

<多項式展開と無限級数展開>

プロフェッショナル版限定機能

★多項式展開

拡張数学関数には多項式に展開する関数があります。

関数を入力して、「実行」－「各種の展開」－「多項式展開」で、表示されます。

操作方法

- 1) $H_{12}(x)=$ と入力します。
- 2) 「実行」－「各種の展開」－「多項式展開」を選びます。
- 3) 関数の代数計算の形で表示されます。

$\text{polynomial_expand}(H_{12}(x))$

$$= 4096x^{12}-135168x^{10}+1520640x^8-7096320x^6+13305600x^4-7983360x^2+665280$$

$\text{polynomial_expand}(L_7^\alpha(x))$

$$= -\frac{1}{5040}x^7+\frac{1}{720}(\alpha+7)x^6-\frac{1}{240}(\alpha+7)(\alpha+6)x^5+\frac{1}{144}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)x^4-\frac{1}{144}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)x^3+\frac{1}{240}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)x^2-\frac{1}{720}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)(\alpha+2)x+\frac{1}{5040}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)(\alpha+2)(\alpha+1)$$

$\text{polynomial_expand}(L_{10}(t))$

$$= \frac{1}{3628800}t^{10}-\frac{1}{36288}t^9+\frac{1}{896}t^8-\frac{1}{42}t^7+\frac{7}{24}t^6-\frac{21}{10}t^5+\frac{35}{4}t^4-20t^3+\frac{45}{2}t^2-10t+1$$

$\text{polynomial_expand}(T_{15}(x))$

$$= 16384x^{15}-61440x^{13}+92160x^{11}-70400x^9+28800x^7-6048x^5+560x^3-15x$$

$\text{polynomial_expand}(U_{14}(s))$

$$= 16384s^{14}-53248s^{12}+67584s^{10}-42240s^8+13440s^6-2016s^4+112s^2-1$$

★無限級数展開

数学関数の計算式をマクローリン展開 ($x = 0$ におけるテイラー展開) します。

式を入力して、「実行」－「各種の展開」－「無限級数展開」で、表示されます。

操作方法

- 1) $\sin x + e^x =$ と入力します。
- 2) 「実行」－「各種の展開」－「多項式展開」を選びます。
- 3) 展開する最高次数の入力になるので、11と入力し、「OK」をクリックします。
- 4) 関数の代数計算の形で表示されます。

`taylor_expand(sinx+e^x,11)`

$$=1+2x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{60}x^5+\frac{1}{720}x^6+\frac{1}{40320}x^8+\frac{1}{181440}x^9+\frac{1}{3628800}x^{10}$$

展開する変数は デフォルトは x ですが、他の変数について展開したいときは、プロパティの「式の属性②」の「代数表現」の注目文字で指定します。

`taylor_expand(cost,11)`

$$=1-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{24}t^4-\frac{1}{720}t^6+\frac{1}{40320}t^8-\frac{1}{3628800}t^{10}$$
 (tを注目文字に指定)

★フーリエ級数展開

操作方法

- 1) フーリエ展開したい式を=記号と一緒に作成します。

$$x =$$

- 2) 上記の式を選択して、
「実行」－「各種の展開」－「フーリエ級数展開」

- 3) 上記の操作によって、展開項数を指定するためのダイアログ画面が出ます。
ここで5にすると以下の展開結果が得られます。

$$\text{fourier_expand}(x,5) = 2\sin x - \sin(2x) + \frac{2}{3}\sin(3x) - \frac{1}{2}\sin(4x) + \frac{2}{5}\sin(5x)$$

- 4) 上記の式では展開項数を5にしましたが、式をコピーして、5を10に修正して、「再実行」すると以下のような結果が得られます。

$$\text{fourier_expand}(x,10) = 2\sin x - \sin(2x) + \frac{2}{3}\sin(3x) - \frac{1}{2}\sin(4x) + \frac{2}{5}\sin(5x) - \frac{1}{3}\sin(6x) + \frac{2}{7}\sin(7x) - \frac{1}{4}\sin(8x) + \frac{2}{9}\sin(9x) - \frac{1}{5}\sin(10x)$$

- 5) 他の計算例

以下の式は、現在分数モードでの代数計算ができないため、式を選択して、「実行」－「各種の展開」－「フーリエ級数展開」を行うとエラーになります。

上記の式の「`fourier_expand(x,5)=...`」をコピーして、計算式を変更し、プロパティで分数モードのチェックを外し、ご希望の桁数にして再実行してください。

小数モード 8桁

$$\text{fourier_expand}(\sqrt{x^2+1},7) = 1.9448477-0.99740356\cos x+0.10786688\cos(2x)-0.0760894\cos(3x)+0.035982537\cos(4x)-0.02480316\cos(5x)+0.016719265\cos(6x)-0.012427225\cos(7x)$$

小数モード 8桁

$$\text{fourier_expand}(e^{-x^2}, 7) = 0.28209229 + 0.4393962 \cos x + 0.20754913 \cos(2x) + 0.059469356 \cos(3x) + 0.010329757 \cos(4x) + 0.0010923944 \cos(5x) + 0.000066826285 \cos(6x) + 0.0000050990035 \cos(7x)$$

なお、次の式は厳密計算できます。

$$\text{fourier_expand}(x^2, 5) = \frac{1}{3} \pi^2 - 4 \cos x + \cos(2x) - \frac{4}{9} \cos(3x) + \frac{1}{4} \cos(4x) - \frac{4}{25} \cos(5x)$$