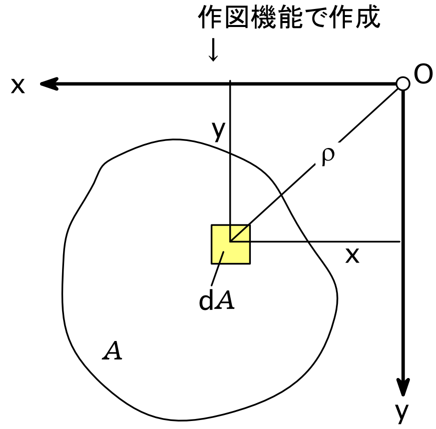
材料力学＜断面2次モーメント＞

定義



軸に関する断面2次モーメント(慣性モーメント):

$$J_x=\int_A y^2 \mathrm{d}A>0 \qquad J_y=\int_A x^2 \mathrm{d}A>0$$

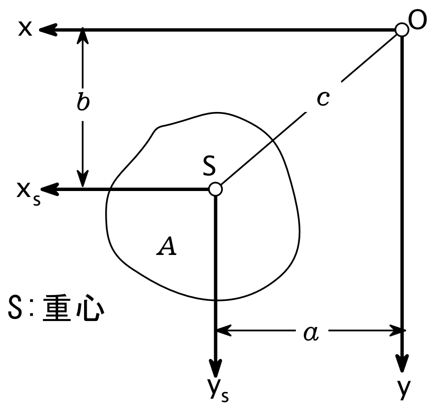
断面相乗モーメント:

$$J_{xy}=\int_A xy\,\mathrm{d}A \lesseqgtr 0$$

断面2次極モーメント:

$$J_P=\int_A \rho^2 \mathrm{d}A=J_x+J_y>0$$

平行な軸への断面モーメントの換算



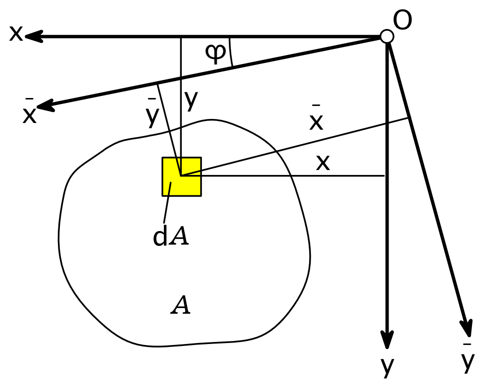
シュタイナーの法則

$$J_x=J_{xs}+b^2A \qquad J_y=J_{ys}+a^2A$$

$$J_{xy}=J_{xsys}+abA \qquad J_{po}=J_{ps}+c^2A$$

断面モーメントの中では、重心軸に関するモーメントが最小である。

軸を回転した場合の断面モーメント



$$J_{\bar{x}}=\frac{J_x+J_y}{2}+\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\varphi-J_{xy}\sin 2\varphi$$

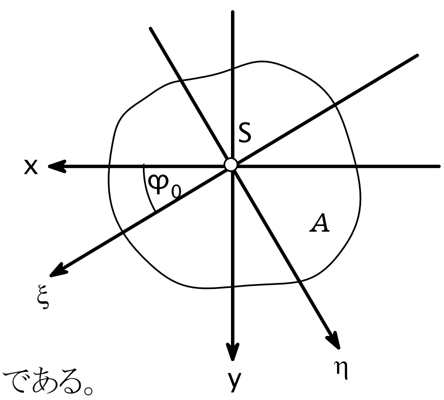
$$J_{\bar{y}}=\frac{J_x+J_y}{2}-\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\varphi+J_{xy}\sin 2\varphi$$

$$J_{\bar{x}\bar{y}}=\frac{J_x-J_y}{2}\sin 2\varphi+J_{xy}\cos 2\varphi$$

主軸 ξ 、η の位置

$$\tan 2\varphi_0=\frac{2J_{xy}}{J_y-J_x}$$

この軸に対して、軸まわりの断面モーメントは極値をとり、断面相乗モーメントは消失する。



主断面モーメント(極値):

$$J_\xi=\frac{J_x+J_y}{2}+\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\varphi_0-J_{xy}\sin 2\varphi_0$$

$$J_\eta=\frac{J_x+J_y}{2}-\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\varphi_0+J_{xy}\sin 2\varphi_0$$

両軸まわりの断面モーメントの和は、座標系の回転に対して不変である。

ある断面の対称軸は常に主軸である。
逆に、主軸はかならずしも対称軸であるとは限らない。

$$J_x+J_y=J_{\bar{x}}+J_{\bar{y}}=J_\xi+J_\eta$$

技術評論社「工学技術の公式」より抜粋