＜物理＞

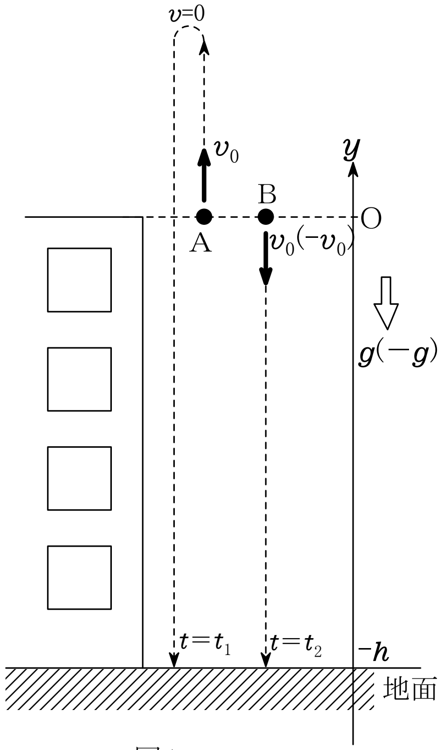


図1

問1　ビルの高さを h, ある速さ(初速)を v_0 とおく。
A,Bにおいて等加速度運動の公式より

A：$-h=v_0t_1-\frac{1}{2}gt_1^2$ ……①

B：$-h=-v_0t_2-\frac{1}{2}gt_2^2$ ……②

①,②式より hを消去すると

$$v_0t_1-\frac{1}{2}gt_1^2=-v_0t_2-\frac{1}{2}gt_2^2$$

$$\Leftrightarrow v_0(t_1+t_2)-\frac{1}{2}g(t_1+t_2)(t_1-t_2)=0$$

$$\Leftrightarrow (t_1+t_2)\left\{v_0-\frac{1}{2}g(t_1-t_2)\right\}=0$$

$t_1+t_2\neq 0$ より，　$v_0=\underline{\frac{g(t_1-t_2)}{2}}$ ……③

問2　Aが最高点では速度が 0 になっているので，最高点に達する時刻を t_0 とおくと，

$0=v_0-gt_0$ $\therefore$ $t_0=\frac{v_0}{g}$　　③式より，v_0を消去すると $t_0=\underline{\frac{t_1-t_2}{2}}$

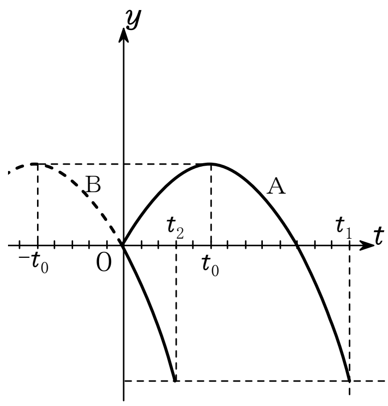
問3 最高点の y座標を H とおくと $0^2-v_0^2=2(-g)H$ より，　$H=\frac{v_0^2}{2g}$

これに ③式より，v_0を消去すると最高点のy座標は　$H=\underline{\frac{g(t_1-t_2)^2}{8}}$

問4　①式(②式でもよい)，③式より，v_0を消去すると 地面のy座標は

$$-h=\frac{g(t_1-t_2)}{2}t_1-\frac{1}{2}gt_1^2=\underline{-\frac{gt_1t_2}{2}}$$

問5　Aが再び原点を通過するときの速さは v_0であり，これはBが原点から投げ下ろされた速さに等しい。
したがって，Aが再び原点を通過してからの時間とAの y座標の関係は，Bが投げ下ろされてからの時間とBのy座標の関係と同じである。
また，Aが　再び原点を通過する時刻は，Aが最高点に達する時刻の2倍 ($2t_0$)であるから，Aのグラフは，Bのグラフ ($t<0$の破線部分も含む)を t軸の正方向に $2t_0$だけ　平行移動したものである。
一方，Bのグラフより，t_0に相当する時間は t軸の5目盛り分の時間であることがわかる。
以上のことから，グラフは 図(a) のようになる。



破線はBの運動を表すグラフを延長したものである。
図(a)

問1. 力学的エネルギー保存則より,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgr(\cos\theta - \cos 60°) \qquad \therefore\ v = \underline{\sqrt{gr(2\cos\theta - 1)}}$$

問2. 円運動の運動方程式より

$$m\frac{v^2}{r} = N - mg\cos\theta$$

vを代入すると

$$N = m\frac{\sqrt{gr(2\cos\theta - 1)}^2}{r} + mg\cos\theta$$

$$= \underline{mg(3\cos\theta - 1)}$$

問3. 点Cは $\theta = 0$ の点であるから,

問1の結果に $\theta = 0$ を代入して $v_C = \underline{\sqrt{gr}}$

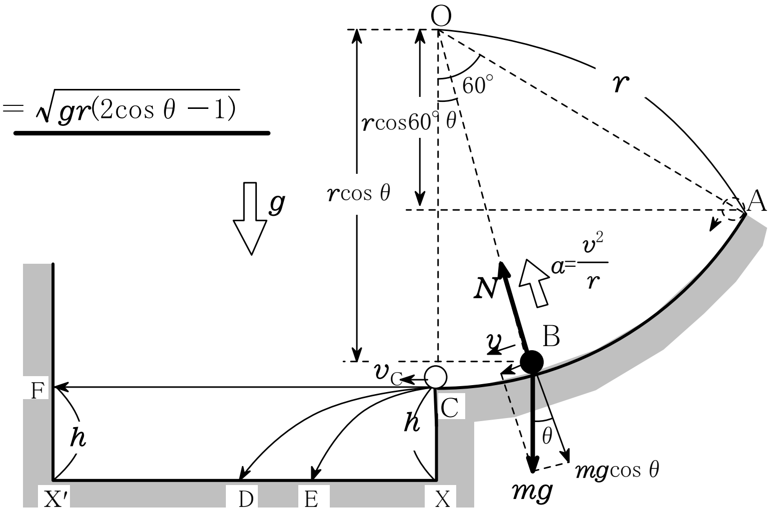


図1

問4. C→D の時間を t とすると $h = \frac{1}{2}gt^2$ したがって, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $\therefore$ XD$= v_C t = \underline{\sqrt{2hr}}$

問5 ローレンツ力は運動の方向に垂直に作用するから,
ローレンツ力がする仕事は 0である。
したがって, ローレンツ力によって速さは変化しないので,
Bにおける速さは 問1の v に等しい。

(a) 図2のように,磁界の向きが紙面の裏から表の場合,
ローレンツ力は円の中心の向きになるから,

円運動の運動方程式より $m\frac{v^2}{r} = N + qvB - mg\cos\theta$

vを代入して,Nについて解くと,

$$N = \underline{mg(3\cos\theta - 1) - qB\sqrt{gr(2\cos\theta - 1)}}$$

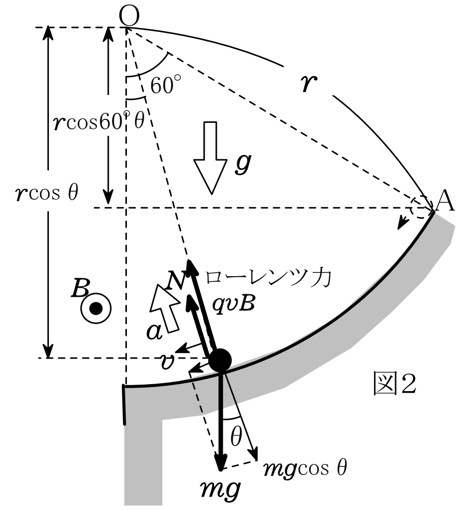


図2

(b) 磁界の向きが紙面の表から裏の場合, ローレンツ力は
円の中心と反対の向きになるから,

円運動の運動方程式より $m\frac{v^2}{r} = N - qvB - mg\cos\theta$

$$\therefore\ N = \underline{mg(3\cos\theta - 1) + qB\sqrt{gr(2\cos\theta - 1)}}$$

ローレンツ力が働いても垂直抗力が減少し,
向心力は変化しないことがわかる。

問6 点Cでの小球の速さ v_0は 問3で求めた v_C に等しいから $v_0 = v_C = \underline{\sqrt{gr}}$

問7 図3のようにCで水平投射されたとき,小球にはたらく
ローレンツ力が鉛直下向きの成分をもてば Dより手前のEに落ちる。
フレミング左手の法則より, 磁場の向きは 紙面の表から裏の向きで
ある。 答え (2)

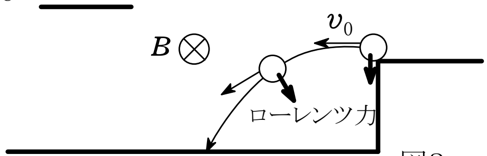


図3

問8 図4のように, 磁場の向きが紙面の裏から表であれば,
ローレンツ力と重力がつり合い 直進するので

$$qv_0B = mg \qquad \therefore\ B = \underline{\frac{m}{q}\sqrt{\frac{g}{r}}}$$

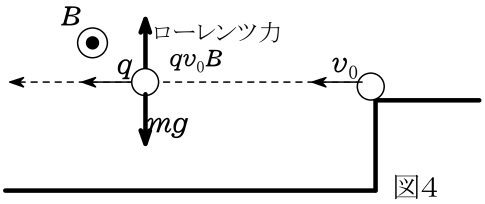
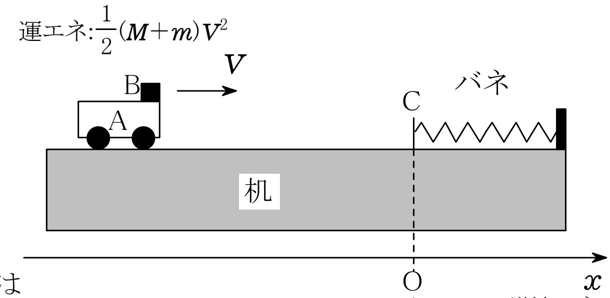


図4

(1) 求めるばねの縮みを x_0とすると，
力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2=\frac{1}{2}kx_0^2 \qquad \therefore\ x_0=\underline{V\sqrt{\frac{M+m}{k}}}$$



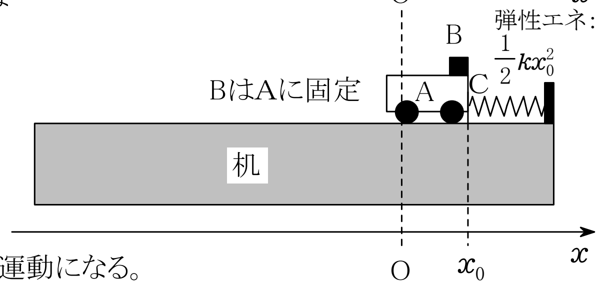
(2) Aが板C(バネ)と接触している間のAとBの運動方程式は

$$(M+m)a=-kx \qquad \therefore\ a=-\frac{k}{M+m}x$$

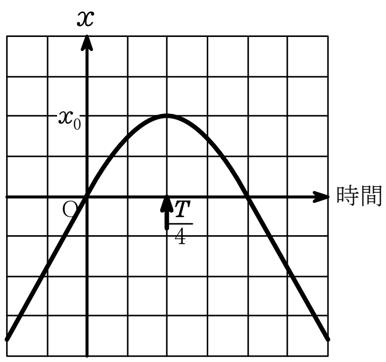
したがって，Aがばねと接触している間は，

$x=0$ を中心として，角振動数 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{M+m}}$

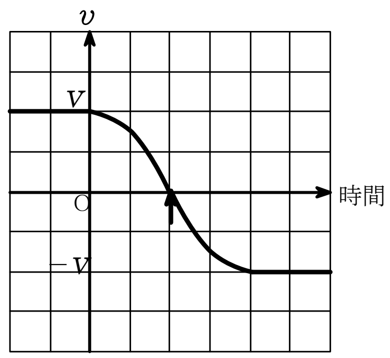
の単振動をする。自然長の位置にもどると離れ，等速直線運動になる。



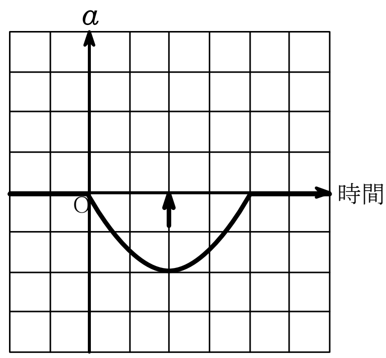
【補足】単振動のグラフは三角関数であるが，最大値,最小値,0 になるポイントを探してグラフを描けばよい。
式にするときは，このグラフを元に立式する。
$x=A\sin(\omega t+\phi)$, $v=\dfrac{dx}{dt}=A\omega\cos(\omega t+\phi)$, $a=-A\omega^2\sin(\omega t+\phi)$　などを用いる必要はない。



$t<0$, $\dfrac{T}{4}<t$ では等速運動だから，一次関数となる。傾きは速度Vであるが，正確には書きにくいのでなめらかにつなげて描けばよい。



$t<0$, $\dfrac{T}{4}<t$ では等速運動だから速度一定となる。

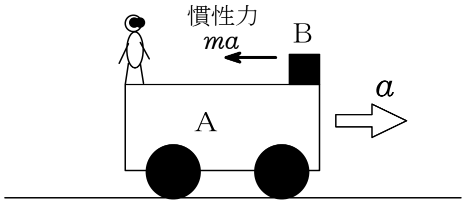


単振動しているとき，$a=-\omega^2x$ の関係があるので，x のグラフを反転せたグラフになる。

(3) 慣性力は,Aの加速度と反対向きにはたらき,$-ma$ である。
したがって,慣性力は　　$F=-ma=\dfrac{mk}{M+m}x$ となる。

AとBの加速度の大きさが最大になるのは，バネの縮みの
最大値 $x=x_0$ のときだから，Bにはたらく慣性力の大きさの最大値は

$$F=\frac{mk}{M+m}x_0=\frac{mk}{M+m}V\sqrt{\frac{M+m}{k}}=\underline{mV\sqrt{\frac{k}{M+m}}}$$

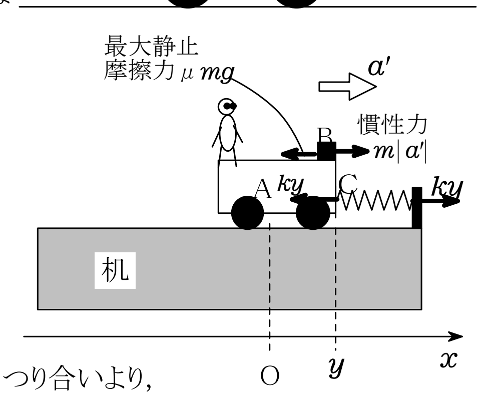


(4) 【ポイント】滑り始めるとき，最大静止摩擦力がはたらいている。
ばねの縮みが y になったときのAとBの加速度を a' とすると，

運動方程式は　$(M+m)a'=-ky \qquad \therefore a'=-\dfrac{k}{M+m}y$

このとき，Bにはたらく静止摩擦力が最大摩擦力になっているから，
AとBの間の静止摩擦力をμ とすると，A上から見たBにはたらく力のつり合いより，

$$m|a'|=\mu mg \qquad \therefore\ \mu=\underline{\frac{ky}{(M+m)g}}$$



問1「重力と遠心力の合力」(みかけの重力)と円筒面から受ける抗力が

つり合うから $\tan\theta = \dfrac{mR\omega^2}{mg} = \underline{\dfrac{R\omega^2}{g}}$

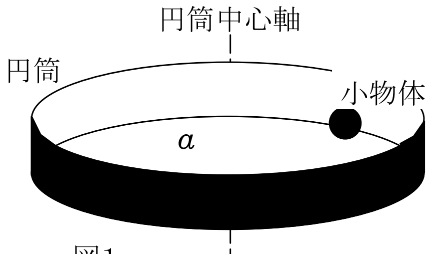


図1

【別解】水平,鉛直方向のつり合いより, $mR\omega^2 = N\sin\theta$, $mg = N\cos\theta$

Nを消去すると, $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{mR\omega^2}{mg} = \underline{\dfrac{R\omega^2}{g}}$

問2 図2-1のように, 見かけの重力加速度を g' とすると, 三平方の定理より,

$$mg' = \sqrt{(mg)^2 + (mR\omega^2)^2} \qquad \therefore\ g' = \underline{\sqrt{g^2 + (R\omega^2)^2}}$$

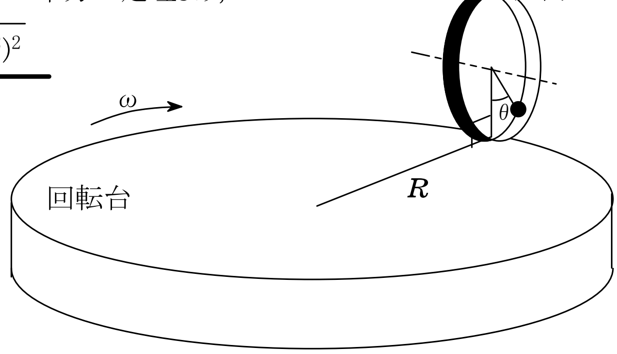


図2

問3 T_0の式で$g \to g'$ と置き換えればよいから

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{g'}}$$

$$\therefore\ T = T_0\sqrt{\frac{g}{g'}} = \underline{T_0\sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + (R\omega^2)^2}}}}$$

問4 問3の結果を近似する。

$$T = T_0\sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + (R\omega^2)^2}}} = T_0\left\{1 + \left(\frac{R\omega^2}{g}\right)^2\right\}^{\frac{1}{4}} = T_0(1 + \tan^2\theta)^{-\frac{1}{4}}$$

$$\fallingdotseq T_0\left(1 - \frac{1}{4}\tan^2\theta\right)$$

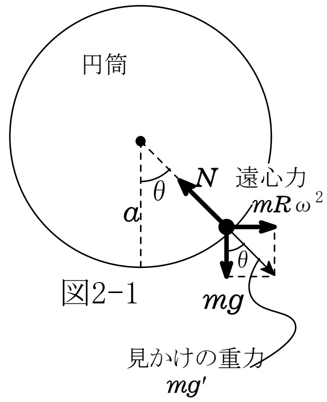


図2-1

題意より T が T_0より 0.25%小さいから, $T = \left(1 - \dfrac{0.25}{100}\right)T_0$ となる。

この式にT を代入すると, $\dfrac{1}{4}\tan^2\theta = 0.0025 \qquad \therefore\ \tan\theta = \dfrac{1}{10}$

したがって, 遠心力の大きさは $mR\omega^2 = mg\tan\theta = \underline{\dfrac{1}{10}mg}$

問5 遠心力$mR\omega^2$を見かけの重力と考える。

このときの見かけの重力加速度を g'' とすると,

$mg'' = mR\omega^2 \quad \therefore g'' = R\omega^2$

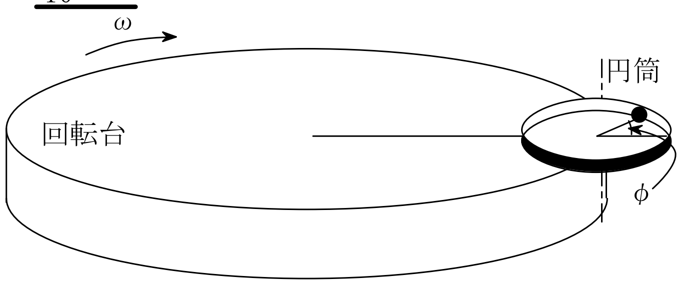


図3

(a) 力学的エネルギー保存則より, $\dfrac{1}{2}mv_1^2 = mg''a$

$\therefore\ v_1 = \sqrt{2g''a} = \underline{\omega\sqrt{2Ra}}$

(b) 初速度が $v_0 = v_2$ のとき, はじめて円運動になったことから, $\phi = \pi$ で
円筒内面からの抗力が 0 になる。この位置での小物体の速さを v_3 とおくと

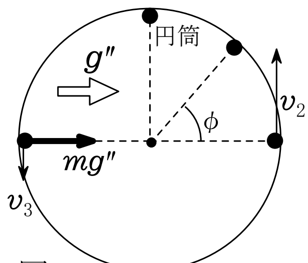


図3-1

力学的エネルギー保存則より, $\dfrac{1}{2}mv_2^2 = \dfrac{1}{2}mv_3^2 + mg''\cdot 2a$

円運動の運動方程式より, $m\dfrac{v_3^2}{a} = mg''$

2式より v_3 を消去すると $v_2 = \sqrt{5g''a} = \underline{\omega\sqrt{5Ra}}$

(1) コンデンサーに蓄える電荷は

$q=\underline{Cv}$ [C]

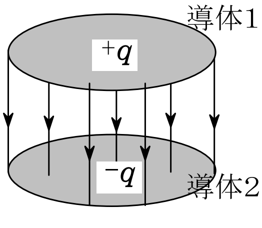


図1

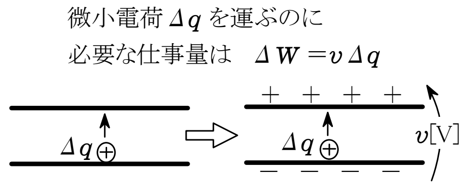


図1-1

(2)微小電荷 Δq を導体2から導体1まで運ぶのに必要な仕事は

$$\Delta W = v\Delta q = \underline{\frac{1}{C}\Delta q} \text{ [J]}$$

(3) 図1-2のように，v-qグラフの面積が仕事に相当するから仕事の総和は三角形の面積になる。したがって，

$$W=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}Q\cdot\frac{Q}{C}=\underline{\frac{Q^2}{2C}} \text{ [J]}$$

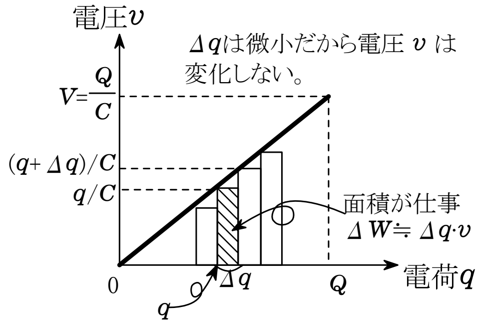


図1-2

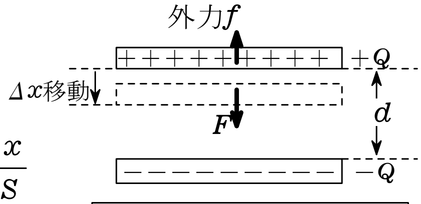
【補足】電荷を運ぶのに要した仕事が，コンデンサーに静電エネルギーとして蓄えられる。

(4) 極板間隔が Δx だけ減少したので，電気容量は $C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$，

$C+\Delta C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d-\Delta x}$　と表される。

したがって，コンデンサーの静電エネルギーの変化は

$$\Delta W=\frac{Q^2}{2(C+\Delta C)}-\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2}{2}\left(\frac{d-\Delta x}{\varepsilon_0 S}-\frac{d}{\varepsilon_0 S}\right)=-\frac{Q^2\Delta x}{2\varepsilon_0 S}$$



電荷は Q で保存される。

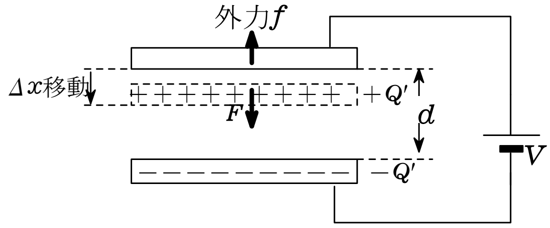
極板間引力Fは仕事とエネルギーの関係を用いて求める。

電界による力 F がする仕事 $F\Delta x$ により，静電エネルギーは失われるので $F\Delta x=-\Delta W$ となる。よって，極板間引力は

$$F=-\frac{\Delta W}{\Delta x}=\underline{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}} \text{ [N]}$$

【補足】極板間引力は $F=\frac{1}{2}QE$ となることは覚えておいた方がよい。
ガウスの法則で証明できる。

$$F=\frac{1}{2}QE=\frac{1}{2}Q\times\frac{V}{d}=\frac{Q^2}{2Cd}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$$



電源が接続されているので，電圧はVで一定

(5) 仕事とエネルギーの関係より，静電エネルギーの変化 ΔW は電源から供給されるエネルギー ΔW_e から電界による力した仕事 $F\Delta x$ を引けばよいから

$\Delta W=\Delta W_e-F\Delta x$　　$\therefore F\Delta x=\underline{\Delta W_e-\Delta W}$ [J]

(6) 静電エネルギーの変化は $\Delta W=\dfrac{1}{2}(C+\Delta C)V^2-CV^2=\underline{\dfrac{1}{2}\Delta C\cdot V^2}$ [J]

(7)

【ポイント】電源の負極から正極に向けて移動した電荷を ΔQ とおくと，
電源がした仕事(電源から供給されるエネルギー)は　$\Delta W_e=\Delta Q\cdot V$である。
ΔQ は コンデンサーの電荷の変化量に等しいから $\Delta Q=(C+\Delta C)V-CV=\Delta CV$
$\therefore \Delta W_e=\Delta Q\cdot V\underline{=\Delta C\cdot V^2}$　　← $2\Delta W$ に等しい。

(8)電気容量の変化は

$$\Delta C=\frac{\varepsilon_0 S}{d-\Delta x}-\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(\frac{1}{1-\Delta x/d}-1\right)\fallingdotseq\frac{\varepsilon_0 S}{d}\left\{\left(1+\frac{\Delta x}{d}\right)-1\right\}=\underline{\frac{\varepsilon_0 S\Delta x}{d^2}}$$