＜3直線に接するすべての円の導出＞

連立多項式方程式と関数グラフ機能の応用例

一般公式

$ax+by+c=0$ に接する円の方程式は $(ax_0+by_0+c)^2=(a^2+b^2)r^2$ で与えられる。 ここで中心座標 $(x_0,\ y_0)$ 半径 r

中心座標を(a,b)半径をrとすると以下の3直線に内接する円の方程式は以下のようになります。

直線の式 $2x-5y=0$

$x+2y-9=0$ のとき

$4x-y=0$

連立多項式方程式

$(2a-5b)^2=29r^2$

$(a+2b-9)^2=5r^2$

$(4a-b)^2=17r^2$

$r>0$ （条件式も方程式の一部）

方程式の全ての解（４組）

$a_1 = 1.8598$	$a_2 = -2.6561$	$a_3 = 5.1629$	$a_4 = 4.7445$
$b_1 = 2.1306$	$b_2 = 2.3185$	$b_3 = 5.9146$	$b_4 = -4.1415$
$r_1 = 1.2875$	$r_2 = 3.1391$	$r_3 = 3.5742$	$r_4 = 5.6073$

４つの円を表す関数群

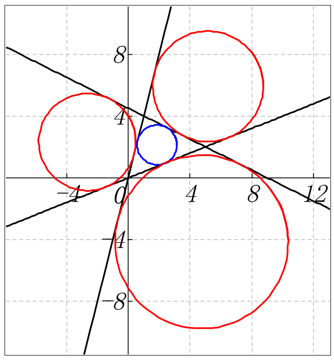
$x(t)=r_1\cos(t)+a_1$　　$x(t)=r_2\cos(t)+a_2$

$y(t)=r_1\sin(t)+b_1$　　$y(t)=r_2\sin(t)+b_2$

$x(t)=r_3\cos(t)+a_3$　　$x(t)=r_4\cos(t)+a_4$

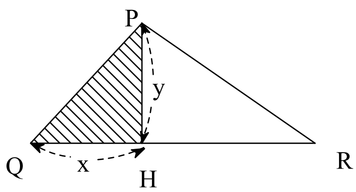
$y(t)=r_3\sin(t)+b_3$　　$y(t)=r_4\sin(t)+b_4$

３直線とこれに接する円



☆無理方程式

ΔPQRの底辺$\overrightarrow{QR}$の長さを５とする。
Pから底辺$\overrightarrow{QR}$への垂線をPHとする。
QHの長さをｘ、PHの長さをｙとする。
ここでPQとPRの長さの和が７とする。
ΔPQHの面積を2.1としたとき、x､yの
それぞれの値を求めよ。



作図機能で作成

このとき方程式は次の無理方程式になる。

$\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{(5-x)^2+y^2}=7$
$\frac{1}{2}xy=2.1$
$x<5$

→ $z=\sqrt{x^2+y^2}$, $a=\sqrt{(5-x)^2+y^2}$ zとaを導入 →

$z+a=7$
$\frac{1}{2}xy=2.1$
$z^2=x^2+y^2$
$a^2=(5-x)^2+y^2$
$x<5$

→ 連立多項式方程式を解く →

$a = 4.0322$
$x = 1.7549$
$y = 2.3933$
$z = 2.9678$

ニュートン法より楽に解ける

ｎ乗根記号と多項式の組み合わせから構成される方程式

↓ 簡単な変換規則

連立多項式方程式