

<多項式展開・無限級数展開・フーリエ級数展開・部分分数分解>

★多項式展開

プロフェッショナル版限定機能

拡張数学関数には多項式に展開する関数があります。
関数を入力して、「実行」-「各種の展開」-「多項式展開」で、表示されます。

$$\text{polynomial_expand}(H_{12}(x)) \quad \text{エルミート多項式関数}$$
$$=4096x^{12}-135168x^{10}+1520640x^8-7096320x^6+13305600x^4-7983360x^2+665280$$

$$\text{polynomial_expand}(L_7^\alpha(x)) \quad \text{拡張ラゲール多項式関数}$$
$$=-\frac{1}{5040}x^7+\frac{1}{720}(\alpha+7)x^6-\frac{1}{240}(\alpha+7)(\alpha+6)x^5+\frac{1}{144}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)x^4$$
$$-\frac{1}{144}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)x^3+\frac{1}{240}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)x^2$$
$$-\frac{1}{720}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)(\alpha+2)x+\frac{1}{5040}(\alpha+7)(\alpha+6)(\alpha+5)(\alpha+4)(\alpha+3)(\alpha+2)(\alpha+1)$$

$$\text{polynomial_expand}(L_{10}(t)) \quad \text{ラゲール多項式関数}$$
$$=\frac{1}{3628800}t^{10}-\frac{1}{36288}t^9+\frac{1}{896}t^8-\frac{1}{42}t^7+\frac{7}{24}t^6-\frac{21}{10}t^5+\frac{35}{4}t^4-20t^3+\frac{45}{2}t^2-10t+1$$

$$\text{polynomial_expand}(T_{15}(x)) \quad \text{第1種チェビシエフ多項式関数}$$
$$=16384x^{15}-61440x^{13}+92160x^{11}-70400x^9+28800x^7-6048x^5+560x^3-15x$$

$$\text{polynomial_expand}(U_{14}(s)) \quad \text{第2種チェビシエフ多項式関数}$$
$$=16384s^{14}-53248s^{12}+67584s^{10}-42240s^8+13440s^6-2016s^4+112s^2-1$$

★無限級数展開

プロフェッショナル版限定機能

数学関数の計算式をマクローリン展開 ($x=0$ におけるテイラー展開) します。
式を入力して、「実行」-「各種の展開」-「無限級数展開」で、表示されます。

操作方法

- 1) $\sin x + e^x =$ と入力します。
- 2) 「実行」-「各種の展開」-「多項式展開」を選びます。
- 3) 展開する最高次数の入力になりますので、11と入力し、「OK」をクリックします。
- 4) 関数の代数計算の形で表示されます。

$$\text{taylor_expand}(\sin x + e^x, 11)$$
$$=1+2x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{24}x^4+\frac{1}{60}x^5+\frac{1}{720}x^6+\frac{1}{40320}x^8+\frac{1}{181440}x^9+\frac{1}{3628800}x^{10}$$

展開する変数は デフォルトは x ですが、他の変数について展開したいときは、プロパティの「式の属性②」の「代数表現」の注目文字で指定します。

$$\text{taylor_expand}(\cos t, 11)$$
$$=1-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{24}t^4-\frac{1}{720}t^6+\frac{1}{40320}t^8-\frac{1}{3628800}t^{10} \quad (t \text{ を注目文字に指定})$$

★フーリエ級数展開

プロフェッショナル版限定機能

次のフーリエ展開の公式にもとづいて計算します。

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(kt) dt \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin(kt) dt$$

x^2 をフーリエ展開する場合は次のように式を作成します。

分数係数の展開の場合はプロパティで分数モードの設定が必要です。

$$x^2 =$$

「実行」-「各種の展開」-「フーリエ級数展開」でダイアログが表示されますので、展開項数を指定してOKボタンで結果が表示されます。

$$\text{fourier_expand}(x^2, 5) = \frac{1}{3}\pi^2 - 4\cos x + \cos(2x) - \frac{4}{9}\cos(3x) + \frac{1}{4}\cos(4x) - \frac{4}{25}\cos(5x)$$

注) 分数形式はカルキングで不定積分可能な場合のみ。

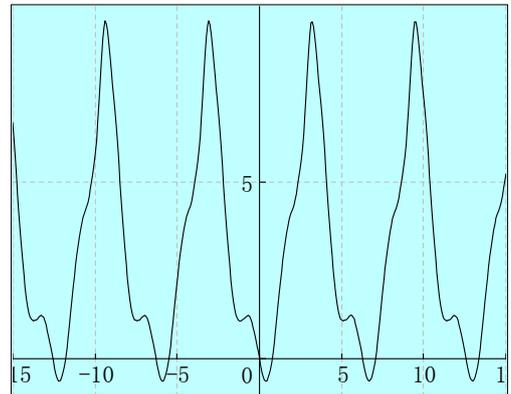
$$\text{fourier_expand}(x^2, 10)$$

$$= 3.2899 - 4\cos x + \cos(2x) - 0.44444\cos(3x) - 1.01110 \cdot 10^{-15}\sin(3x) + 0.25\cos(4x) - 0.16\cos(5x) \\ + 0.11111\cos(6x) - 0.081629\cos(7x) + 0.062496\cos(8x) - 0.049377\cos(9x) + 0.039993\cos(10x)$$

注) 係数の桁数はプロパティで指定します。

結果の式を使ってグラフも描けます。

$$y = 3.2899 - 4\cos x + \cos(2x) - 0.44444\cos(3x) \\ - 1.01110 \cdot 10^{-15}\sin(3x) + 0.25\cos(4x) - 0.16\cos(5x) \\ + 0.11111\cos(6x) - 0.081629\cos(7x) + 0.062496\cos(8x) \\ - 0.049377\cos(9x) + 0.039993\cos(10x)$$



★部分分数分解

プロフェッショナル版限定機能

式を入力して、「実行」-「各種の分解」-「部分分数分解」で、表示されます。

$$\text{partial_fract_decompose}\left(\frac{1}{s^2(4-s^2)^2}\right) = \frac{1}{16s^2} + \frac{-3}{128(s-2)} + \frac{1}{64(s-2)^2} + \frac{3}{128(s+2)} + \frac{1}{64(s+2)^2}$$

$$\text{partial_fract_decompose}\left(\frac{-a^2s-ab-as^2+b^2+bs}{abs+as^2+b^2+bs^2+bs+s^3}\right) = \frac{-a}{b+s} + \frac{b}{as+b+s^2}$$

ラプラス変換で微分方程式を解くとき等には小数モードを利用します。

$$\text{partial_fract_decompose}\left(\frac{1}{s^2+3s-20}\right) = \frac{-0.105999788000636}{s+6.2169905660283} + \frac{0.105999788000636}{s-3.2169905660283}$$

$$\text{partial_fract_decompose}\left(\frac{4s^4+2s^2-67}{s^6+5s^5-12s^4+28s^3-12s^2+2s+123}\right) \\ = \frac{0.74108672s-1.1667342}{s^2-3.1192958s+3.8995381} + \frac{-0.16970508s-0.1907197}{s^2-0.37536538s+3.436221} + \frac{-0.40035634}{s+7.223988} + \frac{-0.17102529}{s+1.2706731}$$