＜統　計＞

区間推定1

正規母集団における母平均の区間推定(母分散既知)

【設問】 標本数　$n = 25$　　標本の平均　$\bar{x} = 8.493$　　母分散　$v_p = 0.1225$

このとき　信頼係数　$\alpha = 0.95$　として母平均 m の信頼区間を推定せよ。

【計算】 $w = \mathrm{norminv}\left(\dfrac{1+\alpha}{2}\right)\cdot\sqrt{\dfrac{v_p}{n}}$ を定めると区間推定は　$[\bar{x} - w, \bar{x} + w] = [8.356, 8.630]$

参考：平均値と下限、上限の3つの値をまとめて、右のような表記も可能　$8.493^{8.356}_{8.630}$

【要点】 標本の平均値を表す変量を $\bar{X}$ とすると、その分散 V は　$V = \dfrac{v_p}{n}$　(1)

次式により変数 Z を定めると、Z は N(0, 1) に従う。　$Z = \dfrac{\bar{X} - m}{\sqrt{V}}$　(2)

$P(-z \leqq Z \leqq z) = \alpha$　　となる z を求める。

$P(Z \leqq z) = P(Z \leqq 0) + P(0 \leqq Z \leqq z) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\alpha}{2}$　　それゆえ　$z = \mathrm{norminv}\left(\dfrac{1+\alpha}{2}\right)$

区間$(-z \leqq Z \leqq z)$に式(2)を適用すると　$\bar{X} - z\sqrt{V} \leqq m \leqq \bar{X} + z\sqrt{V}$　(3)

式(3)に式(1)を代入すると　$\bar{X} - z\sqrt{\dfrac{v_p}{n}} \leqq m \leqq \bar{X} + z\sqrt{\dfrac{v_p}{n}}$

信頼区間は $\bar{X}$ にその実現値である $\bar{x}$ の値を代入して求められる。

主因子法

相関行列　$R = \begin{pmatrix} 1.00 & 0.72 & 0.62 \\ 0.72 & 1.00 & 0.55 \\ 0.62 & 0.55 & 1.00 \end{pmatrix}$

準備　n=3　　V=0

i=1..n　　$a_i=1$

$R^a=R$　　a=create_matrix(a)

係数ベクトルを計算するスクリプト

```
aCalc
R^a_{i,i}=a_i^2
w=eigen(R^a, V)
V_{i,1}=-V_{i,1}   Σ_{h=1}^{n} V_{h,1}<0
a_i=√(w_1) V_{i,1}
return a
```

1回目　$aCalc = \begin{pmatrix} 0.9039 \\ 0.8747 \\ 0.8249 \end{pmatrix}$

2回目　$aCalc = \begin{pmatrix} 0.8802 \\ 0.8306 \\ 0.7470 \end{pmatrix}$

3回目　$aCalc = \begin{pmatrix} 0.8785 \\ 0.8155 \\ 0.7147 \end{pmatrix}$

……………………

収斂　$aCalc = \begin{pmatrix} 0.9008 \\ 0.7993 \\ 0.6883 \end{pmatrix}$