

＜数式エディタ機能＞

カルキングは、数式を数学などの表記法通りに記述し、計算をし、答を出すことができます。しかしながら、一部の数式に関しては、まだ計算機能をサポートしていません。ここでは記述のみが可能な数式（計算はできません）を含め、カルキングの数式エディタ（ワープロ）機能を取り上げます。

（例 1）

連立高階の線形偏微分方程式

$$(1) \quad \sum_{j=1}^k A_{ij} u_j = f_i(t, \mathbf{x}) \quad (i=1, \dots, k)$$

ただし

$$A_{ij} = \sum_{|\mu|+v \leq m_j} a_{ij}^{(\mu),v}(t, \mathbf{x}) \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \right)^{\mu_1} \dots \left(\frac{\partial}{\partial x_n} \right)^{\mu_n} \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^v$$

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n), (\mu) = (\mu_1, \dots, \mu_n), |\mu| = \mu_1 + \dots + \mu_n$$

を考える。Petrowskiは（1）の特性方程式

$$(2) \quad \left| \sum_{|\mu|+v=m_j} a_{ij}^{(\mu),v} \lambda^v \xi_1^{\mu_1} \dots \xi_n^{\mu_n} \right| = 0$$

の根（ λ の方程式として）が、 $\xi \neq 0$ ならばすべて相異なる実数となるとき、（1）は双曲型であると定義した。

（例 2）

m と n が正整数（ $m \geq n$ ）のときは、 $\binom{m}{n}$ は相異なる m 個の物から n 個とり出す組合せの個数に等しく、これを ${}_m C_n$ で表わすことが多い。二項係数はつぎの二項展開式の係数になっている。

$$(a+b)^m = a^m + \binom{m}{1} a^{m-1} b + \binom{m}{2} a^{m-2} b^2 + \dots + \binom{m}{m-1} a b^{m-1} + b^m \quad (m \text{は整数})$$

（参考）カルキングでは ${}_m C_n$ の記述でも、 $\binom{m}{n}$ の記述でも計算可能です。

（例 3）

正の収束半径をもつ冪級数 $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ に対し、 $\phi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n z^n}{n!}$ は整函数であって、

$$|z| < \rho \quad \text{において} \quad f(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} \phi(zt) dt \quad \text{が成立する (Borelの定理)}。$$

この $\phi(z)$ を、冪級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ または、級数に関するBorelの函数という。

無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ において、それに関するBorelの函数を $\phi(z)$ とするとき、

$$\int_0^{\infty} e^{-t} \phi(z) dt = S \quad \text{であるか、または} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s_n x^n}{n!} = S \quad [s_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n]$$

が存在するとき、級数 $\sum a_n$ はBorel総和可能であるといい、このことを

$\sum a_n = S(B)$ と書き、Borelの和という。

