算します。

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx) \qquad a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\cos(kt)\,dt \qquad b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\sin(kt)\,dt$$

x^2をフーリエ展開する場合は次のように式を作成します。
分数係数の展開の場合はプロパティで分数モードの設定が必要です。

$x^2=$

「実行」－「各種の展開」－「フーリエ級数展開」でダイアログが表示されますので、展開項数を指定してOKボタンで結果が表示されます。

$$\mathrm{fourier\_expand}(x^2,5)=\frac{1}{3}\pi^2-4\cos x+\cos(2x)-\frac{4}{9}\cos(3x)+\frac{1}{4}\cos(4x)-\frac{4}{25}\cos(5x)$$

注）分数形式はカルキングで不定積分可能な場合のみ。

$\mathrm{fourier\_expand}(x^2,10)$

$=3.2899-4\cos x+\cos(2x)-0.44444\cos(3x)-1.01110^{-15}\sin(3x)+0.25\cos(4x)-0.16\cos(5x)$
$+0.11111\cos(6x)-0.081629\cos(7x)+0.062496\cos(8x)-0.049377\cos(9x)+0.039993\cos(10x)$

注）係数の桁数はプロパティで指定します。

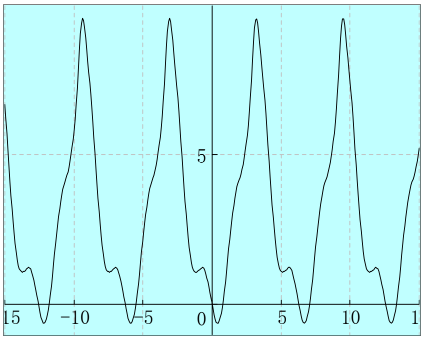
結果の式を使ってグラフも描けます。

$y=3.2899-4\cos x+\cos(2x)-0.44444\cos(3x)$

$-1.01110^{-15}\sin(3x)+0.25\cos(4x)-0.16\cos(5x)$

$+0.11111\cos(6x)-0.081629\cos(7x)+0.062496\cos(8x)$

$-0.049377\cos(9x)+0.039993\cos(10x)$



★部分分数分解

プロフェッショナル版限定機能

式を入力して、「実行」－「各種の分解」－「部分分数分解」で、表示されます。

$$\mathrm{partial\_fract\_decompose}\left(\frac{1}{s^2(4-s^2)^2}\right)=\frac{1}{16s^2}+\frac{-3}{128(s-2)}+\frac{1}{64(s-2)^2}+\frac{3}{128(s+2)}+\frac{1}{64(s+2)^2}$$

$$\mathrm{partial\_fract\_decompose}\left(\frac{-a^2s-ab-as^2+b^2+bs}{abs+as^2+b^2+bs^2+bs+s^3}\right)=\frac{-a}{b+s}+\frac{b}{as+b+s^2}$$

ラプラス変換で微分方程式を解くとき等には<u>小数モード</u>を利用します。

$$\mathrm{partial\_fract\_decompose}\left(\frac{1}{s^2+3s-20}\right)=\frac{-0.105999788000636}{s+6.2169905660283}+\frac{0.105999788000636}{s-3.2169905660283}$$

$$\mathrm{partial\_fract\_decompose}\left(\frac{4s^4+2s^2-67}{s^6+5s^5-12s^4+28s^3-12s^2+2s+123}\right)$$

$$=\frac{0.74108672s-1.1667342}{s^2-3.1192958s+3.8995381}+\frac{-0.16970508s-0.1907197}{s^2-0.37536538s+3.436221}+\frac{-0.40035634}{s+7.223988}+\frac{-0.17102529}{s+1.2706731}$$

Laplace変換入門　ラプラス変換、ラプラス逆変換の使用例

プロフェッショナル版限定機能

連立線形常微分方程式の非数値解をラプラス変換、ラプラス逆変換を使って求めます。

$y'(t)+2y(t)=e^{-t}$　　　$y(0)=3$

yを仮想関数として定義します。　$y(t)=\varnothing$　未知数の関数を仮想関数定義します。

微分方程式をラプラス変換します。

$\mathcal{L}\{y'(t)\}+\mathcal{L}\{2y(t)\}=\mathcal{L}\{e^{-t}\}$　　(1)

$\mathcal{L}\{y'(t)\}=\frac{d}{dt}\mathcal{L}\{y(t)\}$　　ラプラス変換と微分の可換性を使います。

$\mathcal{L}\{2y(t)\}=2\mathcal{L}\{y(t)\}$　　定数をくくりだします。

$\mathcal{L}\{e^{-t}\}=\frac{1}{s+1}$　　ラプラス変換を実行します。(代数計算を実行します)

以上により方程式(1)は　$\frac{d}{dt}\mathcal{L}\{y(t)\}+2\mathcal{L}\{y(t)\}=\frac{1}{s+1}$　　(2)

ラプラス変換の微分機能により

$\frac{d}{dt}\mathcal{L}\{y(t)\}=s\mathcal{L}\{y(t)\}-y(0)$　　ラプラス変換の微分(代数計算を実行)

また y(0)=3　より、方程式(2)は次のようになります。

$s\mathcal{L}\{y(t)\}-3+2\mathcal{L}\{y(t)\}=\frac{1}{s+1}$

ここでカルキングの代数方程式の記号解の機能を利用します。
未知数は $\mathcal{L}\{y(t)\}$ なので、カルキングの置換機能を使ってXに置き換えます。
方程式は　$sX-3+2X=\frac{1}{s+1}$

置換表

$\mathcal{L}\{y(t)\}$	X

この方程式を未知数Xで、記号解を指定して解きます。(「実行」－「方程式」－「一元多項式」)

$X=\frac{3s+4}{s^2+3s+2}$　(方程式の記号解)　　この式の右辺に対して「部分分数分解」を行います。

$\text{partial\_fract\_decompose}\left(\frac{3s+4}{s^2+3s+2}\right)=\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}$

従って　$\mathcal{L}\{y(t)\}=\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}$　　この式に対して逆ラプラス変換を行います。

$\mathcal{L}^{-1}\{\mathcal{L}\{y(t)\}\}=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}\right\}$　　従って　$y(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}\right\}$

$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}\right\}=2e^{-2t}+e^{-t}$　　逆ラプラス変換の実行(代数計算)

得られた最終解　$y(t)=2e^{-2t}+e^{-t}$

＜楕円積分の応用＞

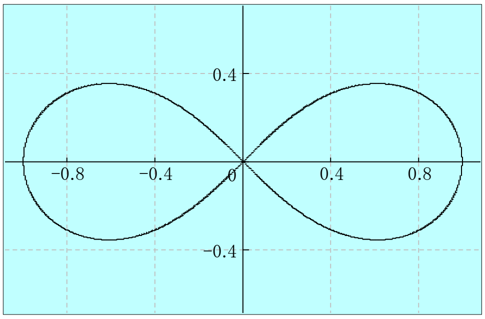
プロフェッショナル版限定機能

ベルヌーイのレムニスケートの周の長さを求める

極座標　$r^2=\cos 2\theta$　(1)

x-y座標系　$(x^2+y^2)^2=x^2-y^2$

この式の陰関数グラフが右のグラフになります。



ベルヌーイのレムニスケートの周長　$\int\sqrt{dr^2+(rd\theta)^2}=\int\sqrt{1+r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2}dr$　(2)

$r^2=\cos 2\theta$　　θ を r の関数とみなし、両辺を θ で微分する。

このために　$\theta(r)=\varnothing$　関数定義

$$2r=-2\sin 2\theta\frac{d\theta}{dr}$$

両辺を二乗して共通式を削除すると　$r^4=\sin^2 2\theta r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2$　したがって　$r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2=\frac{r^4}{\sin^2 2\theta}$

(1)式の両辺を二乗すると　$r^4=\cos^2 2\theta$

したがって　$r^4=1-\sin^2 2\theta$　　$\sin^2 2\theta=1-r^4$

(2)式は次のように変形できる。

$$\int\sqrt{1+r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2}dr=\int\sqrt{1+\frac{r^4}{\sin^2 2\theta}}dr=\int\sqrt{1+\frac{r^4}{1-r^4}}dr$$

よって

$$\int\sqrt{1+r^2\left(\frac{d\theta}{dr}\right)^2}dr=\int\sqrt{1+\frac{r^4}{1-r^4}}dr=\int\frac{1}{\sqrt{1-r^4}}dr$$

レムニスケートの周長　$L=\int\frac{1}{\sqrt{1-r^4}}dr$

第一種楕円関数の定義は　$K(k)=\int_0^1\frac{1}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}dt$

したがって　$L=2K(i)=2.6220575542921$

＜行列構成演算子（M演算子）＞

プロフェッショナル版限定機能

カルキング独自の便利な記号です。ツールバーに含まれる M 演算子です。
関数の引数を示す括弧は不要です。以下の例題の括弧はすべて行列の括弧です。

ネストされた行列の展開　 行列の要素が行列のケース

$$M\begin{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}5 & 6\\7 & 8\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}11 & 22\\33 & 44\\55 & 66\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\\5 & 6\end{pmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 5 & 6\\3 & 4 & 7 & 8\\11 & 22 & 1 & 2\\33 & 44 & 3 & 4\\55 & 66 & 5 & 6\end{pmatrix}$$

要素にスカラー値が混在したケース

$$M\begin{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix} & 0\\ 0 & \begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\\5 & 6\end{pmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0 & 0\\3 & 4 & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & 2\\0 & 0 & 3 & 4\\0 & 0 & 5 & 6\end{pmatrix}\qquad M\begin{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix} & 2\\ 1 & \begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\\5 & 6\end{pmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2 & 2\\3 & 4 & 2 & 2\\1 & 1 & 1 & 2\\1 & 1 & 3 & 4\\1 & 1 & 5 & 6\end{pmatrix}$$

行列の行方向連結

$$M\begin{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}5 & 6\\7 & 8\end{pmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 5 & 6\\3 & 4 & 7 & 8\end{pmatrix}$$

行方向連結は、&演算子でも可能です

$$\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}\&\begin{pmatrix}5 & 6\\7 & 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 5 & 6\\3 & 4 & 7 & 8\end{pmatrix}$$

行列の列方向連結

$$M\begin{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}5 & 6\\7 & 8\end{pmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\\5 & 6\\7 & 8\end{pmatrix}$$

配列から行列への変換

$$M\{\{11,22\},\{33,44\}\}=\begin{pmatrix}11 & 22\\33 & 44\end{pmatrix}\qquad M\{\{1,2,3,4\}\}=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix}$$

$$M\{\{1\},\{2\},\{3\},\{4\}\}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$$

対角行列の生成

$$M\{1,2,3,4\}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\0 & 2 & 0 & 0\\0 & 0 & 3 & 0\\0 & 0 & 0 & 4\end{pmatrix}$$

＜行列の直和・直積と直和分解＞

直和計算

$$(1)\oplus\begin{pmatrix}2&3\\4&5\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}6&7&8\\9&0&1\\2&3&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&2&3&0&0&0\\0&4&5&0&0&0\\0&0&0&6&7&8\\0&0&0&9&0&1\\0&0&0&2&3&4\end{pmatrix}$$

直積（クロネッカーテンソル積）計算

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\end{pmatrix}\otimes\begin{pmatrix}10&20\\30&40\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10&20&20&40&30&60\\30&40&60&80&90&120\\40&80&50&100&60&120\\120&160&150&200&180&240\end{pmatrix}$$

直和分解　**プロフェッショナル版限定機能**

$$\mathrm{matrix\_decompose}\left(\begin{pmatrix}7&1&0&0&0\\2&4&0&0&0\\0&0&2&0&0\\0&0&1&5&0\\0&0&0&0&7\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}7&1\\2&4\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}2&0\\1&5\end{pmatrix}\oplus(7)$$

$$M=\begin{pmatrix}7&1&0&0&0\\2&4&0&0&0\\0&0&2&0&0\\0&0&1&5&0\\0&0&0&0&7\end{pmatrix}$$

$$\mathrm{matrix\_decompose}(M)=\begin{pmatrix}7&1\\2&4\end{pmatrix}\oplus\begin{pmatrix}2&0\\1&5\end{pmatrix}\oplus(7)$$

直和分解の結果を次の計算に使いたいときは配列で、結果を返します。

$$\mathrm{matrix\_decompose\_a}(M)=\left\{\begin{pmatrix}7&1\\2&4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}2&0\\1&5\end{pmatrix},(7)\right\}$$

LU分解と連立1次方程式

プロフェッショナル版限定機能

LU分解を利用して連立1次方程式を解きます。
（ここで取り上げる例題は、小規模な連立1次方程式ですので、実際は方程式メニューで解くのが適切です。LU分解法が必要になるのは、大規模な連立1次方程式の時ですが、説明のため簡単な例を使いました。）

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1\\ 10 & -3 & 6 & 1 & 0 & 2\\ 3 & 5 & 0 & 8 & 4 & 3\\ 2 & 4 & 5 & 0 & 9 & 4\\ 2 & 4 & 5 & 6 & 0 & 5\\ 9 & 7 & 6 & 3 & 1 & 0\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}2\\5\\7\\3\\-1\\9\end{pmatrix}$$

方程式　　Ax=B　　を解く

{p,L,U}=LU(A)　　代入定義

この代入で求まったそれぞれの値を以下に表示します。

p={{3, 4}, {5, 6}}

$$L=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 10 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 2 & -1.3333333 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 3 & -1.6666667 & 0.76923077 & 1 & 0 & 0\\ 9 & -2.3333333 & 1.5384615 & 0.37982196 & 1 & 0\\ 2 & -1.3333333 & 1 & 0.69436202 & -0.50263736 & 1\end{pmatrix}$$

表示精度は6桁

Lはこのように正規化された下三角行列になっています。

$$U=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 5 & 1\\ 0 & -3 & 6 & 1 & -50 & -8\\ 0 & 0 & 13 & 1.3333333 & -67.666667 & -8.6666667\\ 0 & 0 & 0 & 8.6410256 & -42.282051 & -6.6666667\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -40.504451 & -11.801187\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.30263736\end{pmatrix}$$

表示精度は6桁

Uはこのように上三角行列になっています。

pがΦでないため、Bの要素を交換する必要があります。

C=matrix_row_change(B,3,4)　　代入定義

C=matrix_row_change(C,5,6)　　代入定義

これによりBの行を交換したCは右のようになります。

$$C=\begin{pmatrix}2\\5\\3\\7\\9\\-1\end{pmatrix}$$

従って解くべき方程式は以下のようになります。

LUx=C

xを求めるための以下のような効率的手順が知られています。

(1) この方程式はLが正規化された下三角行列のため、特別な関数で求めることができます。

Ly=C

D=nltm_equation(L,C)　　　　代入定義

nltm_equation関数は正規下三角行列の方程式専用の関数です。

$$D=\begin{pmatrix} 2 \\ -15 \\ -21 \\ -7.84615384615394 \\ -8.71216617210679 \\ -2.93098901098893 \end{pmatrix}$$

注釈

$y=L^{-1}C$ の計算式で簡単に求めることができますが、この方法は次元の3乗のオーダーでの計算になります。

(2) 以下の方程式の解が求める解となります。

Ux=D

$$\mathrm{utm\_equation}(U,D)=\begin{pmatrix} 5.34834180585807 \\ 4.37061244250779 \\ -8.09174534011121 \\ -6.19075284434751 \\ -2.60663277656736 \\ 9.68482207697872 \end{pmatrix}$$

注釈

$x=U^{-1}D$ の計算式で簡単に求めることができますが、この方法は次元の3乗のオーダーでの計算になります。

utm_equation関数は上三角行列の方程式専用の関数です。

これが解になります。

(3) 解の検証

$$A\begin{pmatrix} 5.34834180585807 \\ 4.37061244250779 \\ -8.09174534011121 \\ -6.19075284434751 \\ -2.60663277656736 \\ 9.68482207697872 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1.99999999999999 \\ 5 \\ 6.9999999999998 \\ 2.99999999999989 \\ -1.00000000000021 \\ 9.00000000000001 \end{pmatrix}$$

計算

確かに誤差の範囲で元の方程式を満たしています。

＜QR分解と連立1次方程式＞

プロフェッショナル版限定機能

QR分解を利用して、行列形式の連立1次方程式の解法を説明します。方程式の形は以下のようなものです。
この方法は近似解しか求まりません。　　注：正則行列の方程式を解くためだけであれば、LU分解法が高速です。

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0&0&5&1\\10&-3&6&1&0&2\\3&5&0&8&4&3\\2&4&5&0&9&4\\2&4&5&6&0&5\\9&7&6&3&1&0\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}2\\5\\7\\3\\-1\\9\end{pmatrix}$$

方程式　　$Ax=B$

解法の説明

$\{Q,R\}=QR(A)$　　代入定義

求まったQ,Rで元の方程式を表せば以下のようになる。

$QRx=B$　　従って　　$Rx=Q^{-1}B$

他方、Qは直交行列であるので　　$Q^{-1}=Q^{T}$

したがって　　$C=Q^{T}B$　　代入定義

$$C=\begin{pmatrix}-11.2003230391317\\4.13569711182081\\-4.08652613748172\\1.08389732113082\\2.77816583074069\\-0.925223519049045\end{pmatrix}$$

計算

以下の解が元の方程式の解である。

$Rx=C$

ここでRは上三角行列であるためこの方程式の解xはシステム関数utm_equationで求まる。

$x=utm\_equation(R,C)$　　代入定義

$$x=\begin{pmatrix}5.34834180585809\\4.37061244250781\\-8.09174534011126\\-6.19075284434755\\-2.60663277656738\\9.68482207697883\end{pmatrix}$$

計算

検算

$$Ax-B=\begin{pmatrix}2\times10^{-14}\\2\times10^{-14}\\-1.1\times10^{-13}\\2\times10^{-14}\\-3\times10^{-14}\\-1.1\times10^{-13}\end{pmatrix}$$

ここで参考のためにQ,Rの値を6桁精度で表示しておきます。

$$Q=\begin{pmatrix}-0.070888&-0.033098&-0.115586&0.052079&0.563628&0.812484\\-0.708881&-0.639722&0.123350&-0.206321&0.111356&-0.134385\\-0.212664&0.415276&-0.559253&-0.528656&0.334639&-0.279454\\-0.141776&0.345460&0.558589&0.291408&0.587132&-0.344808\\-0.141776&0.345460&0.558589&-0.607810&-0.281877&0.315669\\-0.637993&0.422517&-0.186057&0.469990&-0.365735&0.158667\end{pmatrix}$$

$$R=\begin{pmatrix}-14.106736&-4.536840&-9.499008&-5.174833&-3.119077&-3.402630\\0&9.716845&2.151369&6.022800&5.027274&3.042429\\0&0&5.209650&-1.557311&2.026304&3.480657\\0&0&0&-6.672464&1.238431&-3.819951\\0&0&0&0&9.075145&2.729398\\0&0&0&0&0&-0.095533\end{pmatrix}$$

＜Jordan標準形の実行例＞

プロフェッショナル版限定機能

例　1

$$A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$$

代入定義

{eg,P}=Jordan(A)　　代入定義（Jordanの関数名はツールバーから入力します。）

この代入定義で、eg, Pの二つの変数に値が代入されます。

$$P=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$$

計算

egには固有値が求まっています。

eg={2, 2, 2, 2}　　計算

以下のようにJordan標準形が求まりました。

$$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$$

計算

●行列の次元数が大きくないときはプロパティを分数モードに設定することで、厳密解を求めることができます。

例　2

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1 & -2 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 3 & -4 & 0 & 2\\ -1 & 0 & 4 & -5 & 0 & 3\\ -1 & 0 & 3 & -5 & 0 & 4\\ -1 & 0 & 3 & -7 & 1 & 5\\ -1 & 0 & 3 & -7 & -1 & 7\end{pmatrix}$$

代入定義

{eg,P}=Jordan(A)　　代入定義

$$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$$

計算

$$P=\begin{pmatrix}1.00072 & -1.0003 & 0 & 0.816497 & 1 & 0\\ 1.00072 & 0.000421599 & -0.999997 & 0.51031 & 2 & 0\\ 1.00072 & 0.000421599 & 0.00102843 & 0.204124 & 3 & 0\\ 1.00072 & 0.000421599 & 0.00133184 & -0.102062 & 4 & 0\\ 1.00072 & 0.000421599 & 0.00133184 & -0.102062 & 5 & 0\\ 1.00072 & 0.000421599 & 0.00133184 & -0.102062 & 5 & 1\end{pmatrix}$$

表示精度6桁で計算

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1 & -2 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 3 & -4 & 0 & 2\\ -1 & 0 & 4 & -5 & 0 & 3\\ -1 & 0 & 3 & -5 & 0 & 4\\ -1 & 0 & 3 & -7 & 1 & 5\\ -1 & 0 & 3 & -7 & -1 & 7\end{pmatrix}$$

代入定義（分数モード）

{eg,P}=Jordan(A)　　代入定義（分数モード）

$$P^{-1}AP=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$$

計算

$$P=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 0 & -2 & -1 & \frac{1}{5}\\ -1 & 0 & 1 & -1 & -2 & \frac{2}{5}\\ -1 & 0 & 0 & 0 & -3 & \frac{3}{5}\\ -1 & 0 & 0 & 1 & -4 & \frac{4}{5}\\ -1 & 0 & 0 & 1 & -5 & 1\\ -1 & 0 & 0 & 1 & -5 & 0\end{pmatrix}$$

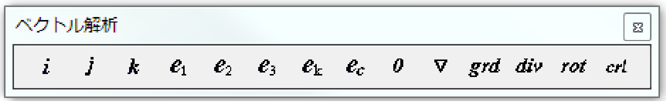
計算（分数モード）

ベクトル解析機能

カルキングは、直交座標系、極座標系、円柱座標系を扱います。

基底単位ベクトル

基底単位ベクトルにはいくつかの表現方法があります。
カルキングでは、ベクトル解析ツールバーでこれらを使い分けることができます。



例 2次元、3次元直交座標系

5i + 3j -2k

$5\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3$　　この表記は、2次元、3次元のみに制限されます。

例 多次元直交座標系、極座標系、円柱座標系

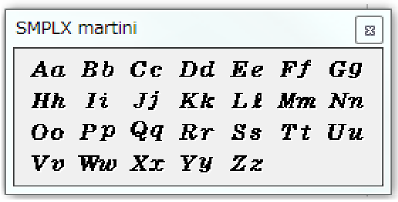
$5\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3 + 7\mathbf{e}_4 - 4\mathbf{e}_5$　　$\mathbf{e}_4$,$\mathbf{e}_5$等は、ベクトル解析ツールバーの$\mathbf{e}_k$を利用します。

$4\mathbf{e}_r + 0.5\mathbf{e}_\theta + 0.3\mathbf{e}_\phi$　　これらの**e**はすべてベクトル解析ツールバーの$\mathbf{e}_c$を利用します。

$4\mathbf{e}_\rho + 0.5\mathbf{e}_\phi + 0.3\mathbf{e}_\theta$　　これらの**e**はすべてベクトル解析ツールバーの$\mathbf{e}_c$を利用します。

ベクトル解析で使われる変数名の入力方法

CTRL+SMPLX martini文字盤クリック
この方法は、ノーマル書体で数式を作成中に
太文字を入力しても、書体モードが変化しません。



スカラー変数、ベクトル変数が混在したときの計算例

3次元空間の点(5,2,4)を通る球の体積を求めよ。ただし球の中心は原点にあるとする。

$\boldsymbol{r}=(5,2,4)$	代入定義	
$r=\lvert\boldsymbol{r}\rvert$	代入定義	半径を求める。
$\dfrac{4\pi r^3}{3}=1264.4667$	計算	球の体積を求める。

ベクトル計算の答の表示の変更方法

＝記号の直後に、特徴を表す記号を記入して計算します。

$\boldsymbol{r}=(5,2,4)$	代入定義
$\boldsymbol{r}=\mathbf{i}$	単位ベクトルの i を＝の直後に記入して、計算を実行すると、次の様になる。
$\boldsymbol{r}=5\mathbf{i}+2\mathbf{j}+4\mathbf{k}$	計算
$\boldsymbol{r}=\mathbf{e}_1$	単位ベクトルの e を＝の直後に記入して、計算を実行すると、次の様になる。
$\boldsymbol{r}=5\mathbf{e}_1+2\mathbf{e}_2+4\mathbf{e}_3$	計算
$\boldsymbol{r}=5\mathbf{i}+2\mathbf{j}+4\mathbf{k}$	代入定義
$\boldsymbol{r}=(?)$	可変カッコを＝の直後に記入して、計算を実行すると、次の様になる。
$\boldsymbol{r}=(5, 2, 4)$	計算

異なる座標系間の答え表示の変換　　　(r,θ,ϕ)系からの変換

$(r, \theta_{x,y,z}, \phi_{x,y})$　　座標系単位定義

$\boldsymbol{a}=4\mathbf{e}_r+0.5\mathbf{e}_\theta+0.3\mathbf{e}_\phi$　　代入定義

$\boldsymbol{a}=\mathbf{i}$　　単位ベクトルの i を＝の直後に記入して、計算を実行する。

$\boldsymbol{a}=1.8320508\mathbf{i}+0.56671974\mathbf{j}+3.5103302\mathbf{k}$　　計算

$|\boldsymbol{a}|=4$　　計算

ベクトル解析用の演算子

プロフェッショナル版限定機能

「ベクトル解析」ツールバーから入力します。

最も汎用性の高い演算子は∇演算子です。

grad、div、rot、curl は∇演算子を用いて定義されています。なお rot と curl は同じ機能です。

直交座標系での∇演算子の計算

● f(x,y,z) は3次元空間で定義されているスカラー関数とします。

この f(x,y,z) に対して ∇ を適用した ∇f(x,y,z) は次のように定義されます。

$$\nabla f(x,y,z)=\left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

または基底ベクトルを使って

$$\nabla f(x,y,z)=\frac{\partial f}{\partial x}\mathbf{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\mathbf{j}+\frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{k}$$

計算例1　f(x,y,z)関数の具体的内容が分かっているとき

$$f(x,y,z)=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$　　関数定義

$$\nabla f(x,y,z)=\frac{-x}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\mathbf{i}+\frac{-y}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\mathbf{j}+\frac{-z}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\mathbf{k}$$

代数計算

$$\nabla f=\frac{-x}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\mathbf{i}+\frac{-y}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\mathbf{j}+\frac{-z}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\mathbf{k}$$　　代数計算

$\nabla\cdot(\nabla f)=0$　　$\Delta(f)=0$　　代数計算

計算例2　f(x,y,z)関数の具体的内容が分かっていないとき

$f(x,y,z)=\varnothing$　　関数定義

$$\nabla f(x,y,z)=\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)\mathbf{i}+\frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z)\mathbf{j}+\frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z)\mathbf{k}$$　　代数計算

関数の引数を省略して計算することもできます。

$$\nabla f=\frac{\partial f}{\partial x}\mathbf{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\mathbf{j}+\frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{k}\qquad \mathrm{grad}(f)=\frac{\partial f}{\partial x}\mathbf{i}+\frac{\partial f}{\partial y}\mathbf{j}+\frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{k}$$　　代数計算

$$\Delta(f)=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$　　代数計算

● $\boldsymbol{F}(x,y,z)$は3次元空間で定義されている以下のようなベクトル関数とします。

$\boldsymbol{F}(x,y,z) = F_1(x,y,z)\mathbf{i} + F_2(x,y,z)\mathbf{j} + F_3(x,y,z)\mathbf{k}$

計算例3

$\boldsymbol{F}(x,y,z)=\frac{2e^{-z^2}}{x^2+y^2}\mathbf{i}+\frac{3e^{-z^2}}{x^2+y^2}\mathbf{j}+\frac{1}{z}\mathbf{k}$ 関数定義

$\nabla\cdot\boldsymbol{F}=\frac{-4e^{-z^2}xz^2-6e^{-z^2}yz^2-x^4-2x^2y^2-y^4}{x^4z^2+2x^2y^2z^2+y^4z^2}$ 代数計算

$\mathrm{div}(\boldsymbol{F})=\frac{-4e^{-z^2}xz^2-6e^{-z^2}yz^2-x^4-2x^2y^2-y^4}{x^4z^2+2x^2y^2z^2+y^4z^2}$ 代数計算

$\nabla\times\boldsymbol{F}=\frac{6e^{-z^2}z}{x^2+y^2}\mathbf{i}+\frac{-4e^{-z^2}z}{x^2+y^2}\mathbf{j}+\frac{-6e^{-z^2}x+4e^{-z^2}y}{x^4+2x^2y^2+y^4}\mathbf{k}$ 代数計算

$\mathrm{rot}(\boldsymbol{F})=\frac{6e^{-z^2}z}{x^2+y^2}\mathbf{i}+\frac{-4e^{-z^2}z}{x^2+y^2}\mathbf{j}+\frac{-6e^{-z^2}x+4e^{-z^2}y}{x^4+2x^2y^2+y^4}\mathbf{k}$ 代数計算

極座標系、円柱座標系での▽演算子の計算

円柱座標系での計算は、円柱座標系計算モードに切り替えるため座標系単位定義が必須です。

(r,θ,z) (r,θ,z)を選択して、「実行」－「座標系単位定義」

また、円柱座標系計算モードの時に、▽演算子の極座標系計算を実行するときには、
極座標系計算モードに切り替えるために、次の座標系単位定義が必要です。

$(r,\ \theta_{x,y,z},\ \phi_{x,y})$ $(r,\ \theta_{x,y,z},\ \phi_{x,y})$を選択して、「実行」－「座標系単位定義」

注意: 解説書により、θ 、ϕ の角度の定義が逆のことがありますが、
カルキングはこれを使い分けることができます。

極座標系での▽計算

$(r,\ \theta_{x,y,z},\ \phi_{x,y})$ 座標系単位定義

$g(r,\theta,\phi)=\varnothing$ 関数定義

$\nabla g=\frac{\partial g}{\partial r}\mathbf{e}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial g}{\partial\theta}\mathbf{e}_\theta+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial g}{\partial\phi}\mathbf{e}_\phi$ 代数計算

$G_r(r,\theta,\phi)=\varnothing$ 関数定義

$G_\theta(r,\theta,\phi)=\varnothing$ 関数定義

$G_\phi(r,\theta,\phi)=\varnothing$ 関数定義

$\boldsymbol{G}(r,\theta,\phi)=G_r\mathbf{e}_r+G_\theta\mathbf{e}_\theta+G_\phi\mathbf{e}_\phi$ 関数定義

内積計算 $\nabla\cdot\boldsymbol{G}=\frac{1}{r\sin\theta}\left(r\frac{\partial G_r}{\partial r}\sin\theta+2G_r\sin\theta+G_\theta\cos\theta+\frac{\partial G_\theta}{\partial\theta}\sin\theta+\frac{\partial G_\phi}{\partial\phi}\right)$ 代数計算

この計算式は、以下の簡潔な表現の式と等価です。

$$\frac{1}{r^2\sin\theta}\left(\frac{\partial\left(r^2\sin\theta G_r\right)}{\partial r}+\frac{\partial(r\sin\theta G_\theta)}{\partial\theta}+\frac{\partial(rG_\phi)}{\partial\phi}\right)=\frac{1}{r\sin\theta}\left(r\frac{\partial G_r}{\partial r}\sin\theta+2G_r\sin\theta+G_\theta\cos\theta+\frac{\partial G_\theta}{\partial\theta}\sin\theta+\frac{\partial G_\phi}{\partial\phi}\right)$$

外積計算

$$\nabla\times\boldsymbol{G}=\frac{1}{r\sin\theta}\left(G_\phi\cos\theta+\frac{\partial G_\phi}{\partial\theta}\sin\theta-\frac{\partial G_\theta}{\partial\phi}\right)\mathbf{e}_r+\frac{1}{r\sin\theta}\left(-r\frac{\partial G_\phi}{\partial r}\sin\theta-G_\phi\sin\theta+\frac{\partial G_r}{\partial\phi}\right)\mathbf{e}_\theta+\frac{1}{r}\left(r\frac{\partial G_\theta}{\partial r}+G_\theta-\frac{\partial G_r}{\partial\theta}\right)\mathbf{e}_\phi$$

代数計算

$\boldsymbol{G}(r,\theta,\phi)$を以下のように定義することもできます。

$\boldsymbol{G}(r,\theta,\phi) = G_r(r,\theta,\phi)\mathbf{e}_r + G_\theta(r,\theta,\phi)\mathbf{e}_\theta + G_\phi(r,\theta,\phi)\mathbf{e}_\phi$ 関数定義

この場合の計算結果の表現は以下のようになります。

$$\nabla\cdot\boldsymbol{G}=\frac{1}{r\sin\theta}\left(r\frac{\partial G_r}{\partial r}(r,\theta,\phi)\sin\theta+2G_r(r,\theta,\phi)\sin\theta+G_\theta(r,\theta,\phi)\cos\theta+\frac{\partial G_\theta}{\partial\theta}(r,\theta,\phi)\sin\theta+\frac{\partial G_\phi}{\partial\phi}(r,\theta,\phi)\right)$$ 代数計算

$$\nabla\times\boldsymbol{G}=\frac{1}{r\sin\theta}\left(G_\phi(r,\theta,\phi)\cos\theta+\frac{\partial G_\phi}{\partial\theta}(r,\theta,\phi)\sin\theta-\frac{\partial G_\theta}{\partial\phi}(r,\theta,\phi)\right)\mathbf{e}_r+\frac{1}{r\sin\theta}\left(-r\frac{\partial G_\phi}{\partial r}(r,\theta,\phi)\sin\theta-G_\phi(r,\theta,\phi)\sin\theta+\frac{\partial G_r}{\partial\phi}(r,\theta,\phi)\right)\mathbf{e}_\theta+\frac{1}{r}\left(r\frac{\partial G_\theta}{\partial r}(r,\theta,\phi)+G_\theta(r,\theta,\phi)-\frac{\partial G_r}{\partial\theta}(r,\theta,\phi)\right)\mathbf{e}_\phi$$ 代数計算

具体的計算例

$\boldsymbol{r}(r,\theta,\phi)=r\mathbf{e}_r$ 関数定義

$\nabla\left(\frac{1}{r}\right)=\frac{-1}{r^2}\mathbf{e}_r$ $\nabla\cdot\left(\frac{1}{r^3}\boldsymbol{r}\right)=0$ $\nabla\cdot\left(\frac{-1}{r^2}\mathbf{e}_r\right)=0$ $\Delta\frac{1}{r}=0$ $\nabla(\ln r)=\frac{1}{r}\mathbf{e}_r$

代数計算

円柱座標系での∇計算

(r,θ,z) 座標系単位定義

$\boldsymbol{h}(r,\theta,z)=\varnothing$ 関数定義

$\nabla\boldsymbol{h}=\frac{\partial\boldsymbol{h}}{\partial r}\mathbf{e}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial\boldsymbol{h}}{\partial\theta}\mathbf{e}_\theta+\frac{\partial\boldsymbol{h}}{\partial z}\mathbf{e}_z$ 代数計算

$H_r(r,\theta,z)=\varnothing$ 関数定義

$H_\theta(r,\theta,z)=\varnothing$ 関数定義

$H_z(r,\theta,z)=\varnothing$ 関数定義

$\boldsymbol{H}(r,\theta,z) = H_r\mathbf{e}_r + H_\theta\mathbf{e}_\theta + H_z\mathbf{e}_z$ 関数定義

$$\nabla\cdot\boldsymbol{H}=\frac{1}{r}\left(r\frac{\partial H_r}{\partial r}+r\frac{\partial H_z}{\partial z}+H_r+\frac{\partial H_\theta}{\partial\theta}\right)$$ 代数計算

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\frac{1}{r}\left(-r\frac{\partial H_\theta}{\partial z}+\frac{\partial H_z}{\partial\theta}\right)\mathbf{e}_r+\left(-\frac{\partial H_z}{\partial r}+\frac{\partial H_r}{\partial z}\right)\mathbf{e}_\theta+\frac{1}{r}\left(r\frac{\partial H_\theta}{\partial r}+H_\theta-\frac{\partial H_r}{\partial\theta}\right)\mathbf{e}_z$$ 代数計算

$h(r,\theta,z)=\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}$ 関数定義

$\nabla\cdot(\nabla h)=0$ $\Delta(h)=0$ 代数計算

$f(r,\theta,z)=\frac{z}{r^2}$ 関数定義

$\nabla f=\frac{-2z}{r^3}\mathbf{e}_r+\frac{1}{r^2}\mathbf{e}_z$ 代数計算

＜LaTeXソースへの変換機能＞

★四則演算、分数式、添え字、指数などの変換
★sin、cosなどの三角関数やlogなどの変換
★ルート記号(n乗根を含む)の変換
★行列、行列式の変換
　　行列中の積分記号や、さらに行列式を記述するなどの複雑な式も変換可能
★$\int$ や $\sum$ などの数学関数も変換可能
★文章中に数式が記述されていても変換可能
★装飾文字にも対応　　　ベクトルやハット、チルダなど
★数式へのナンバリングも可能
★積分の dx 等の前後の微小な空白挿入や、ルート直後の微小な空白挿入なども実現
★複数式行にまたがる式も対応（次ページの例）
★￥newpageなど、TeXの命令をそのままソースファイルに落とす機能
　これにより、カルキング上で細かい表記が難しい体裁にも対応
★ 表の変換　　　セル単位で、右揃え、左揃え、センタリングに対応。

LaTeXソース変換例

カルキングの画面（変換元）

基本的な数式

$$\sin^2\frac{\pi}{4}+\cos^2\frac{\pi}{4}=1$$

$$\frac{d}{dx}\log_2 x=\frac{1}{x\ln 2}$$

$$\frac{1}{3}\times\left[3+3\times\left\{\frac{3}{4+\frac{2}{5}}\times\left(\frac{\frac{3}{17}+3}{13}-\frac{7\frac{1}{3}}{12}\right)+6\right\}\right]=\frac{196909}{29172}$$

$$2\sqrt{3}+5\sqrt{7}\times\sqrt[3]{120+\sqrt[4]{256}}=5\sqrt{7}\sqrt[3]{124}+2\sqrt{3}$$

LaTeXソース

```
基本的な数式
¥newline
$¥sin ^{2}¥frac{¥pi }{4}+¥cos ^{2}¥frac{¥pi }{4}=1$
¥[ ¥frac{d}{dx}¥log _{2}x=¥frac{1}{x¥ln 2} ¥]
¥[ ¥frac{1}{3}¥times ¥left[3+3¥times ¥left¥{¥frac{3}{4+¥frac{2}{5}}¥times ¥left(¥frac{¥frac{3}{17}+3}{13}
−¥frac{7¥frac{1}{3}}{12}¥right)+6¥right¥}¥right]=¥frac{196909}{29172} ¥]
¥[ 2¥sqrt{3}+5¥sqrt{7}¥times ¥sqrt[3]{120+¥sqrt[4]{256}¥, }=5¥sqrt{7}¥, ¥sqrt[3]{124}+2¥sqrt{3}¥,  ¥]
```

行列・行列式

$$2\begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 1 \\ 9 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0.7 & \sqrt{5}\, \\ e^{3} & \sin 20^{\circ} & \log 10 \\ 6.4^{2} & e & \int_{0}^{1} xdx \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 657.20 & 42.36 & 36.36 \\ 368.12 & 17.22 & 37.36 \\ 458.77 & 40.47 & 47.25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \sqrt{5}\, & 2.5647 & \frac{87}{97} & 10 \\ 4\times 8+7 & \log 10 & \sin 10 & \cos 30^{\circ} \\ -5375 & 0 & e^{2} & 2^{3} \\ 16000 & \sqrt[3]{5}\, & 13 & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \end{vmatrix} =-1247171.15183719$$

行列・行列式

```
¥[ 2¥begin{pmatrix}
5 & 4 & 6 ¥¥
5 & 7 & 1 ¥¥
9 & 1 & 5
¥end{pmatrix} ¥begin{pmatrix}
¥frac{1}{2} & 0.7 & ¥sqrt{5}¥, ¥¥
¥epsilon ^{3} & ¥sin 20^{¥circ}  & ¥log 10 ¥¥
6.4^{2} & ¥epsilon  & ¥int_{0}^{1} xdx
¥end{pmatrix} =¥begin{pmatrix}
657.20 & 42.36 & 36.36 ¥¥
368.12 & 17.22 & 37.36 ¥¥
458.77 & 40.47 & 47.25
¥end{pmatrix}  ¥]
¥[ ¥begin{vmatrix}
¥sqrt{5}¥, & 2.5647 & ¥frac{87}{97} & 10 ¥¥
4¥times 8+7 & ¥log 10 & ¥sin 10 & ¥cos 30^{¥circ}  ¥¥
-5375 & 0 & ¥epsilon ^{2} & 2^{3} ¥¥
16000 & ¥sqrt[3]{5}¥, & 13 & ¥begin{vmatrix}
1 & 2 ¥¥
4 & 5
¥end{vmatrix}
¥end{vmatrix} =-1247171.15183719 ¥]
```

複雑な連立した式

$$g_x(x,y)=\frac{1}{XY}\int_{x-\frac{X}{2}}^{x+\frac{X}{2}}\int_{y-\frac{Y}{2}}^{y+\frac{Y}{2}} g(\hat{x},\hat{y})\exp[-2\pi i\hat{x}/X]\,d\hat{x}d\hat{y}$$

$$=\frac{1}{XY}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm}\int_{x-\frac{X}{2}}^{x+\frac{X}{2}}\int_{y-\frac{Y}{2}}^{y+\frac{Y}{2}} \exp\left[2\pi i\left(\frac{n\Delta_x}{X}+\frac{m\Delta_y}{Y}\right)\right]$$

$$\times\exp\left[2\pi i\left\{\frac{(n-1)\hat{x}}{X}+\frac{m\hat{y}}{Y}\right\}\right]d\hat{x}d\hat{y}$$

複雑な連立した式

```
¥begin{equation*}
¥begin{split}
g_{x}(x,y)=¥frac{1}{XY}¥int_{x-¥frac{X}{2}}^{x+¥frac{X}{2}} ¥int_{y-¥frac{Y}{2}}^{y+¥frac{Y}{2}} g(¥hat{x} ,¥ha
t{y} )¥exp [-2¥pi i¥hat{x} /X]¥,d¥hat{x} ¥,d¥hat{y} ¥¥
 =¥frac{1}{XY}¥sum_{n=-¥infty }^{¥infty } ¥sum_{m=-¥infty }^{¥infty } G_{nm}¥int_{x-¥frac{X}{2}}^{x+¥fra
c{X}{2}} ¥int_{y-¥frac{Y}{2}}^{y+¥frac{Y}{2}} ¥exp ¥left[2¥pi i¥left(¥frac{n¥Delta _{x}}{X}+¥frac{m¥Delta _{y
}}{Y}¥right)¥right]¥¥
& ¥quad ¥times ¥exp ¥left[2¥pi i¥left¥{¥frac{(n-1)¥hat{x} }{X}+¥frac{m¥hat{y} }{Y}¥right¥}¥right]¥,d¥ha
t{x} ¥,d¥hat{y}
¥end{split}
¥end{equation*}
```

表

東北

県名	人口	世帯数	面積	人口密度	世帯当り人数
青森	1508045	506198	9619	156.78	2.98
岩手	1430332	453404	15277	93.63	3.15
宮城	2299396	758450	7292	315.33	3.03
秋田	1225868	383269	11612	105.57	3.20
山形	1256481	358345	9327	134.71	3.51
福島	2135646	651402	13784	154.94	3.28

表

```
¥newline
¥begin{table}[htbp]
¥caption{東北}
¥label{東北}
¥begin{center}
¥begin{tabular}{|c|c|c|c|c|c|} ¥hline
¥multicolumn{1}{|r|}{県名} & ¥multicolumn{1}{|r|}{人口} & ¥multicolumn{1}{|r|}{世帯数} & ¥multicolumn{1}{
|r|}{面積} & ¥multicolumn{1}{|r|}{人口密度} & ¥multicolumn{1}{|r|}{世帯当り人数} ¥¥ ¥hline
¥multicolumn{1}{|r|}{青森} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$1508045$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$506198$} & ¥multi
column{1}{|r|}{$9619$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$156.78$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$2.98$} ¥¥ ¥hline
¥multicolumn{1}{|r|}{岩手} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$1430332$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$453404$} & ¥multi
column{1}{|r|}{$15277$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$93.63$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$3.15$} ¥¥ ¥hline
¥multicolumn{1}{|r|}{宮城} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$2299396$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$758450$} & ¥multi
column{1}{|r|}{$7292$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$315.33$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$3.03$} ¥¥ ¥hline
¥multicolumn{1}{|r|}{秋田} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$1225868$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$383269$} & ¥multi
column{1}{|r|}{$11612$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$105.57$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$3.20$} ¥¥ ¥hline
¥multicolumn{1}{|r|}{山形} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$1256481$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$358345$} & ¥multi
column{1}{|r|}{$9327$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$134.71$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$3.51$} ¥¥ ¥hline
¥multicolumn{1}{|r|}{福島} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$2135646$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$651402$} & ¥multi
column{1}{|r|}{$13784$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$154.94$} & ¥multicolumn{1}{|r|}{$3.28$} ¥¥ ¥hline
¥end{tabular}
¥end{center}
¥end{table}
```

LaTeX出力結果

基本的な数式

$$\sin^2\frac{\pi}{4}+\cos^2\frac{\pi}{4}=1$$

$$\frac{d}{dx}\log_2 x=\frac{1}{x\log 2}$$

$$\frac{1}{3}\times\left[3+3\times\left\{\frac{3}{4+\frac{2}{5}}\times\left(\frac{\frac{3}{17}+3}{13}-\frac{7\frac{1}{3}}{12}\right)+6\right\}\right]=\frac{196909}{29172}$$

$$2\sqrt{3}+5\sqrt{7}\times\sqrt[3]{120+\sqrt[4]{256}}=5\sqrt{7}\sqrt[3]{124}+2\sqrt{3}$$

行列・行列式

$$2\begin{pmatrix}5&4&6\\5&7&1\\9&1&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&0.7&\sqrt{5}\\e^3&\sin 20^\circ&\log 10\\6.4^2&e&\int_0^1 x\,dx\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}657.20&42.36&36.36\\368.12&17.22&37.36\\458.77&40.47&47.25\end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}\sqrt{5}&2.5647&\frac{87}{97}&10\\4\times 8+7&\log 10&\sin 10&\cos 30^\circ\\-5375&0&e^2&2^3\\16000&\sqrt[3]{5}&13&\begin{vmatrix}1&2\\4&5\end{vmatrix}\end{vmatrix}=-1247171.15183719$$

複雑な連立した式

$$\begin{aligned}g_x(x,y)&=\frac{1}{XY}\int_{x-\frac{X}{2}}^{x+\frac{X}{2}}\int_{y-\frac{Y}{2}}^{y+\frac{Y}{2}}g(\hat{x},\hat{y})\exp[-2\pi i\hat{x}/X]\,d\hat{x}\,d\hat{y}\\&=\frac{1}{XY}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}G_{nm}\int_{x-\frac{X}{2}}^{x+\frac{X}{2}}\int_{y-\frac{Y}{2}}^{y+\frac{Y}{2}}\exp\left[2\pi i\left(\frac{n\Delta_x}{X}+\frac{m\Delta_y}{Y}\right)\right]\\&\quad\times\exp\left[2\pi i\left\{\frac{(n-1)\hat{x}}{X}+\frac{m\hat{y}}{Y}\right\}\right]\,d\hat{x}\,d\hat{y}\end{aligned}$$

表 1: 表 1 ：東北

県名	人口	世帯数	面積	人口密度	世帯当たり人数
青森	1508045	506198	9619	156.78	2.98
岩手	1430332	453404	15277	93.63	3.15
宮城	2299396	758450	7292	315.33	3.03
秋田	1225868	383269	11612	105.57	3.20
山形	1256481	358345	9327	134.71	3.51
福島	2135646	651402	13784	154.94	3.28