

周期関数として、結晶格子パターンをフーリエ級数展開すると以下の式のようにになる。 X, Y の文字は、 x 方向、 y 方向の原子間距離を表す。

$$g_0(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm} \exp[2 \pi i (nx/X + my/Y)]$$

ここで、格子点 (x, y) における原子の横ずれ $\Delta_x(x, y), \Delta_y(x, y)$ (以下 Δ_x, Δ_y とする) により歪んだ格子像は、

$$\begin{aligned} g(x, y) &= g(\mathbf{x} + \Delta_x, \mathbf{y} + \Delta_y) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm} \exp \left[2 \pi i \left\{ \frac{n(\mathbf{x} + \Delta_x)}{X} + \frac{m(\mathbf{y} + \Delta_y)}{Y} \right\} \right] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm} \exp \left[2 \pi i \left\{ \frac{n\Delta_x}{X} + \frac{m\Delta_y}{Y} \right\} \right] \exp \left[2 \pi i \left\{ \frac{nx}{X} + \frac{my}{Y} \right\} \right] \end{aligned}$$

と記述できる。そこで、歪んだ格子像に $\exp[-2 \pi i x/X]$ または $\exp[-2 \pi i y/Y]$ をかけて、 (x, y) を中心にして一周分積分する (これはフーリエ変換法における周波数シフト、フィルタリングと同じことである)。ここでは、 $\exp[-2 \pi i x/X]$ をかける。

$$\begin{aligned} g_x(x, y) &= \frac{1}{XY} \int_{x-\frac{X}{2}}^{x+\frac{X}{2}} \int_{y-\frac{Y}{2}}^{y+\frac{Y}{2}} g(\hat{x}, \hat{y}) \exp[-2 \pi i \hat{x}/X] d\hat{x} d\hat{y} \\ &= \frac{1}{XY} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm} \int_{x-\frac{X}{2}}^{x+\frac{X}{2}} \int_{y-\frac{Y}{2}}^{y+\frac{Y}{2}} \exp \left[2 \pi i \left(\frac{n\Delta_x}{X} + \frac{m\Delta_y}{Y} \right) \right] \\ &\quad \times \exp \left[2 \pi i \left\{ \frac{(n-1)\hat{x}}{X} + \frac{m\hat{y}}{Y} \right\} \right] d\hat{x} d\hat{y} \end{aligned}$$

原子の横ずれ (格子歪) の変化が穏やかで、格子間隔の範囲では一定とみなせるとすると

$$\begin{aligned} g_x(x, y) &= \frac{1}{XY} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G_{nm} \exp \left[2 \pi i \left(\frac{n\Delta_x}{X} + \frac{m\Delta_y}{Y} \right) \right] \\ &\quad \times \int_{x-\frac{X}{2}}^{x+\frac{X}{2}} \exp[2 \pi i (n-1)\hat{x}/X] d\hat{x} \int_{y-\frac{Y}{2}}^{y+\frac{Y}{2}} \exp[2 \pi i m\hat{y}/Y] d\hat{y} \end{aligned}$$

よって、

$$\therefore g_x(x, y) = G_{10} \exp[2 \pi i \Delta_x/X]$$