

# <フーリエ展開>

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(kt) dt$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin(kt) dt$$

カルキングスクリプトの計算例

```

FourierExpansion( f,x,n )
var a,b,c,s,s1 ←
c=1/(2π) ∫-ππ f(t) dt ←
{s=∅ |c|<10-6
{s="<<c>>" ←
(for k = 1 to n step 1 ) ←
a=1/π ∫-ππ f(t) cos(kt) dt ←
b=1/π ∫-ππ f(t) sin(kt) dt ←
{s1="<<x>>" k=1 ←
{s1="<<k>><<x>>" ←
{s=s+"<<a>>cos<<s1>>" a<0 ←
{s=s+"+<<a>>cos<<s1>>" a>0 ←
{s=s+"<<b>>sin<<s1>>" b<0 ←
{s=s+"+<<b>>sin<<s1>>" b>0 ←
return |s|

```

特徴  
簡素な変数宣言

スクリプト(プログラム)の中で  
自然な数式が書ける。

文字列操作もできる

実行例       $f(x)=x$  関数定義

FourierExpansion( f,"x",10 )=  
 $+2.0000\sin x - 1.00002\sin 2x + 0.66674\sin 3x - 0.50018\sin 4x + 0.40036\sin 5x - 0.33397\sin 6x + 0.28676\sin 7x - 0.25161\sin 8x + 0.22460\sin 9x - 0.20339\sin 10x$

展開された部分を使って関数グラフ作成

$F(x) = +2.0000\sin x - 1.00002\sin 2x$   
 $+ 0.66674\sin 3x - 0.50018\sin 4x$   
 $+ 0.40036\sin 5x - 0.33397\sin 6x$   
 $+ 0.28676\sin 7x - 0.25161\sin 8x$   
 $+ 0.22460\sin 9x - 0.20339\sin 10x$

