

＜微分積分＞

★微分

☆基本の微分

$$\frac{d}{dx}(x^3+2x^2-3x+6)=3x^2+4x-3 \quad \frac{d}{dx}\operatorname{cosec}x = \frac{-\cos x}{\sin^2 x} \quad \frac{d}{dx}(\ln|x|) = \frac{1}{x}$$

$$(x^5)' = 5.0000x^4 \quad (\sin x)' = \cos x \quad (e^x)' = e^x \quad (5^x)' = 5^x \ln 5$$

(注) logの引数以外での絶対値を含む項、 ax^{b^x+c} , 階乗などの項を含む項は微分できません。

☆n次導関数

$$\frac{d^2}{dx^2}x^5 = 20x^3 \quad \frac{d^3}{dx^3}\sin x = -\cos x \quad (x^5)'' = 20x^3$$

☆関数定義されている式の微分

$$f(x) = \sin^2 x \quad y = \log_a x \quad (\text{関数定義})$$

$$f'(x) = 2\cos x \sin x \quad \frac{d}{dx} f(x) = 2\cos x \sin x \quad y' = \frac{1}{x \ln a} \quad \frac{d}{dt} f(t) = 2\cos t \sin t$$

★偏微分

$$g(u,v) = \frac{1}{2} \ln(u^2+v^2) \quad \frac{\partial^2 g}{\partial u^2} = \frac{-u^2+v^2}{u^4+2u^2v^2+v^4} \quad \frac{\partial^2 g}{\partial v^2} = \frac{u^2-v^2}{u^4+2u^2v^2+v^4}$$

(関数定義)

★定積分

☆基本の定積分

$$\int_0^{\pi/2} (\cos x + \sin 2x) dx = 2 \quad \int_0^3 x\sqrt{4-x} dx = 6.2667 \quad \int_0^1 (e^y - 1) dy = 0.71828$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-5x} dx = 0.04 \quad \int_0^1 \tan(x+5i) dx = 0.000064291 + 0.99996i$$

上下限に ∞ が使えます

被積分関数が複素数でも積分できます

☆多重積分

$$\int_0^1 \int_0^1 xy dx dy = 0.25 \quad \int_0^5 \frac{1}{5} \left(\int_0^x y dy \right) dx = 4.1667$$

積分範囲に変数が使われている場合

★不定積分

$$\int \frac{1}{1+\cos x} dx = \frac{\sin x}{\cos x + 1} \quad \int \frac{7}{3x^2+2x+5} dx = \frac{21}{3\sqrt{14}} \tan^{-1} \frac{3x+1}{\sqrt{14}} \quad \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

★極限計算

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2-1} = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1-e^{3x}} = -\frac{1}{3} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1+\frac{1}{x}} + 1 \right) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sinh x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\ln(1-3x)} = -\frac{2}{3} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+n) - \sin x}{n} = \frac{\sin n}{n}$$

