

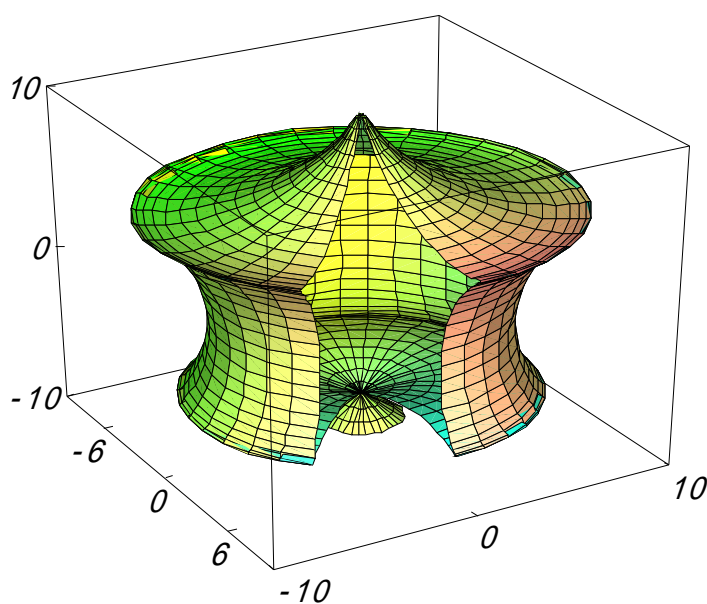
数式処理/ドキュメント作成ソフト
作図/数式計算/文書/表/LaTeX/HTML変換

カルキング

(印刷サンプル - 教材作成編)

Windows 7 / Vista / XP 対応版

科学/技術/教育研究/統計



株式会社 シンプレックス

<http://www.simplex-soft.com>

上記 HP より体験版がダウンロードできます。

目 次

まえがき カルキングの計算及び印刷例 / ワ - プロ編集機能
計算式の作成方法

教材作成例 小学校～大学入試

教材作成の為に	7
小数 (小学)	1 3
分数	1 4
扇形で囲まれた面積	1 5
時計の作成	1 7
中学数学	1 9
関数グラフ (基本)	2 1
関数グラフの授業例 (絵)	2 2
三平方の定理を使った計算	2 4
高校入試問題数学 2	2 5
高校数学	3 0
数学	3 3
春期講習センター	3 5
センター試験数学 ・ 数学A	4 3
センター試験数学 ・ 数学B	4 8
数理トピックスレポート	6 1
中学理科	6 6
高校化学	6 8
高校物理	7 1
冬期講習 物理	7 3
センター試験化学	7 9
センター試験物理	9 3
電気演習	1 0 9

この印刷サンプル集は、すべて「カルキング」で
作成・計算・作図・貼り付け・編集・印刷されたものです。

ドキュメントのPDF化に際しての注意事項

以下のドキュメントはプリンタで印刷を行った場合には正常に出力される
のですが、PDF形式で出力すると、一部で積分記号が切れたり、表の罫線が
表示されなかったり、網掛けでの塗り潰しが正しく描画できない、
などの現象が起きることがあります。

また、カルキングに添付されている数式フォントを埋め込んでいます。

「カルキング」の計算及び印刷例

Windows XP/Vista対応版
OLE2.0(コンテナ/サーバ対応)

単位計算・表計算・プログラミング機能・2D/3Dグラフ・HTML/TeXへ変換可能・CAD等双方向貼付可能

分数でも小数でも自由自在

$3.1 \times 2.5 \div 2 = 3\frac{7}{8}$ **帯分数表示**
 $3.12949846 \times 2.58641157 = 8.09417102524118$
小数(表示精度15桁)
 $3.12949846 \times 2.58641157 = 8.09$
小数(小数点以下2桁四捨五入)
 $16 \times 16 = 256 = (100)_{16} = (400)_8$ **(基数表現)**
 $a=(5,3,7)$ $b=(7,5,4)$ $\theta=30^\circ 45'$

$\frac{1}{2} \text{abc} \cos \theta = 33.517$
 $a \times b = (-23, 29, 4)$ **ベクトル演算**

$\sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{6^3} = 7\sqrt{6}$ **厳密表示**

$\sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{6^3} = 17.146$ **近似表示**

$\text{sum}(10, 20, 30) = 60$

$\text{average}(90, 85, 78, 65, 92) = 82$

$\prod_{k=1}^5 k = 120$ $\binom{10}{5} = 252$ $\Gamma(10.5) = 1133278.38894884$

複雑な分数式

$$25 + \left\{ \frac{\frac{43}{45-89} + 7}{5 \times \left(\frac{5^3}{78 \times 21^2} - 7\frac{5}{8} \right)} + \frac{8}{56} \right\} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{12109327192}{242235609}$$

自動単位計算

3 m/s で動いている 5 kg の重さの物体の
運動エネルギーを求める

$m_0 = 5 \text{ kg}$ $v = 3 \text{ m/s}$

$\frac{1}{2} m_0 v^2 = 22.50 \text{ J}$

条件式

$f(x) = \begin{cases} |x| & (x < 0) \\ \sqrt{x} & (0 \leq x < 1) \\ x^2 & (1 \leq x) \end{cases}$
 $f(-2) = 2$
 $f(\frac{1}{3}) = 0.57735$
 $f(\sqrt{3}) = 3$

数学関数

$\int_0^1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2(x+y)}{\sqrt{1+x^2+y^2}} dx dy = 0.774978$

$5^P \times 3^P \times 3^P = 720$ $23C_2 \times 20C_2 = 48070$

$\frac{d}{dx} \sqrt{\sin x + \cos x} = \frac{\cos x - \sin x}{2\sqrt{\sin x + \cos x}}$

$\sum_{k=1}^n k^5 = \frac{1}{12} n^6 + \frac{5}{12} n^4 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{6} n^0$

$\sum_{j=1}^4 a_{ij} x_i = a_{1j} x_1 + a_{2j} x_2 + a_{3j} x_3 + a_{4j} x_4$

フィボナッチ級数

$h(n) = \begin{cases} 1 & n=1 \\ 1 & n=2 \\ h(n-2) + h(n-1) & n > 2 \end{cases}$
 $h(1)=1$ $h(2)=1$ $h(3)=2$ $h(5)=5$ $h(10)=55$

行列計算

x	y
0	0
0.1	0.1002
0.2	0.2013
0.3	0.3045
0.4	0.4108
0.5	0.5211
0.6	0.6367
0.7	0.7586
0.8	0.8881
0.9	1.0265
1	1.1752

$$\begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^5 \\ \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^5 & \sum_{i=1}^n x_i^6 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \\ \sum_{i=1}^n (x_i^2 y_i) \\ \sum_{i=1}^n (x_i^3 y_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0001434 \\ 1.0045726 \\ -0.0201107 \\ 0.1906954 \end{pmatrix}$$

大きい数もOK!

$4^{500} = 10715086071862673209484250490600018$
 $1056140481170553360744375038837035105112$
 $4936122493198378815695858127594672917553$
 $1468251871452856923140435984577574698574$
 $8039345677748242309854210746050623711418$
 $7795418215304647498358194126739876755916$
 $5543946077062914571196477686542167660429$
 $831652624386837205668069400$

$12,456,700 \times 1.03 = 12,830,401$ (3桁区切り)

方程式

(一元多項式)

$0.55x^4 + 0.3x^2 - 0.52x = -0.4x^3 + 1$

$x = -0.39191 + 1.2335i$

$x = -1.0139$

$x = -0.39191 - 1.2335i$

$x = 1.0705$

(連立方程式)

$\begin{cases} a^2 + b + c = 5 & a = -2.5072 \\ \frac{2}{3}a - 0.7b = c & b = 1.2846 \\ \frac{a+b^2}{3} = \frac{c}{9} & c = -2.5070 \end{cases}$

$b > 0$ 条件をつけられる

Newtonコマンド(非線形連立方程式)

$a^2 + \sin b = 3$ (4)

$e^a - \cos b = 6$ (5)

$\text{newton}((4), (5), a=0, b=1)$

求まった解 $a = 1.91084482173435$

$b = 5.57385213050846$

表

数	数値	逆数	常用対数	自然対数
a	a	1/a	$\log_{10} a$	$\log_e a$
2	2.00000	0.50000	0.30103	0.69315
$\sqrt{2}$	1.41421	0.70711	0.15051	0.34657
	3.14159	0.31831	0.49715	1.14473
e	2.71828	0.36788	0.43429	1.00000

(表中の数値はカルキングの表計算機能により算出)

北陸

県名	人口	世帯数	面積	人口密度	世帯人数
新潟	2431396	1176785	10789	225.36	2.07
富山	1111602	535542	2046	543.30	2.08
石川	1173994	566975	4185	280.52	2.07
福井	821589	397219	4189	196.13	2.07
合計	5538581	2676521	21209	261.14	2.07

(合計はカルキングの表集計機能により算出した結果です)

カルキングからHTML/TeXへ変換可能

基本的なワ - プロ機能付

常微分方程式の数値解法

作図機能/Excelへのリンク機能

素因数分解

$10511043200 = 2^7 \times 5^2 \times 7 \times 19 \times 24697$

複素数計算

$\sqrt{-6} \times \sqrt{-2} = -3.46410161513775$

$(1+i)^2 = 2i$ $j^2 = -1$

代数計算

$(A+B-C)(A-B+C) = A^2 - B^2 + 2BC - C^2$

$(3x^3 + 5x^2 - 11x + 3) \div (3x - 1) = x^2 + 2x - 3$

(赤 - 白)(赤 + 白) = 赤² - 白²

因数分解

$5x^3 + 5x^2y + 10x^2 + xy + y^2 - x + y - 2$

$= (x+y+2)(5x^2+y-1)$

$\cos^3 \theta - \sin^3 \theta$

$= (\cos \theta - \sin \theta)(\cos^2 \theta + \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta)$

微分

$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$ $\frac{d^2}{dx^2} x^5 = 20x^3$ $(e^x)' = e^x$

偏微分

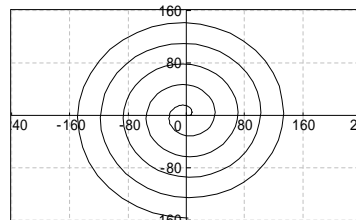
$u(x,y) = xy$ $\frac{u(x,y)}{x} = y$ $\frac{u(x,y)}{y} = x$

2次元関数グラフ

媒介変数型

$x(\theta) = 5(\cos \theta + \theta \sin \theta)$

伸開線(インボリュート) $y(\theta) = 5(\sin \theta - \theta \cos \theta)$



3次元関数グラフ

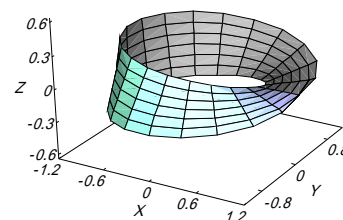
メビウスの輪

$x(u,v) = \cos u + v \cos(u+2)$ $\cos u$

$y(u,v) = \sin u + v \cos(u+2)$ $\sin u$

$z(u,v) = v \sin(u+2)$

$(0 < u < 2\pi, -0.3 < v < 0.3)$



スクリプト機能

素数列挙プログラム

```
Prime(x)
var m
( for k = 2 to x step 1 )
m=k
break [x+k]*k=x
return m
A1..100=0 c=2 j=1
( for k = 1 to 500 step 1 )
d=Prime(c)
A_j=c c=d
j=j+1
c=c+1
break j>100
```

「カルキング」のワープロ編集機能

グリッド単位でマウスクリック可能

可変括弧の中でも改行接続が可能

$$A = \left\{ \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}, \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \right\}, \left\{ \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10} \right\} \right\} \quad \text{改行接続で} \quad A = \left\{ \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}, \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \right\}, \left\{ \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10} \right\} \right\}$$

行間隔の制御、指定した文字数での自動折り返し(ページ境界折り返しも含む)
表のセル内でも自動折り返し機能が使用可能

$$\sum_{k=1}^{25} \frac{1}{k} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \frac{1}{24} + \frac{1}{25} \quad (\text{行間隔が広い})$$

$$\sum_{k=1}^{25} \frac{1}{k} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16} + \frac{1}{17} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{20} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} + \frac{1}{24} + \frac{1}{25} \quad (\text{行間隔が狭い})$$

可変のアンダーライン、オーバーライン、円弧、ベクトル記述ができる

mn under \overline{AB} $\overline{\text{over}}$ \widehat{AB} \overrightarrow{OA} $\overrightarrow{\text{vector}}$

.1/4角文字のサポートでより表現に富んだ数値が記述できる

$$10.589_{-0.34}^{0.034}$$

柔軟性に富んだ部分選択領域の微調整機能のサポート

abcdefghijklmn 微調整機能を実行すると abcde^fghij_{klmn}

作成した式をそろえる位置合わせ機能

$$\begin{array}{ccc} x^2+y^2=r^2 & x^2+y^2=r^2 & \int_0^\infty x e^{-5x} dx=0.04 \quad 9!!=945 \\ 2x-5y=a & 2x-5y=a & \Downarrow \text{中心をそろえる} \\ \text{左端をそろえる} & & \int_0^\infty x e^{-5x} dx=0.04 \quad 9!!=945 \end{array}$$

カルキングの計算式の作成方法

例として $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ を作成します。ここではファンクションキーを併用します。

手順	画面で表示される様子 (カーソルの表示は省略)
(1) 計算式を作る個所をマウスクリックで指定する。	
(2) F3キーを入力する。(分数パートの作成)	$\frac{?}{?}$
(3) 2aを入力し、次にEnterキーを入力する。 このEnterキーによりカーソルが分子に移動する。	$\frac{?}{2a}$
(4) - bを入力する。	$\frac{-b}{2a}$
(5) 数学記号文字盤の ± をマウスでクリックする。	$\frac{-b \pm}{2a}$
(6) F5キーを入力する。(ルート記号パートの作成)	$\frac{-b \pm \sqrt{?}}{2a}$
(7) bを入力する。	$\frac{-b \pm \sqrt{b}}{2a}$
(8) F4キーを入力する。(指数パートの作成)	$\frac{-b \pm \sqrt{b^?}}{2a}$
(9) 2を入力、次にEnterキーを入力する。 このEnterキーによってカーソルが通常的位置に移動する。	$\frac{-b \pm \sqrt{b^2}}{2a}$
(10) - 4acを入力し、次にEnterキーを入力する。 このEnterキーによりカーソルがルート記号の内側から外の位置に移動する。	$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
(11) Enterキーを入力する。 このEnterキーによりカーソルが分子から通常的位置に移動する。	$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

計算式の編集方法

今作った式を基に $\frac{-b \pm (b^2 - 4ac)}{2a}$ を作る

- (1) ルート記号の直前でマウスクリック
- (2) Delete記号を入力(ルート記号が取れ、カーソルは b^2 の前にある)
- (3) Shiftキーをおしたまま、記号を6回入力する。 $(b^2 - 4ac)$ の部分が選択される)
- (4) 可変括弧ツールバーをマウスでクリック

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-b \pm b^2 - 4ac}{2a}$$

$$\frac{-b \pm b^2 - 4ac}{2a}$$

$$\frac{-b \pm (b^2 - 4ac)}{2a}$$

積分の作成方法

$\int_1^2 \log_2 x dx$ を作る

- (1) 積分記号ツールバーをマウスでクリック
(カーソルは下限値の位置を指す)
- (2) 1を入力し、次にEnterキーを入力する。
このEnterキーによりカーソルが上限値の位置に移動する。
- (3) 2を入力し、次にEnterキーを入力する。
このEnterキーによりカーソルが通常的位置に移動する。
- (4) logを入力する。
- (5) F2キーを入力する。(添字パートの作成)
- (6) 2を入力し、次にEnterキーを入力する。
このEnterキーによってカーソルが通常的位置に移動する。
- (7) x dxを入力する

$$\int_?$$

$$\int_1^?$$

$$\int_1^2$$

$$\int_1^2 \log$$

$$\int_1^2 \log_?$$

$$\int_1^2 \log_2$$

$$\int_1^2 \log_2 x dx$$

教材作成の為に

1. 単位について (SI国際単位系に準拠)

カルキングでは、単位付きの自動計算をサポートしています。
この例で単位部分は青色表示されます。

問題 (長さ)	$1\text{km} = \text{m}$	$1\text{cm} = \text{m}$	$1\text{mm} = \text{m}$	
答え	$1\text{km} = 1000\text{m}$	$1\text{cm} = 0.01\text{m}$	$1\text{mm} = 0.001\text{m}$	
問題 (面積)	$1\text{km}^2 = \text{m}^2$	$1\text{cm}^2 = \text{m}^2$	$1\text{ha} = \text{a}$	$1\text{a} = \text{m}^2$
答え	$1\text{km}^2 = 1000000\text{m}^2$	$1\text{cm}^2 = 0.0001\text{m}^2$	$1\text{ha} = 100\text{a}$	$1\text{a} = 100\text{m}^2$
問題 (体積)	$1\text{cm}^3 = \text{m}^3$	$1\text{kl} = \text{l}$	$1\text{dl} = \text{l}$	$1\text{ml} = \text{l}$
答え	$1\text{cm}^3 = 0.000001\text{m}^3$	$1\text{kl} = 1000\text{l}$	$1\text{dl} = 0.1\text{l}$	$1\text{ml} = 0.001\text{l}$
問題 (時間)	$1\text{分} = \text{秒}$	$1\text{時間} = \text{秒}$	$1\text{日} = \text{時間}$	
答え	$1\text{分} = 60\text{秒}$	$1\text{時間} = 3600\text{秒}$	$1\text{日} = 24\text{時間}$	

2. かけ算記号について

× ・ * が使えます。

$$10 \times 20 = 200$$

掛算記号 × は **Ctrl**キー + ***** キー で入力

$$10 \cdot 30 = 300$$

掛算記号 · は 数学記号パレットから入力

$$10 * 40 = 400$$

割算記号 ÷ は **Ctrl** キー + **/** キー で入力

また変数どうしの掛算では、掛算記号を省略できます。

$$(ab+cd)^2 = a^2b^2 + 2abcd + c^2d^2$$

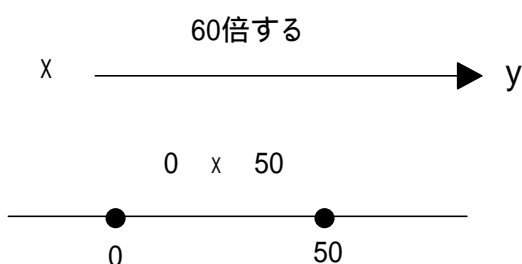
・ はベクトル演算の場合には内積となり、× (外積)と区別されます。

$$(1, 2) \cdot (3, 4) = 11$$

$$(1, 2) \times (3, 4) = (2, -2)$$

3. 線分, 矢印について

カルキングには線分や矢印をかく作図機能があります。



4. について

カルキングでは の値を定数としてもっています。何桁の近似値で持つかはユーザが設定できます。

一般に を含む式の計算はこの近似値を使って計算されます。

$$\begin{aligned}2 &= 6.2831853 \\ \sin &= 0 \\ 5^2 - 3^2 &= 50.2654824\end{aligned}$$

結果を を使って表すこともできます。

$$5^2 - 3^2 = 16 \quad \sin + \sin = 0$$

5. e と虚数 i について

e と i は数学記号パレットから入力します。

e の値はシステムで決まっています。

6. 流れ図について

作図機能を使って流れ図を作成し、その後、文字を入力して作成します。

7. 短除法・縦書計算について

先に数字を入力して式を作り、作図機能に切りかえて、必要なところに線を引きます。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)11} \\ 2 \overline{)5} \dots 1 \\ 2 \overline{)2} \dots 1 \\ 2 \overline{)1} \dots 0 \\ 0 \dots 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 123 \\ +789 \\ \hline 912 \end{array} \quad \begin{array}{r} 380 \\ 12 \overline{)4560} \\ 36 \\ \hline 96 \\ 96 \\ \hline 0 \end{array}$$

8. 記号について

数学記号としてもっているもの

$+ - \times \div \pm \neq \leq \geq \equiv \approx \circ \prime \prime \rightarrow \leftarrow \Rightarrow \Leftarrow \Leftrightarrow \sim \in \notin \subseteq \supseteq \subset \supset \not\subset \cup \cap \emptyset \wedge \vee \neg \forall \exists$
 $\ni \angle \perp \partial \nabla \therefore \infty \propto \cong \dots \textcircled{R} \textcircled{C} TM$

ユニコードに対応しているので上記以外でもコード表にあるすべての記号が使えます。ユニコードパレットから簡単に入力できます。

‰

△

↔ ↕ ↶ ↷

数学

$ a $	$\log_2 p$	$\frac{d}{dx} f(x)$
$P(x)$	$\log_a p$	$(x^n)'$
$P(x, y)$	$y=f(x)$	$(0, 6)$
$p \Leftrightarrow q$	$f(a)$	$[0, 6]$
$D=b^2-4ac$	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^2-1^2}{h}=2$	$\int f(x)dx$
$\sin\theta$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}=2$	C
$\cos\theta$	$f'(a)$	$\int_a^b f(x)dx$
$\tan\theta$	$f'(x)$	$[F(x)]_a^b$
$y=f(\theta)$	$\Delta x, \Delta y$	
$y=f(\theta-\alpha)$	y'	
$\sqrt[n]{a}$	$\frac{dy}{dx}$	
$a^{\frac{m}{n}}$		
a^n		
a^p		

数学B

\overrightarrow{AB}	$\vec{a} \cdot \vec{b}$	U
\vec{a}	$\vec{a} \perp \vec{b}$	\emptyset
$\vec{a}=\vec{b}$	$A(\vec{a})$	$P(A)$
$ \vec{a} $	(a_1, a_2, a_3)	$A \cap B$
$\vec{0}$	$A(a_1, a_2, a_3)$	$A \cup B$
$\vec{a}+\vec{b}$	$\vec{a}(a_1, a_2, a_3)$	\overline{A}
$\vec{a}-\vec{b}$	$h \perp \alpha$	$P_A(B)$
$-\vec{a}$	i	X
$k\vec{a}$	$a+bi$	$E(X)$
$\vec{a} // \vec{b}$	$\sqrt{-a}$	$V(X)$
$p \Leftrightarrow q$	$D=b^2-4ac$	$\sigma(X)$
$\vec{a}=(a_1, a_2)$	$D'=\frac{D}{4}=d^2-ac$	$B(n, p)$
	$P(x)$	(a, b)
		点 z
		\overline{z}
		$ z $
		$\arg(z)$

数学

$A(X)$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_k$	$n \rightarrow \infty$
$[a]$		$\lim_{n \rightarrow \infty}$
$(-2, 3)$	$x \rightarrow a+0$	循環小数については特別な表記法はありません。また結果が循環小数である判定は実現していません。左の例はカルキングの文字入力が入力したものです。
$[-2, 3]$	$x \rightarrow a-0$	0.3
$(-2, 3]$	$x \rightarrow +0$	$\rightarrow v$
$[-2, 3)$	$x \rightarrow -0$	$\rightarrow v $
$a=f^{-1}(b)$	$f''(x), y'', \frac{d^2}{dx^2}f(x)$	$\rightarrow a$
$P \Leftrightarrow Q$		$\rightarrow a $
$y=f^{-1}(x)$	$f'''(x), y''', \frac{d^3}{dx^3}f(x)$	
$y=(g \circ f)(x)$		
$\{a_n\}$	$f^n(x), y^{(n)}, \frac{d^n y}{dx^n}, \frac{d^n}{dx^n}f(x)$	
e		
$\log x$		

数学C

$\begin{pmatrix} 20 & 60 \\ 15 & 30 \end{pmatrix}$	$D=b^2-4ac$	\bar{x}
$A=B$	$f(x, y)=0$	s
$A+B$	$\sin\theta$	r
kA	$\cos\theta$	X
$A-B$	$\tan\theta$	$P(X=a)$
0	(r, θ)	$E(X)$
$(2, 3)$	$r=f(\theta)$	$V(X)$
$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$f'(a)$	$\sigma(X)$
$\{a_n\}$	$\{a_n\}$	\bar{X}
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$		
AB		$P(\alpha < X < \beta)$
A^2, A^3	$\sum_{k=1}^n a_k$	$N(m, \sigma^2)$
E		$B(n, p)$
$\Delta=ad-bc$	$\int_a^b f(x)dx$	
A^{-1}	$[F(x)]_a^b$	

(計算例)

$$\sin 15^\circ 22' 05'' = 0.26502$$

$$g(a,b) = \begin{cases} 0 & a < 0 \wedge b < 0 \\ 1 & \text{のとき} \end{cases} \quad g(-1,-2)=0 \quad g(-1,3)=1$$

$${}_{10}P_2=90 \quad 20!=2.432902008 \times 10^{18} \quad 8 \cdot 7 \cdot 6=336 \quad {}_{10}C_2=45$$

$A=45^\circ$ のとき

$$\tan A=1 \quad \sin A=0.70711 \quad \cos A=0.70711 \quad \sin^2 A=0.5 \quad \cos^2 A=0.5$$

$$|-20|=20 \quad \sqrt{120}=10.954 \quad 5^4=625 \quad \log_3 20=2.7268$$

$$(x^7)'=7x^6$$

$$f(x)=x^3+2x^2+x-2 \quad \text{のとき} \quad f'(x)=3x^2+4x+1 \quad \frac{d}{dx} f(x)=3x^2+4x+1$$

$$f''(x)=6x+4 \quad f'''(x)=6$$

$$y=x^3+2x^2+x-2 \quad \text{のとき} \quad y'=3x^2+4x+1 \quad \frac{dy}{dx}=3x^2+4x+1$$

$$y''=6x+4 \quad y'''=6$$

$$\int_0^1 f(x) dx = -0.58333 \quad \sqrt[3]{50}=3.684031499 \quad 5^{\frac{2}{3}}=2.924017738 \quad 5^8=390625$$

$$\vec{AB}=(1,2) \quad \text{のとき} \quad 2 \times \vec{AB}=(2,4)$$

$$\vec{a}=(3,5,7) \quad \text{のとき} \quad 2 \times \vec{a}=(6,10,14) \quad -\vec{a}=(-3,-5,-7) \quad 3\vec{a}=(9,15,21)$$

$$\vec{b}=(4,6,8) \quad \text{のとき} \quad \vec{a}+\vec{b}=(7,11,15) \quad \vec{a}-\vec{b}=(-1,-1,-1)$$

$$i^2=-1 \quad \sqrt{-1} \times \sqrt{-2}=-1.414213562 \quad (3+4i)(3-4i)=25$$

$$e=2.718281828$$

$$\log 10=1 \quad (\text{常用対数}) \quad \ln e=1 \quad (\text{自然対数})$$

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 60 \\ 15 & 30 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 25 & 40 \end{pmatrix} \quad \text{のとき}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 30 & 80 \\ 40 & 70 \end{pmatrix} \quad 2A = \begin{pmatrix} 40 & 120 \\ 30 & 60 \end{pmatrix}$$

$$A-B = \begin{pmatrix} 10 & 40 \\ -10 & -10 \end{pmatrix} \quad AB = \begin{pmatrix} 1700 & 2800 \\ 900 & 1500 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1300 & 3000 \\ 750 & 1800 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 71000 & 168000 \\ 42000 & 99000 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -0.1 & 0.2 \\ 0.05 & -0.066667 \end{pmatrix}$$

$$(2 \ 3) \times \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 6$$

教材作成例 <小学算数> 5年小数

カルキングで作成

【1】 次の計算をなさい。

(1) 0.4×35

(2) 3.2×4.6

(3) 8.05×2.8

(4) 7.12×0.85

(5) 0.015×19.14

【2】 次の問題をくふうして計算しなさい。

(1) $27.2 \times 4 \times 0.25$

(2) $12.5 \times 6.473 \times 8$

(3) $17.26 \times 0.5 + 2.74 \times 0.5$

(4) $7 \times 7 \times 3.14 - 3 \times 3 \times 3.14$

【3】 次の数を算用数字で書きなさい。

(1) 百億を 27こと、千万を63こあわせた数。

(2) 一億を273こと、百万を41こあわせた数。

(3) 一兆を 3こと、千万を257こあわせた数。

【4】 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6の7この数字を全部使って、7けたの数をつくりなさい。

次の問いに答えなさい。

(1) いちばん大きい数と、いちばん小さい数の差を求めなさい。

(2) 3500000にいちばん近い数を作りなさい。

【5】 次の にあてはまる数を入れなさい。

(1) $47812 = 10000 \times \text{ア} + 1000 \times \text{イ} + 100 \times \text{ウ} + 10 \times \text{エ} + 1 \times \text{オ}$

(2) $9563 = \text{カ} \times 9 + \text{キ} \times 5 + \text{ク} \times 6 + \text{ケ} \times 3$

教材作成例 < 分数 >

カルキングで作成

【1】 次の にあてはまる数を求めなさい。

$$(1) 3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} = \square \quad (2) 2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{9} \times \frac{3}{4} = \square$$

$$(3) \frac{1}{7} \div 1\frac{3}{4} \div \frac{8}{49} = \square \quad (4) 6\frac{1}{2} \times 4.75 \div 3\frac{1}{4} = \square$$

$$(5) \left(\frac{11}{12} - \square \right) \times \frac{2}{3} + \frac{11}{12} = 1\frac{1}{4}$$

【2】 $\frac{35}{12}$ と $\frac{49}{18}$ のどちらを割っても商が整数となるような分数があります。そのような分数の中で、一番大きい分数を求めなさい。

(答)

【3】 $\frac{1}{4}$ より大きく、 $\frac{3}{4}$ より小さい分数のうち分母が7の分数を全部たした時の和を求めなさい。

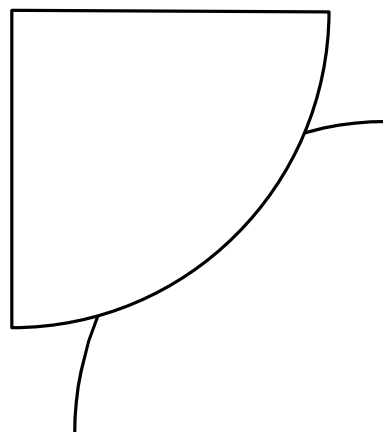
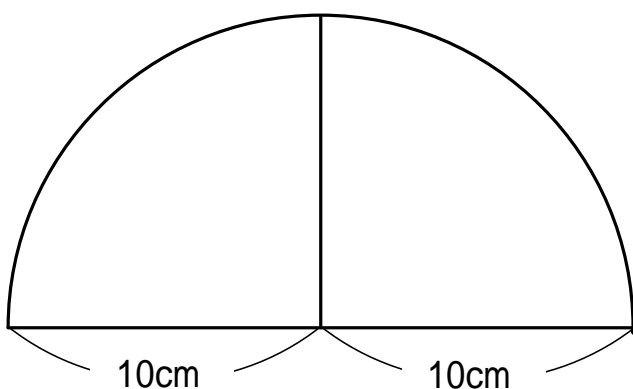
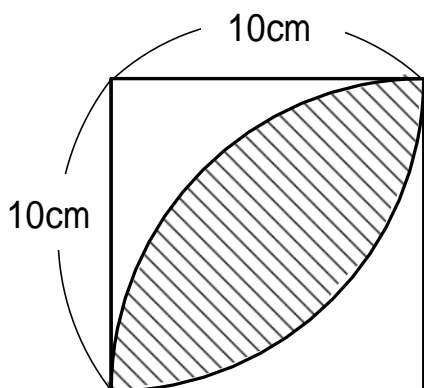
(答)

【4】 次の分数はあるきまりにしたがって並んでいます。
にあてはまる分数を求めなさい。

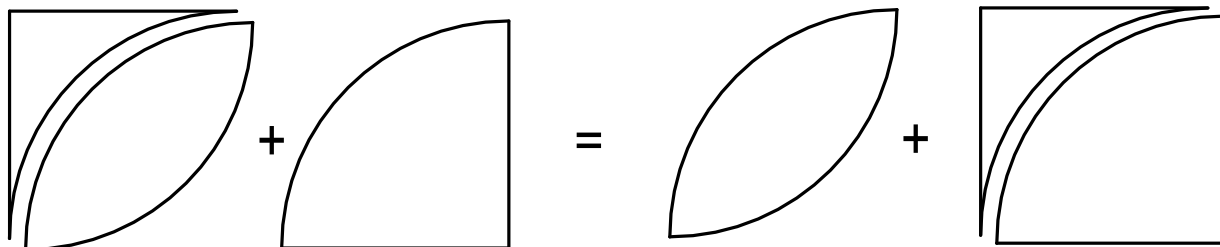
$$(1) \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{12}, \frac{7}{20}, \frac{3}{10}, \square, \frac{13}{56}, \dots$$

$$(2) \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{5}{24}, \frac{1}{5}, \frac{7}{36}, \frac{4}{21}, \frac{3}{16}, \frac{10}{54}, \square, \dots$$

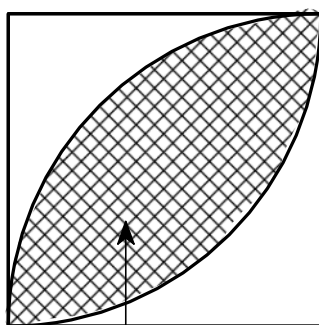
扇形で囲まれた面積を求める



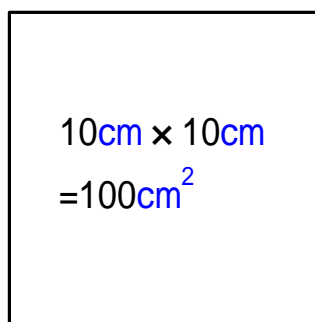
半径10cmの半円の紙の面積は $10^2 \times \pi \div 2 = 50\pi$



重なっているところの面積は？



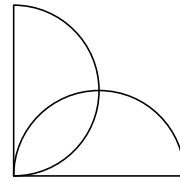
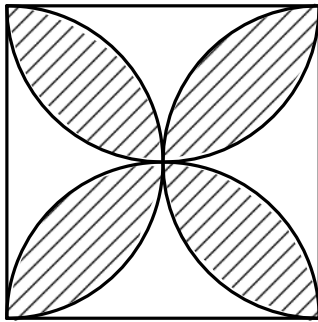
-



この面積は $50\pi - 100$

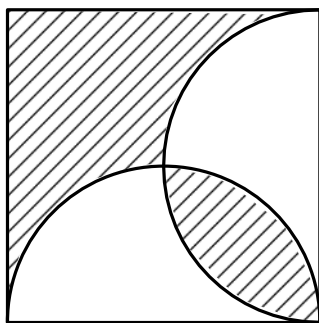
円周率 π を3.14として計算すると、 $50\pi - 100 = 50 \times 3.14 - 100 = 57 \text{ (cm}^2\text{)}$

問1 斜線部分の面積を求めよう。

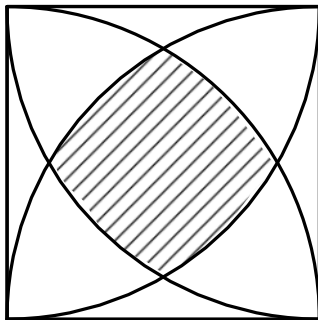


ヒント これを4枚あわせて...

問2 また、斜線部分の面積を求めよう。



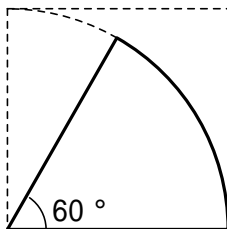
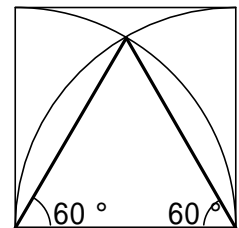
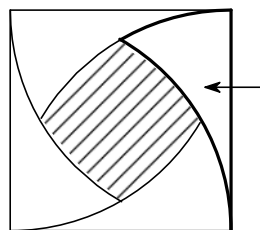
問3 またまた、斜線部分の面積を求めよう。



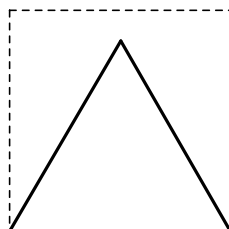
ヒント

この面積がわかれば
正方形からこれ4枚分を引くとよい

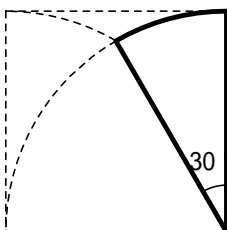
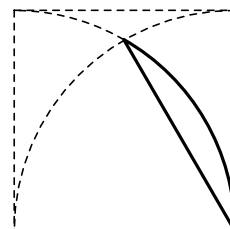
三辺とも10cmだから
正三角形



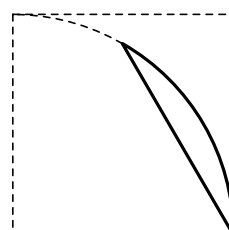
-



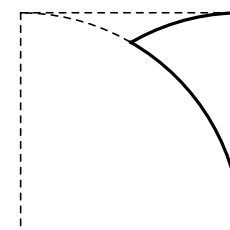
=



-



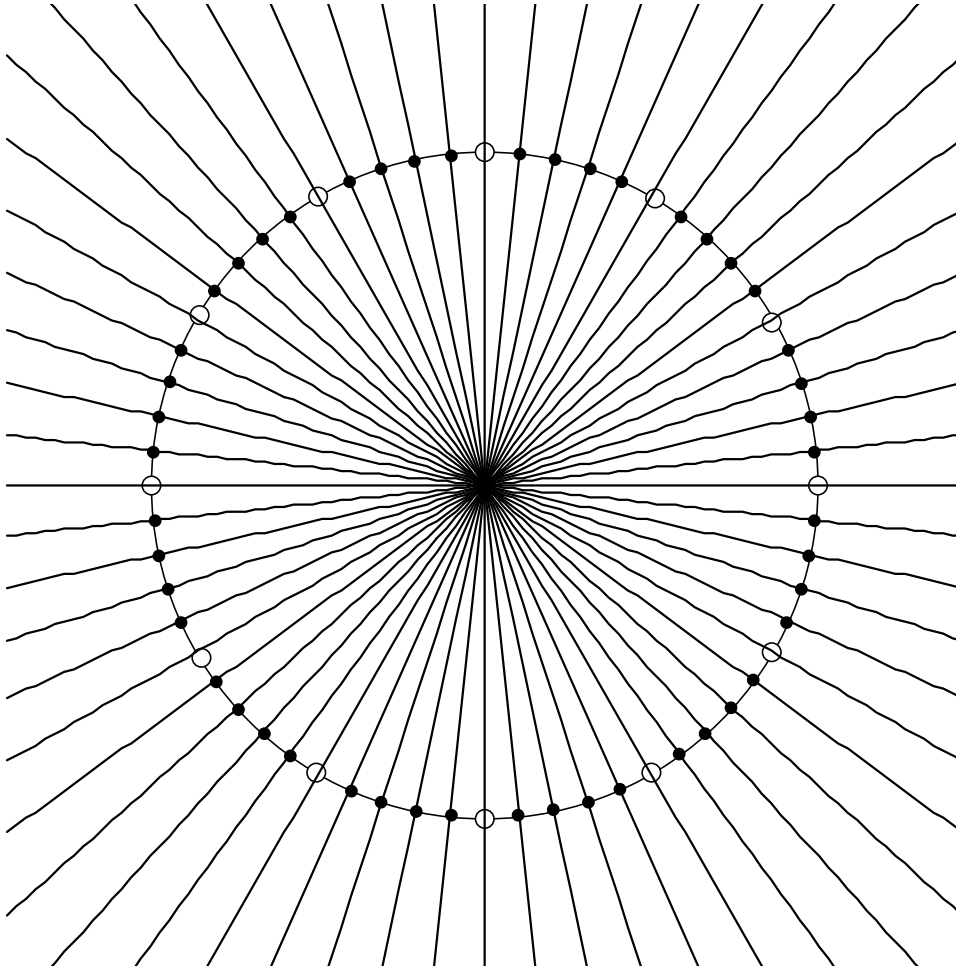
=



時計の作成

1) 分の位置を示す点を打つため、右ページの式のグラフを「スケーリング調整」して、グラフのみを補助円と中心をあわせて貼り付ける。

2) 円とグラフの交点に点を作図で描く。



$$y = \tan 84^\circ \times x$$

$$y = \tan 78^\circ \times x$$

$$y = \tan 72^\circ \times x$$

$$y = \tan 66^\circ \times x$$

$$y = \tan 60^\circ \times x$$

$$y = \tan 54^\circ \times x$$

$$y = \tan 48^\circ \times x$$

$$y = \tan 42^\circ \times x$$

$$y = \tan 36^\circ \times x$$

$$y = \tan 30^\circ \times x$$

$$y = \tan 24^\circ \times x$$

$$y = \tan 18^\circ \times x$$

$$y = \tan 12^\circ \times x$$

$$y = \tan 6^\circ \times x$$

$$y = 0$$

$$y = -\tan 6^\circ \times x$$

$$y = -\tan 12^\circ \times x$$

$$y = -\tan 18^\circ \times x$$

$$y = -\tan 24^\circ \times x$$

$$y = -\tan 30^\circ \times x$$

$$y = -\tan 36^\circ \times x$$

$$y = -\tan 42^\circ \times x$$

$$y = -\tan 48^\circ \times x$$

$$y = -\tan 54^\circ \times x$$

$$y = -\tan 60^\circ \times x$$

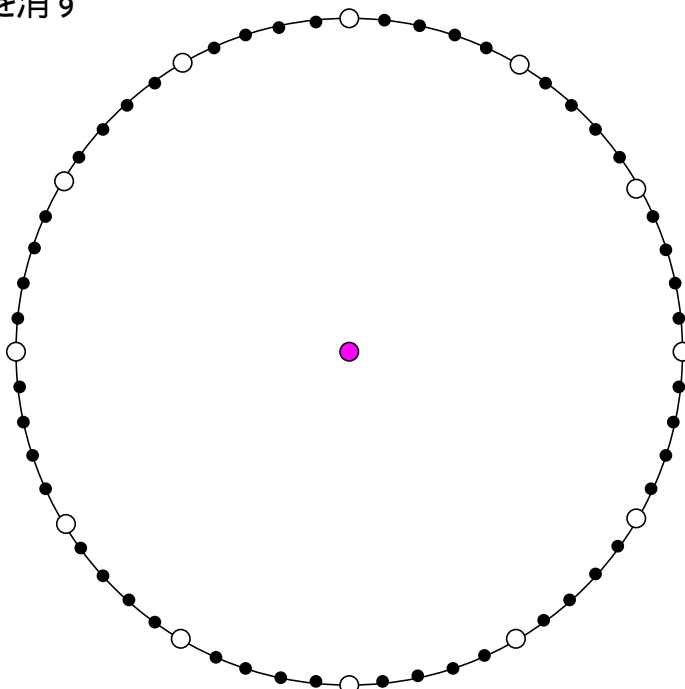
$$y = -\tan 66^\circ \times x$$

$$y = -\tan 72^\circ \times x$$

$$y = -\tan 78^\circ \times x$$

$$y = -\tan 84^\circ \times x$$

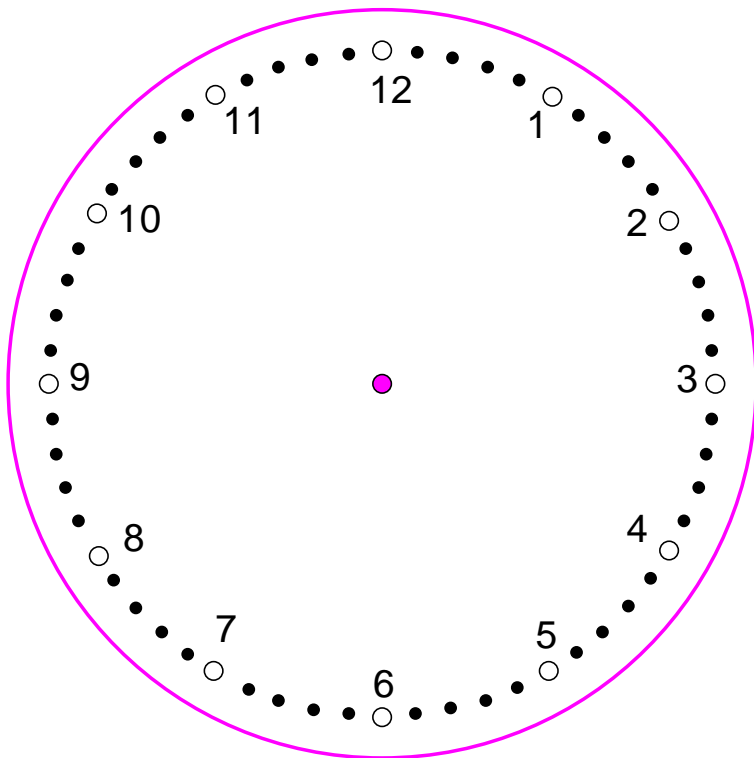
3) グラフを消す



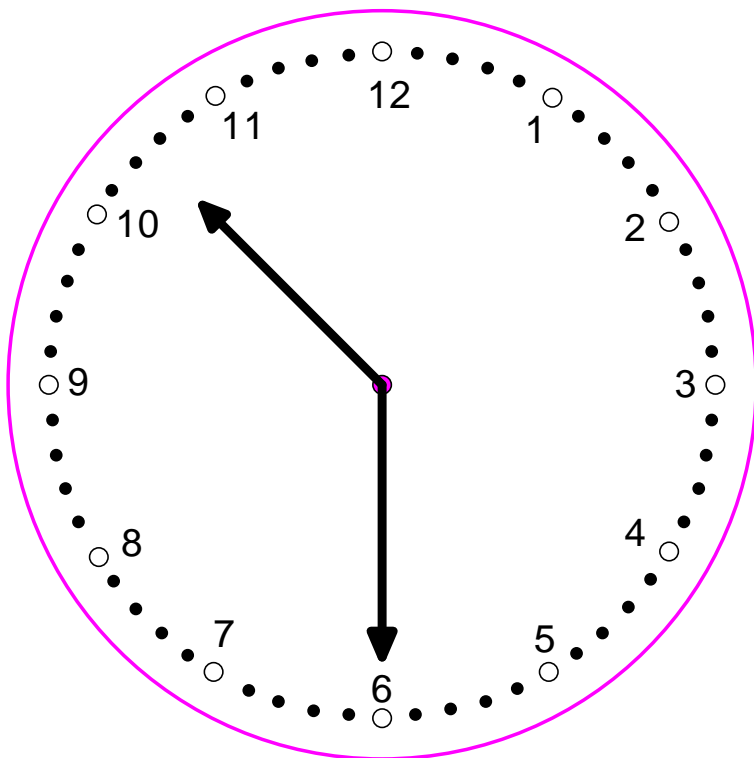
$$x(t) = 0$$

$$y(t) = \{ t \quad -10 \leq t < 10$$

4) 補助円を消し、数字を入力する。位置は微調整する。外側の円も描く。



5) 針を一番太い線で描き、矢印をつける。

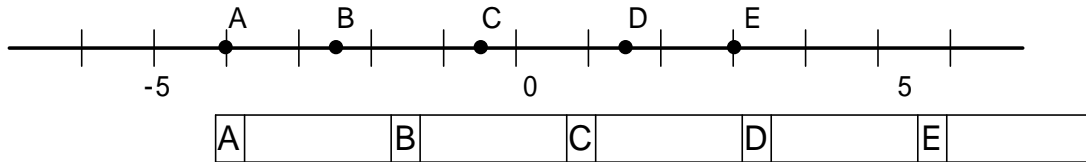


中学数学

< 数直線上の数 >

すべてカルキングで作成

次の数直線上で、A、B、C、D、Eにあたる数を書きなさい。



カルキングの表機能と作図機能で作成

< 平方根 >

- (1) $a < \sqrt{53} < a+1$ を満たす整数 a の値を求めなさい。 ()
- (2) 次の計算をきなさい。 $(1-\sqrt{6})^2 - (2+\sqrt{3})(2-3\sqrt{3}) =$
- (3) $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ のとき、 $4x^2 - 6x - 1$ の値を求めなさい。 ()

< 文字を使った式 >

- (1) 次の計算をきなさい。 $7x(2x-4y+5) - (12x^2y-9xy^2) \div (-3y) =$
- (2) $A=-3x, B=x^2-2x, C=x-2$ のとき、 $A+2AC-AB$ を計算きなさい。
()
- (3) $x=-3, y=4$ のとき、次の式の値を求めなさい。
 $\frac{3}{4}(8x^2-4xy) - \frac{1}{3}x(6x-15y) =$
- (4) 次の式を因数分解きなさい。 $(a+b)^2 - 4(a+b) + 4 =$

< 方程式 >

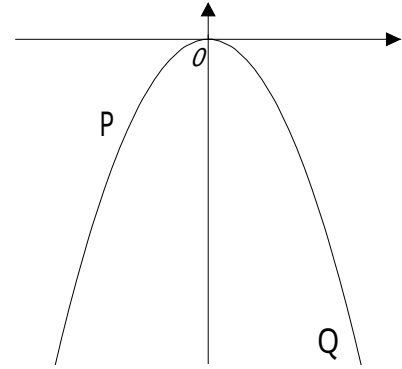
- (1) 次の方程式を解きなさい。
 $0.4x - \frac{1}{3}(4+x) = 1$ () $(x-1)^2 + 6(x-1) = -5$ ()
- (2) 方程式 $ax-2=4x+a$ の解が $x=3$ のとき、 a の値を求めなさい。
($a =$)
- (3) 次の連立方程式を解きなさい。
$$\begin{cases} 2(y-5x)+4(2x-y)=4 \\ 2x-3(y-3)=0 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} x = \\ y = \end{array} \right)$$

< 放物線 >

$y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に2点P、Qがある。

P、Qのx座標がそれぞれ $x = -2$, $x = 4$ であるとき、直線PQの式を求めなさい

()

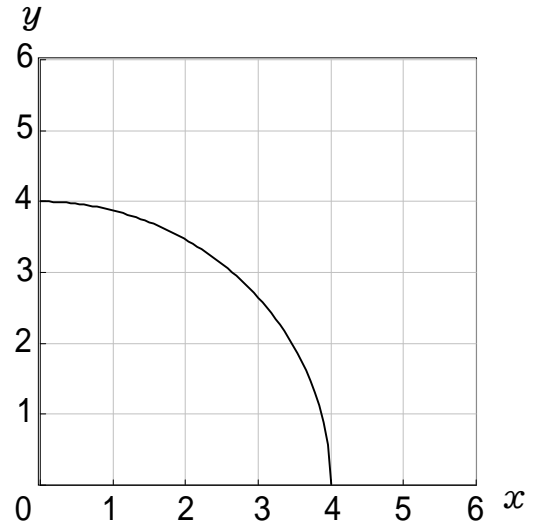


< 確率 >

大小2つのさいころを同時に投げるとき、大きいサイコロの目を x 、小さいサイコロの目を y とする。

右の図のように座標平面上に点 (x, y) をとるとき、この点が、原点を中心とする半径4の円の内部にある確率を求めなさい。

()

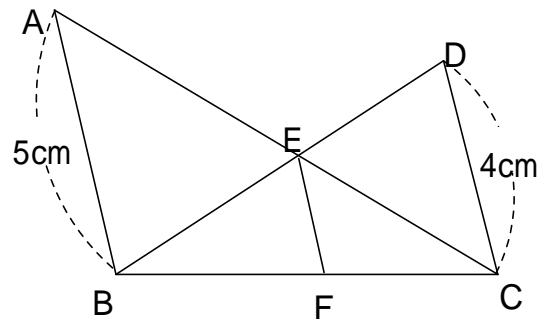


< 平面図形 >

右の図で $AB \parallel DC \parallel EF$ である。

$AB = 5\text{cm}$, $DC = 4\text{cm}$ のとき、EFの長さを求めよ。

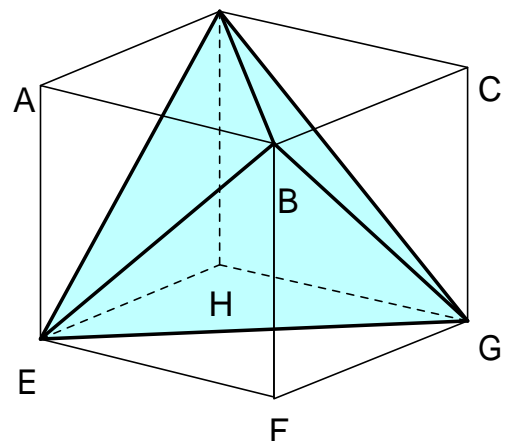
(EF = cm)



< 空間図形 >

右の図のような1辺が6cmの立方体がある。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 三角すいBEFGの体積を求めなさい。
- (2) (1)の結果を利用して三角すいBEGDの体積を求めなさい。



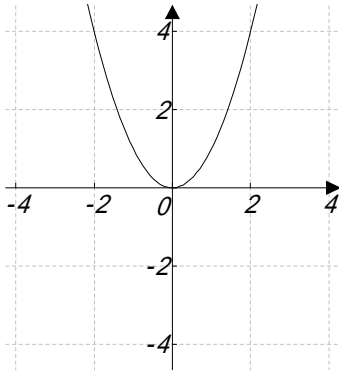
< 関数グラフ >

カルキングで作成

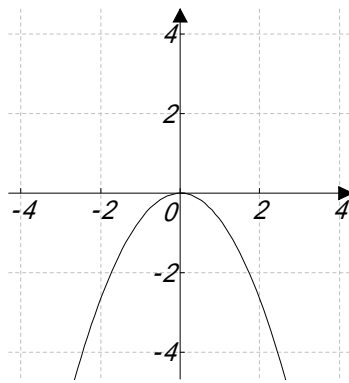
ノーマル型

$y = \sim$, または $f(x) = \sim$ のグラフ

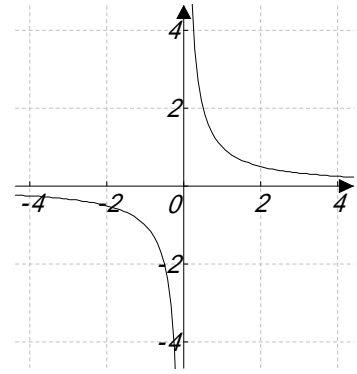
$$y = x^2$$



$$y = -\frac{2}{3}x^2$$



$$y = \frac{1}{x}$$

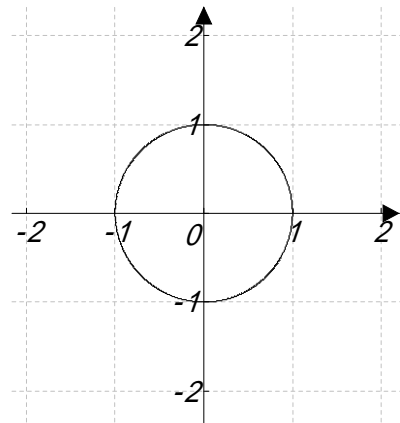
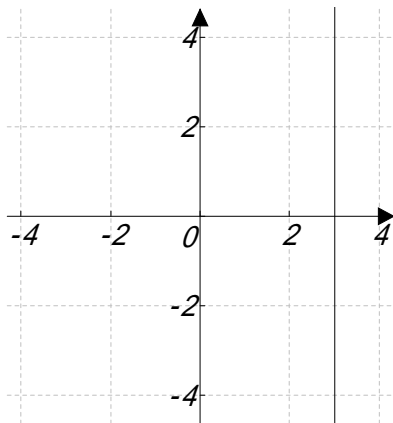


y 軸に平行なグラフはパラメータ型を使う

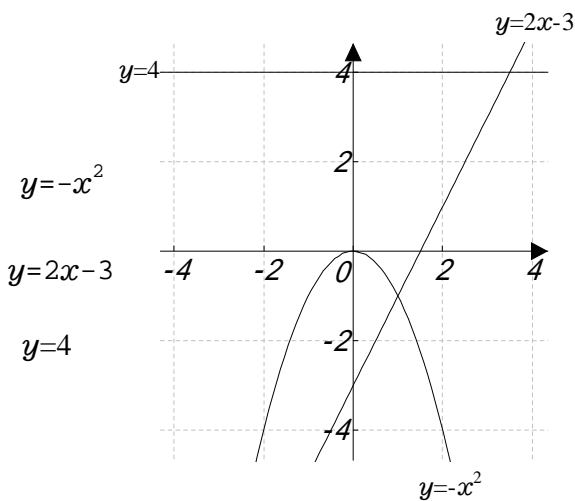
円は陰関数を使う

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{aligned} x(t) &= 3 \\ y(t) &= t \end{aligned}$$



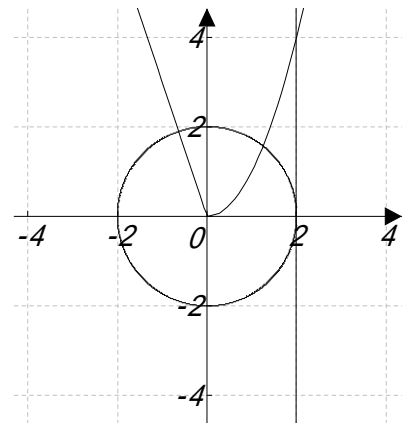
複数のグラフを描く



$$y = \begin{cases} -3x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$\begin{aligned} x(t) &= 2 \\ y(t) &= t \end{aligned}$$



< 中学関数グラフの授業例(絵) >

関数グラフで絵を描こう!!

グラフの応用

カルキングとペイントを使って絵を描いて見よう!

ここでは、作成の操作方法については記述していませんので、操作に関してはオンラインヘルプを参照して下さい。

花を描く (媒介変数型グラフ)

$$x(\theta) = \sin 10\theta \cos \theta + 3$$

$$y(\theta) = \sin 10\theta \sin \theta + 3$$

(設定)

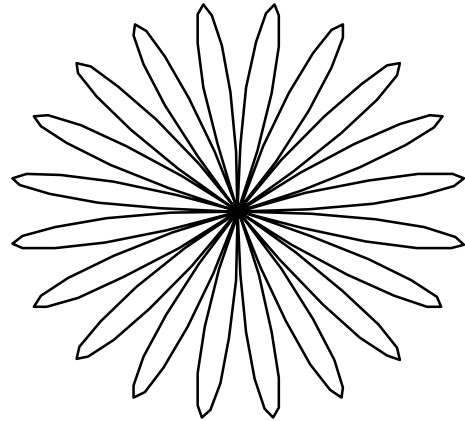
パラメータの範囲

0 ~ 6.28 (2π) (デフォルト値)

分割数 200

等方性目盛指定

グリッド, グラフの枠線非表示



葉を描く (媒介変数型グラフ)

$$x(\theta) = \sin 2\theta \cos \theta + 3$$

$$y(\theta) = \sin 2\theta \sin \theta + 3$$

(設定)

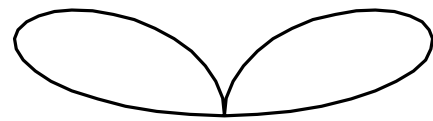
パラメータの範囲

-1.57 ~ 1.57

分割数 50 (デフォルト値)

等方性目盛指定

グリッド, グラフの枠線非表示

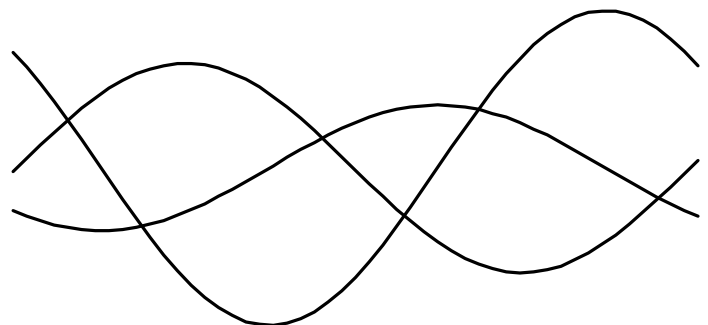


山を描く (ノーマル型グラフ)

$$y = \sin(x + 225^\circ) + 3$$

$$y = 0.6 \cos x + 3$$

$$y = 1.5 \sin x + 3$$



星を描く（媒介変数型グラフ）

$$x(\theta) = \cos(\theta + 90^\circ) + 3$$

$$y(\theta) = \sin(\theta + 90^\circ) + 3$$

（設定）

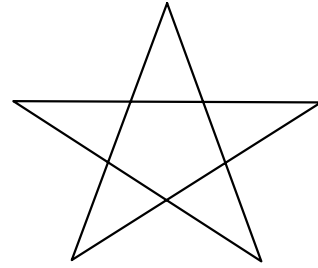
パラメータの範囲

0 ~ 12.56

分割数 5

等方性目盛指定

グリッド，グラフの枠線非表示



月を描く（媒介変数型グラフ）

$$x_1(\theta) = \cos\theta + 2$$

$$y_1(\theta) = \sin\theta + 2$$

$$x_2(\theta) = 1.2\cos(\theta) + 2.7$$

$$y_2(\theta) = 1.2\sin(\theta) + 2$$

（設定）

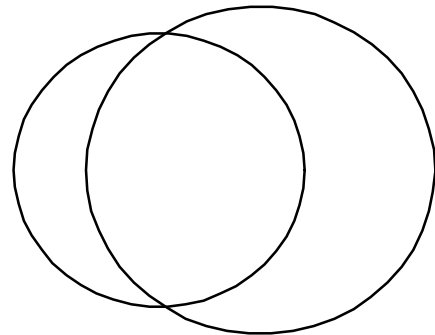
パラメータの範囲

0 ~ 6.28 (デフォルト値)

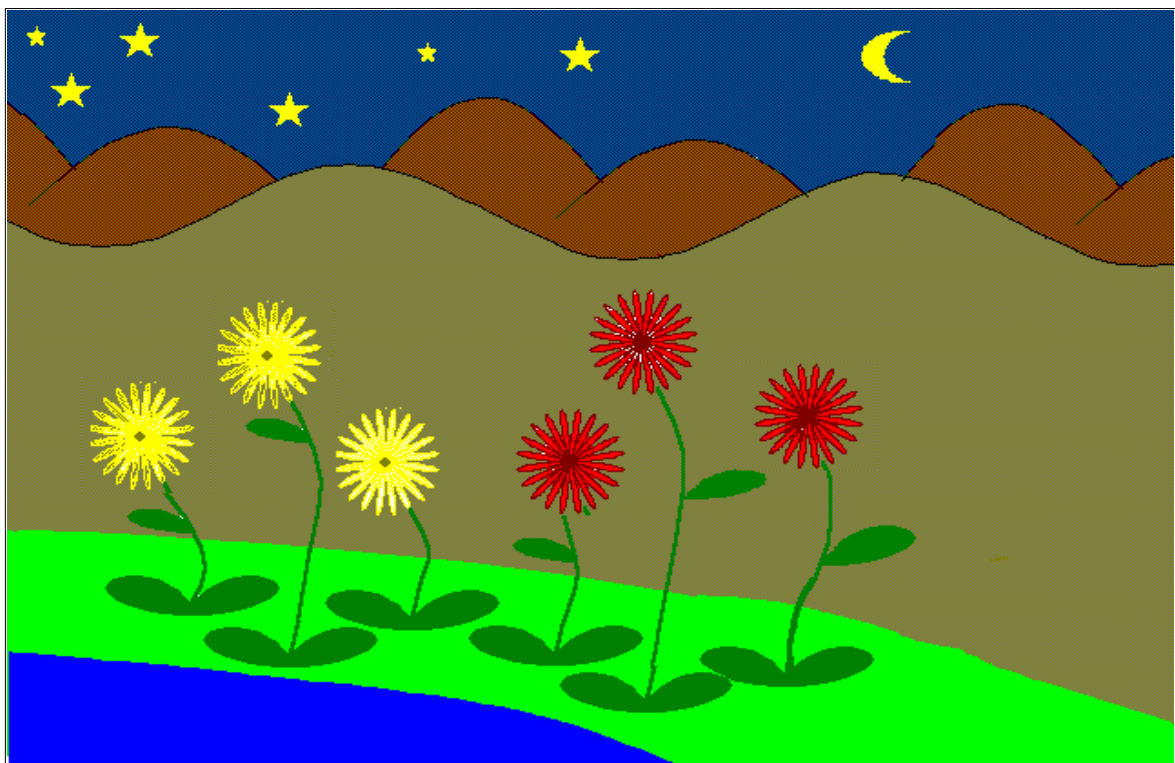
分割数 50 (デフォルト値)

等方性目盛指定

グリッド，グラフの枠線非表示

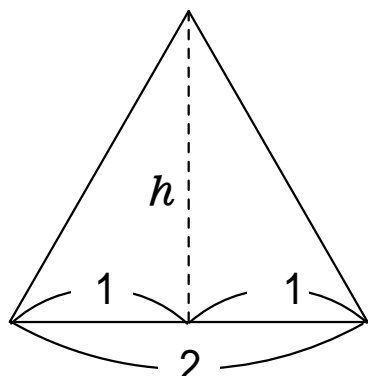


各グラフをコピーし，ペイントに貼り付け編集する。



三平方の定理を使った計算

問1 一辺の長さ2の正三角形の高さ h を求めましょう。



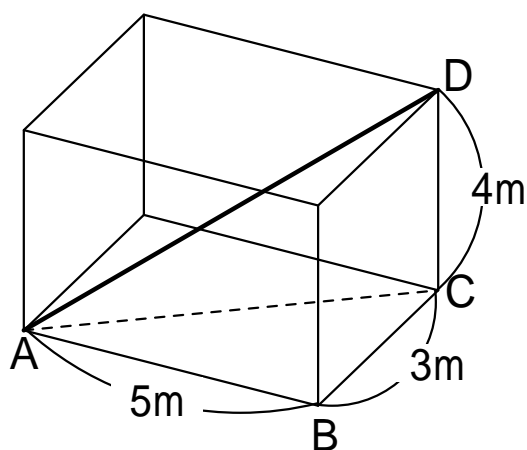
$$\square^2 + h^2 = \square^2$$

$$h^2 = \square^2$$

$$h = \square$$

問2 次のようなでかいコンテナを作りました。

このコンテナの対角線ADは何mあるでしょう。



まず、直角三角形ABCで、

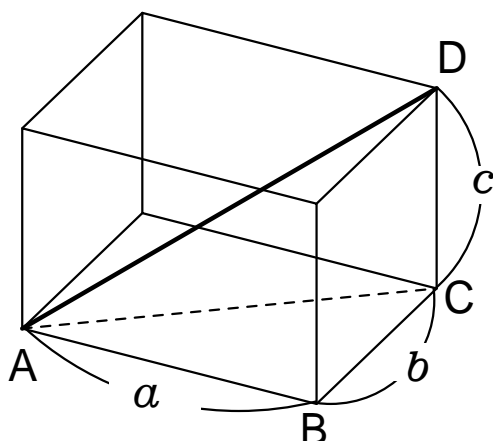
$$\begin{aligned} AC^2 &= \square^2 + \square^2 \\ &= \square^2 + \square^2 = \square \end{aligned}$$

そして直角三角形ACDで、

$$\begin{aligned} AD^2 &= AC^2 + \square^2 \\ &= \square + \square = \square \end{aligned}$$

よって $AD = \square$

問3 ADを求めましょう。



< カルキングで作成例 >

公立高校入学試験問題

印刷は、B4,A3でもできます。

すべてカルキングで作成

問三のグラフは、カルキングのグラフ機能使用、
問四、五、七の図は、カルキングの作図モードで作成
問六の図は、作図モードを使わずに作成

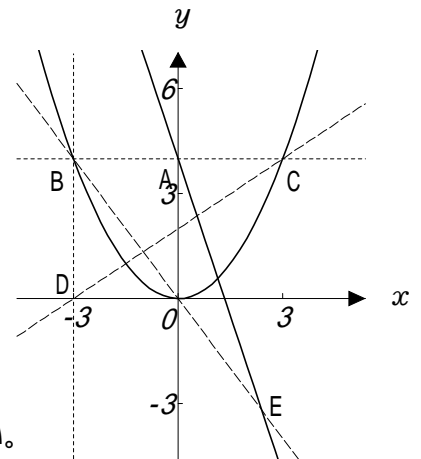
問一 次の計算を下さい。

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------------|
| (ア) $8 - (-4)$ | (エ) $12a^3b \div 3ab$ |
| (イ) $2 + 3 \times (5 - 7)$ | (オ) $\frac{3x-2}{2} - \frac{4x-3}{6}$ |
| (ウ) $\frac{1}{3} - \frac{4}{5}$ | (カ) $\sqrt{12} + \frac{9}{\sqrt{3}}$ |
| | (キ) $(x+2)^2 + (x+1)(x-5)$ |

問二 次の問いに答えなさい。

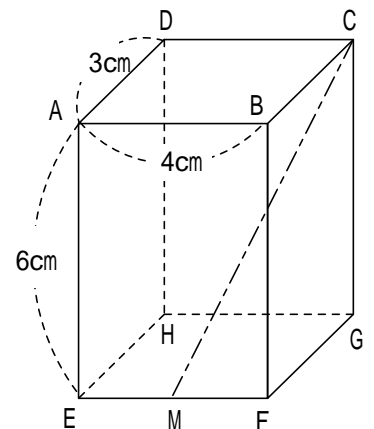
- (ア) $(x-2)^2 + 3x - 6$ を因数分解しなさい。
- (イ) 2次方程式 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ を解きなさい。
- (ウ) 不等式 $\frac{2x-5}{7} < \frac{x-1}{2}$ を解きなさい。
- (エ) 関数 $y = -x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $a \leq y \leq b$ である。 a, b の値を求めなさい。
- (オ) $4 < \sqrt{3a} < 5$ をみたす正の整数 a の値をすべて求めなさい。

問三 右の図において、直線 BC は関数 $y = -3x + 4$ のグラフであり、
曲線 AD は関数 $y = ax^2$ のグラフである。
点A は直線 BC と y 軸との交点であり、2点B, C は
点Aを通り x 軸に平行な直線と曲線 AD との交点である。
点Dは、点Bを通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点で、
その座標は $(-3, 0)$ である。
原点をOとすると、次の問いに答えなさい。



- (ア) 曲線 AD の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。
- (イ) 直線 CD の式を $y = mx + n$ とするとき、 m, n の値を求めなさい。
- (ウ) 直線 BC と直線 OE との交点Eの座標を求めなさい。

問四 右の図は、 $AB = 4\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$, $AE = 6\text{cm}$ の直方体である。
辺 EF の中点をMとすると、次の問いに答えなさい。



- (ア) 2点C, M間の距離を求めなさい。
- (イ) 2点A, Cを通るいろいろな平面でこの直方体を切るとき
切り口とならない図形を次の中からすべて選び、その番号
を書きなさい。
1. 正方形
 2. 長方形
 3. 台形
 4. 正三角形
 5. 二等辺三角形
 6. どの辺も等しくない三角形
- (ウ) 3点A, C, Mを通る平面でこの直方体を切り、2つの立体に分けるときの、
頂点Bをふくむほうの立体の体積を求めなさい。

問五

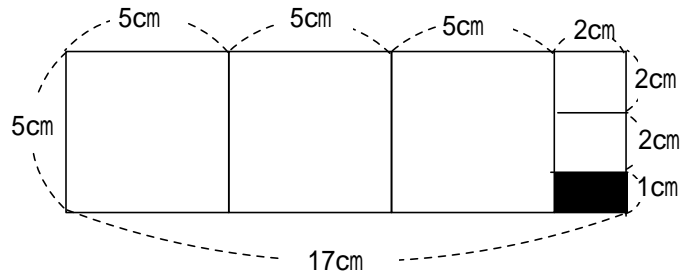
縦、横の長さが異なる長方形の紙から、次のような作業 Ⅰ，作業 Ⅱ の順で正方形の紙を切り取ることにする。

【切り取る方法】

作業 Ⅰ：長方形の短いほうの辺を1辺とする正方形を、端からできるだけ多く切り取る。

作業 Ⅱ：作業 Ⅰにより、長方形が残った場合には、残った長方形の短いほうの辺を1辺とする正方形を、端からできるだけ多く切り取る。

(例) 縦が5cm，横が17cmの長方形の場合には、下の図のように、作業 Ⅰにより1辺が5cmの正方形を3枚切り取ることができ、残った長方形から作業 Ⅱにより、1辺が2cmの正方形を2枚切り取ることができる。
その結果、2辺が2cmと1cmの長方形が残る。



このとき、次の問いに答えなさい。

- (ア) 縦が13cm，横が31cmの長方形の紙から、作業 Ⅰ，作業 Ⅱにより、大小二種類の正方形を切り取るとき、残る長方形の面積を求めなさい。
- (イ) 縦が10cm，横が縦より長い長方形の紙について、作業 Ⅰ，作業 Ⅱを行った結果、大きい正方形が1枚，小さい正方形が2枚でき、残った長方形の面積が 8cm^2 となった。元の長方形の横の長さを求めなさい。

問六

片方の面が白で、もう一方の面が黒のカードが8枚あり、8枚ともすべて黒の面をだして横一列に並べられている。大小ふたつのさいころを同時に1回投げて、出た目の数によってカードを次の方法で裏返すことにする。

【カードを裏返す方法】

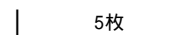
最初に大きいさいころの出た目の数と同じ枚数のカードを左側から順に1枚ずつ裏返し、次に小さいさいころの出た目の数と同じ枚数のカードを右側から順に1枚ずつ裏返す。

(例)

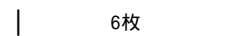
大きいさいころの出た目の数が5、小さいさいころの出た目の数が6の時は、次のようになる。

はじめは、8枚のカードはすべて黒の面を出して横一列に並べられている。

最初に左側から順に1枚ずつ5枚のカードを裏返す。



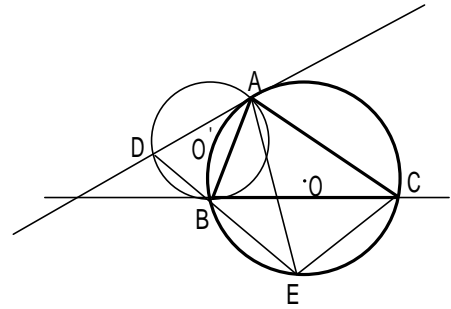
次に右側から順に1枚ずつ6枚のカードを裏返す。



いま、8枚のカードがすべて黒の面を出して横一列に並べられている状態で、大小ふたつのさいころを同時に1回投げるとき、次の問いに答えなさい。

- (ア) 8枚のカードがすべて白の面となる確率を求めなさい。
- (イ) 左から3枚目のカードが白の面となる確率を求めなさい。

問七 右の図のように $AB < BC$ である三角形 ABC が円 O に内接している。いま、点 A を通り直線 BC と点 B で接する円を O' とする。また、点 A における円 O の接線が円 O' と交わる点を D とし、直線 DB が円 O と交わる点を E とする。
この時、次の問いに答えなさい。



(ア) 三角形 AEC と三角形 ADB が相似であることを次のように証明した。空らんにあてはまることがらとして最も適するものを、 $(あ)$ 、 $(い)$ には、【A群】から、 (a) ~ (d) には、【B群】から、それぞれ1つずつ選びその番号を書きなさい。

[証明]

AEC と ADB において、

まず、弧 AC に対する円周角は等しいから

(a) ……

また、

$(あ)$ から、

(b) ……

よって、よ、 (c) ……

さらに、 $(い)$ から、

(d) ……

よ、より、2組の角がそれぞれ等しいから、

AEC ADB

(イ) $ABC = 63^\circ$ 、 $BAC = 82^\circ$ のとき、2直線 AD 、 BC の交点を F として、 AFB の大きさを求めなさい。

【A群】

1. 弧 AB に対する円周角は等しい
2. 四角形 $ABEC$ は円 O に内接している
3. 直線 BC は円 O' の接線である
4. 直線 AD は円 O の接線である

【B群】

1. $ABC = ADB$
2. $ACB = AEB$
3. $ACB = BAD$
4. $ACE = ABD$
5. $AEB = BAD$
6. $AEC = ABC$
7. $AEC = ADB$
8. $CAE = CBE$

(ア)	12	(イ)	-4	(ウ)	$-\frac{7}{15}$	(エ)	$4a^2$
(オ)	$\frac{5x-3}{6}$	(カ)	$5\sqrt{3}$	(キ)	$2x^2-1$		

解 答

配点 計50点

問一	(ア)	12	(イ)	-4	(ウ)	$-\frac{7}{15}$	(エ)	$4a^2$	<table border="1"> <tr> <td>(ア)~(エ)</td> <td>各1点</td> <td>計4点</td> </tr> <tr> <td>(オ)~(キ)</td> <td>各2点</td> <td>計6点</td> </tr> </table>	(ア)~(エ)	各1点	計4点	(オ)~(キ)	各2点	計6点
	(ア)~(エ)	各1点	計4点												
(オ)~(キ)	各2点	計6点													
(オ)	$\frac{5x-3}{6}$	(カ)	$5\sqrt{3}$	(キ)	$2x^2-1$										

問二	(ア)	$(x+1)(x-2)$	(イ)	$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$	(ウ)	$x > -1$	各2点 計10点
	(エ)	$a=-4, b=0$	(オ)	6, 7, 8	問二(ウ)は $-1 < x$ も可とする。		

問三	(ア)	$a = \frac{4}{9}$	(イ)	$m = \frac{2}{3}, n=2$	(ウ)	$(\frac{12}{5}, -\frac{16}{5})$	各2点 計6点
----	-----	-------------------	-----	------------------------	-----	---------------------------------	---------

問四	(ア)	7 cm	(イ)	1, 4	(ウ)	21 cm^3	各2点 計6点
----	-----	------	-----	------	-----	-------------------	---------

問四(ア)は $\sqrt{49}$ に1点を与える。問四(イ)は順不同も可とする。

問五	(ア)	15 cm^2	(イ)	14 cm	各3点 計6点
----	-----	-------------------	-----	-------	---------

問六	(ア)	$\frac{5}{36}$	(イ)	$\frac{11}{18}$	各3点 計6点
----	-----	----------------	-----	-----------------	---------

問六(イ)は $\frac{22}{36}$ に2点を与える。

問七	(ア)	$\frac{(a)}{6}$	(あ)	$\frac{(b)}{3}$	(c)	$\frac{(d)}{7}$	(い)	$\frac{(e)}{2}$	(d)	$\frac{(f)}{4}$	(イ)	AFB=28°	各3点 計6点
----	-----	-----------------	-----	-----------------	-----	-----------------	-----	-----------------	-----	-----------------	-----	---------	---------

問七(ア)は(a),(あ),(b),(c)がすべて正答で2点、(い),(d)がともに正答で1点を与える。

【採点上の注意】

1. 中間点は、問四(ア)、問六(イ)、問七(ア)以外には設けないこと。
2. 正の数については、+の符号をつけても可とする。
3. 多項式の項の順序、積の順序は入れかわっても可とする。
4. 分数を小数で表わしても可とする。ただし、その小数が循環小数になるものを有限小数で表わしたり、「...」を用いて表したものは不可とする。
5. 問四(ア)以外は、根号の中を最も小さい整数にしていないもの、分母を有理化していないものは不可とする。
6. 問六(イ)以外は、分数で約分していないものは不可とする。

解答用紙

点

氏名

配点 計50点

問一	(ア)		(イ)		(ウ)		(エ)	
	(オ)		(カ)		(キ)			

(ア)~(エ)	各1点	計4点
(オ)~(キ)	各2点	計6点

問二	(ア)		(イ)		(ウ)	
	(エ)		(オ)			

各2点 計10点

問三	(ア)		(イ)		(ウ)	
----	-----	--	-----	--	-----	--

各2点 計6点

問四	(ア)		(イ)		(ウ)	
----	-----	--	-----	--	-----	--

各2点 計6点

問五	(ア)		(イ)	
----	-----	--	-----	--

各3点 計6点

問六	(ア)		(イ)	
----	-----	--	-----	--

各3点 計6点

問七	(ア)	(a)	(あ)	(b)	(c)	(い)	(d)	(イ)	
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	--

各3点 計6点

高校数学

< 数と式の計算 >

作図・数式・文書すべて「カルキング」で作成

(1) 36, 120, 180の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(2) $2x^2 - 5xy - 3y^2 + x + 11y - 6$ を因数分解せよ。 (3) $(1-2)^3$ を計算せよ。

(4) $\frac{a+2}{2}$ を計算せよ。 (5) $\frac{7\sqrt{2}+5\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$ を計算せよ。

(6) $\left(\log_2 5 + \log_4 \frac{1}{5}\right) \left(\log_5 2 + \log_{25} \frac{1}{2}\right)$ を計算せよ。 (7) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(x - \sqrt{x^2 - 4})$ を求めよ。

(8) $-x^4 + x^3 + 7x^2 - 13x + 6 > 0$ を解け。 (9) $\sqrt{3} \cos x + \sin x = 1$ を解け。

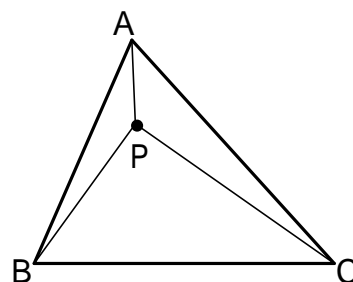
< 2次関数 >

(1) $f(x) = |x^2 - 3x| - x + 3$ とするとき、方程式 $f(x) = k$ が異なる4つの実数解をもつような k の範囲を求めよ。

(2) x, y が実数のとき、 $z = x^2 - 2xy + 3y^2 - 8y + 11$ の最小値を求めよ。

< ベクトル >

ABCの内部に点Pがある。 $6\vec{PA} + 2\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$ がなりたつとき、PBC、PCAおよびPABの面積の比を求めよ。

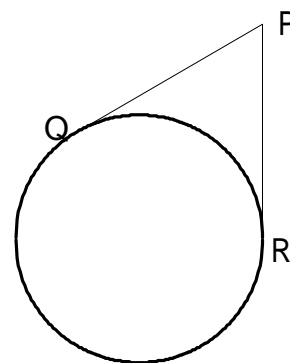


< 平面図形 >

点 $P(2, 2\sqrt{3})$ から円 $x^2 + y^2 = 4$ に引いた接線の接点をQ, Rとする。

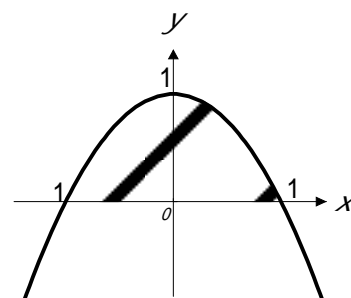
(1) Q, Rの座標を求めよ。

(2) 直線QRは円 $x^2 + y^2 = 1$ に接することを示せ。



< 定積分 >

右の図の放物線 $y = 1 - x^2$ と x 軸とで囲まれた図形が x 軸のまわりに回転してできる立体の体積 V_1 と、 y 軸のまわりに回転してできる立体の体積 V_2 を求めよ



高校数学解答

< 数と式の計算 >

$$(1) \quad 36=2^2 \times 3^2 \quad 120=2^3 \times 3 \times 5 \quad 180=2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{最大公約数 } 2^2 \times 3 = 12 \quad \text{最小公倍数 } 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$$

$$(2) \quad 2x^2 - 5xy - 3y^2 + x + 11y - 6 = (2x + y - 3)(x - 3y + 2) \quad (3) \quad (1 - 2i)^3 = -11 + 2i$$

$$(4) \quad \frac{a+2}{a-1} = 1 + \frac{2}{a-1} = \frac{a+1}{a-1} \quad (5) \quad \frac{7\sqrt{2} + 5\sqrt{5}}{2\sqrt{2} + \sqrt{5}} = \sqrt{10} + 1$$

$$(6) \quad \left(\log_2 5 + \log_4 \frac{1}{5} \right) \left(\log_5 2 + \log_{25} \frac{1}{2} \right) = \left(\frac{\log 5}{\log 2} + \frac{\log 5^{-1}}{\log 2^2} \right) \left(\frac{\log 2}{\log 5} + \frac{\log 2^{-1}}{\log 5^2} \right)$$

$$= \left(\frac{\log 5}{\log 2} - \frac{\log 5}{2\log 2} \right) \left(\frac{\log 2}{\log 5} - \frac{\log 2}{2\log 5} \right) = \left(\frac{\log 5}{2\log 2} \right) \left(\frac{\log 2}{2\log 5} \right) = \frac{1}{4}$$

$$(7) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x(x - \sqrt{x^2 - 4}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x - \sqrt{x^2 - 4})(x + \sqrt{x^2 - 4})}{x + \sqrt{x^2 - 4}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x + \sqrt{x^2 - 4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{1 + \sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}} = 2$$

$$(8) \quad -x^4 + x^3 + 7x^2 - 13x + 6 = -(x-1)^2(x-2)(x+3) \quad \therefore -3 < x < 1, 1 < x < 2$$

$$(9) \quad \sqrt{3} \cos x + \sin x = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \quad \text{合成する}$$

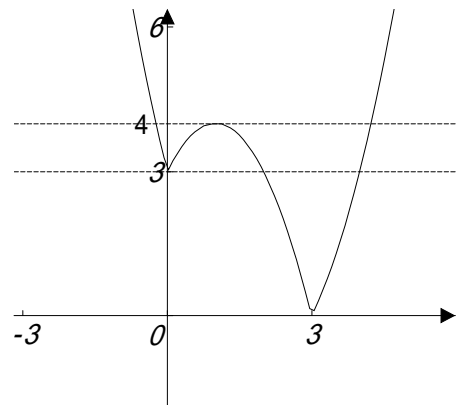
$$\sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \quad \text{を解くと} \quad x + \frac{\pi}{3} = 2/\pi + \frac{\pi}{6}, 2/\pi + \frac{5\pi}{6} \quad \therefore x = 2/\pi - \frac{\pi}{6}, 2/\pi + \frac{\pi}{2}$$

< 2次関数 >

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1 & x \leq 0 \vee x \geq 3 \\ -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4 & 0 < x < 3 \end{cases}$$

$y = f(x)$ のグラフは右のようになる。

異なる4つの実数解をもつには $3 < k < 4$



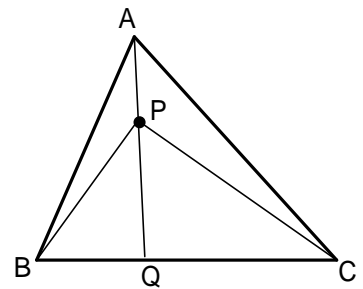
$$(2) \quad z = x^2 - 2xy + 3y^2 - 8y + 11 = (x-y)^2 + 2(y-2)^2 + 3$$

x, y は実数だから、 z は $x=y=2$ のとき最小となり $z=3$

< ベクトル >

BCを1:2に内分する点をQとすると、

$$\vec{PQ} = \frac{\vec{2PB} + \vec{PC}}{3} \quad \vec{2PB} + \vec{PC} = 3\vec{PQ}$$



$$6\vec{PA} + 2\vec{PB} + \vec{PC} = 6\vec{PA} + 3\vec{PQ} \quad \text{だから} \quad 6\vec{PA} + 3\vec{PQ} = \vec{0} \quad \vec{PQ} = 2\vec{AP} \quad \therefore AP:PQ = 2:1$$

$$\Delta PAB = \frac{1}{3} \Delta ABQ = \frac{1}{9} \Delta ABC \quad \Delta PCA = \frac{1}{3} \Delta ACQ = \frac{2}{9} \Delta ABC$$

$$\Delta PBC = \Delta ABC - (\Delta PAB + \Delta PCA) = \frac{6}{9} \Delta ABC \quad \Delta PBC : \Delta PAB : \Delta PCA = 6 : 2 : 1$$

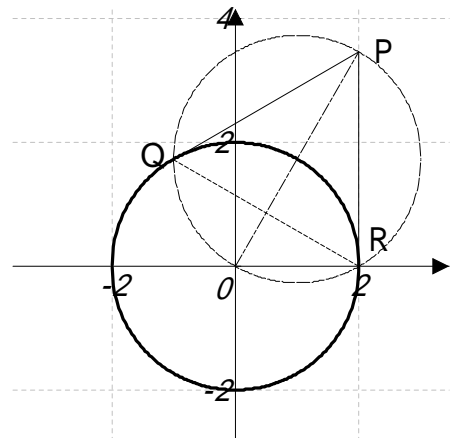
< 平面図形 >

(1) OPを直径とする円 $(x-1)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 4$ (1)

と、 $x^2 + y^2 = 4$ (2) の交点がQ, Rになる。

この連立方程式を解いてQ, Rを求めると

$$Q(-1, \sqrt{3}), R(2, 0)$$



(2) 直線QRの式は

$$(1) - (2) \quad -2x - 2y\sqrt{3} + 4 = 0 \quad x + \sqrt{3}y = 2 \quad (3)$$

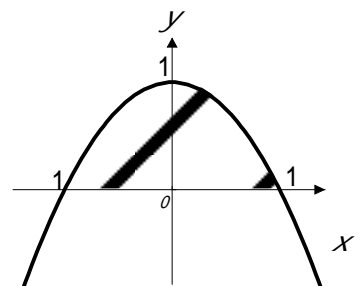
原点O(0,0)から(3)におろした垂線の長さは $\frac{2}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = 1$

QRは円 $x^2 + y^2 = 1$ に接する

< 定積分 >

$$V_1 = \pi \int_{-1}^1 y^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2)^2 dx = 2\pi \int_0^1 (1-2x^2+x^4) dx = \frac{16}{15} \pi$$

$$V_2 = \pi \int_0^1 x^2 dy = \pi \int_0^1 (1-y) dy = \frac{1}{2} \pi$$



2002年度第1学年3学期 数学

カルキングですべて作成
B4/A3で印刷可能。

番号 _____ 氏名 _____

< 1 > 次の値を求めなさい。

$y=f(x)=2x+5$ のとき

$f(3)=$

$f(-3)=$

$y=f(x)=5x^2$ のとき

$f(4)=$

$f(-1)=$

$y=f(x)=(x-2)^2$ のとき

$f(2)=$

$f(-1)=$

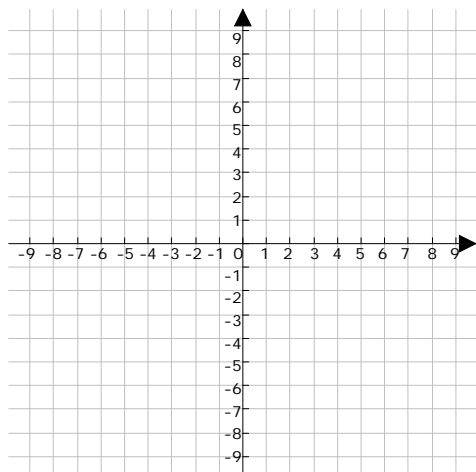
< 2 > 二次関数 $y=f(x)=x^2$, $y=f(x)=-x^2$ の関数表をつくり、その
グラフを書きなさい。(グラフには必ず番号又は式を記入する)

$y=f(x)=x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

$y=f(x)=-x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							



< 3 > { } 内に当てはまる数や言葉を入れて文章を完成
しなさい。

$y=f(x)=x^2$ のグラフは { } を通り、 y 軸に対称
でなめらかな { } となります。

また、対称な軸とグラフの交点を { } といいます。

グラフの頂点の座標は { (,) } です。

$y=f(x)=x^2$ のグラフを x 軸方向に +3 平行移動すると、新
しく書けるグラフの式は $y=f(x)=$ { }
となります。

$y=f(x)=-x^2$ のグラフを y 軸方向に +3 平行移動すると、新
しく書けるグラフの式は $y=f(x)=$ { }
となります。

$y=f(x)=x^2$ のグラフを x 軸方向に -4、 y 軸方向に -5
だけ平行移動すると、新しく書けるグラフの式は

$y=f(x)=$ { } となります。

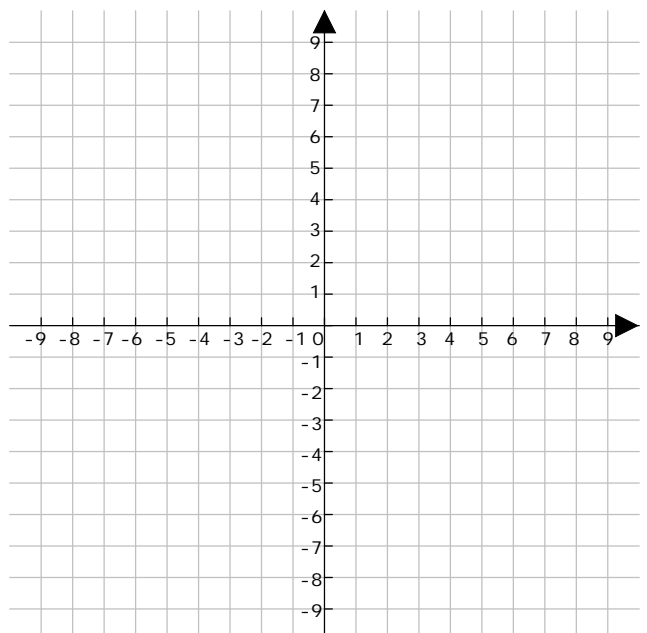
< 4 > 次の二次関数のグラフを書きなさい。また、頂点の座標を求
めなさい。(グラフには必ず番号又は式を記入する)

$y=f(x)=(x-4)^2+1$ 頂点の座標 (,)

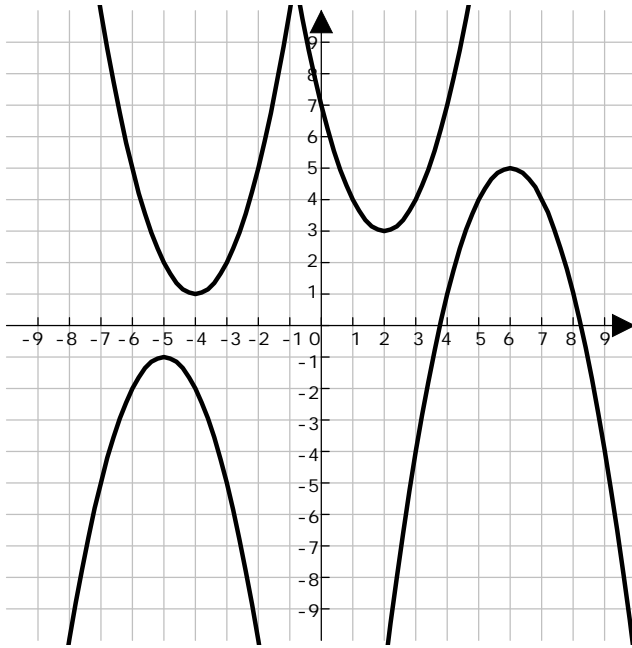
$y=f(x)=(x+2)^2+5$ 頂点の座標 (,)

$y=f(x)=-(x+3)^2-4$ 頂点の座標 (,)

$y=f(x)=-x^2+2$ 頂点の座標 (,)



< 5 > 次の二次関数のグラフから頂点の座標を読みなさい。また、
グラフの式を作りなさい。



頂点の座標	グラフの式
(,)	$y=f(x)=$
(,)	$y=f(x)=$
(,)	$y=f(x)=$
(,)	$y=f(x)=$

< 6 > 次の二次関数の式を標準形になおしなさい。
 $y=f(x)=x^2+6x+8$

$y=f(x)=x^2+2x+5$

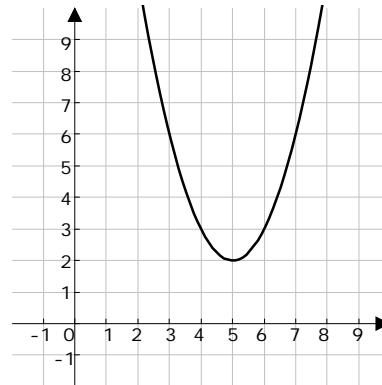
$y=f(x)=x^2+2x+5$

$y=f(x)=-x^2+4x+5$

< 7 > < 4 > の二次関数の最大値・最小値を求めなさい。

- $x=$ のとき 最小値 $y=$ 最大値はなし
- $x=$ のとき 最小値 $y=$ 最大値はなし
- $x=$ のとき 最大値 $y=$ 最小値はなし
- $x=$ のとき 最大値 $y=$ 最小値はなし

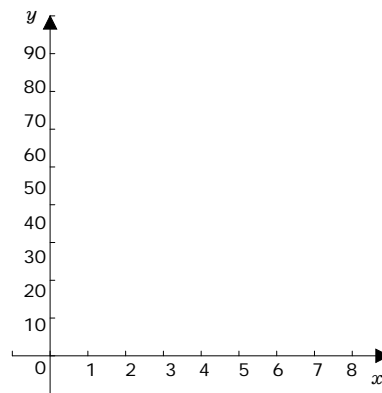
< 8 > 二次関数 $y=f(x)=(x-5)^2+2$ の最大値・最小値を求め
なさい。ただし $4 \leq x \leq 7$ とします。



- $x=$ のとき
最小値 $y=$
- $x=$ のとき
最大値 $y=$

< 9 > 40 m / 秒の速さでボールを真上に投げ上げたとき、 x 秒後
の高さを y m とすると、 y は $y=f(x)=-5x^2+40x$ と表すことができ
ます。このとき各問に答えなさい。

- このボールを投げ上げて3秒後のボールの高さを求めなさい。
- このボールは、最高何mまで上に上がりますか。
- それは投げ上げてから何秒後ですか。
- 投げ上げてから何秒後にボールは地面に落ちてきますか。



途中式など

m

秒後

m

秒後

春期講習会 基礎からのセンター数学 A 2次関数編
 カルキングで作成

- 1 . 2次関数 $f(x) = x^2 - (4a + 2)x + 5a^2 + 7a - 2$ を考える。
 放物線 $y = f(x)$ の頂点P座標は $\boxed{\text{ア}}$ $a + \boxed{\text{イ}}$, $a^2 + \boxed{\text{ウ}}$ - $\boxed{\text{エ}}$ である。放物線
 $y = f(x)$ を x 軸方向に $-3a - 3$, y 軸方向に $-a^2 + a + 2$ だけ平行移動した曲線の方程式を
 $y = g(x)$ とすれば, $g(x) = (x + a + \boxed{\text{オ}})^2 + \boxed{\text{カ}}$ $a - \boxed{\text{キ}}$ である。

(2001年追試)

- 2 . (1) $x^2 + y = 4$ のとき $F = x^2 + y^2$ の最小値は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) $x^2 + y^2 = 1$ を満たす実数 x, y に対して、 $x + y$ の最大値は $\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

- 3 . 2次方程式 $kx^2 + (k + 1)x + k = 0$ が重解をもつような定数 k の値は、 $k = \boxed{\text{ア}}$, $\frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$

であり、それぞれの k の値に対するこの2次方程式の重解は $k = \boxed{\text{ア}}$ のとき、 $x = \boxed{\text{オカ}}$,

$k = \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のとき、 $x = \boxed{\text{キ}}$ である。

完全類題

1 . (1) 2次関数 $y = 2(x + 3)^2 + 1$ のグラフは、 $y = 2x^2$ のグラフを x 軸方向へ ,
 y 軸方向へ だけ平行移動したものであるから、頂点は(,)である。

(2) a を正の定数とし、放物線 $y = x^2 + (6a + 2)x + 3a^2 + 4$ を頂点をPとする。

座標は(a - , - a^2 - a +)である。

(2002年本試)

2 . $2x + y = 1, x \geq 0, y \geq 0$ のときの、 $x^2 + 2y^2$ の最大値、最小値を求めてみよう。

$2x + y = 1$ だから、 y を x で表すと、 $y =$ $x +$ であり、

$x \geq 0, y \geq 0$ だから、 x のとり得る値の範囲は $x \leq$ / である。

このとき、 $x^2 + 2y^2 =$ $x^2 -$ $x +$ となるから、これは

$x =$, $y =$ のとき、最大値

$x =$ / , $y =$ / のとき、最小値 / をとる。

3 . $x^2 + 2(k - 1)x - k^2 + 3k - 1 = 0$ が重解をもつとき定数 k の値は、 $k =$ / ,

であり、それぞれの k の値に対する重解は $k =$ / のとき、 $x =$ / ,

$k =$ のとき、 $x =$ である。

(神戸学院大・改)

春期講習会 基礎からのセンター数学 A 2次関数編

4. $f(x) = x^2 - 4x - a$ について、次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = 0$ が正の解と負の解をもつための条件は、 $a > \boxed{\text{ア}}$

(2) $f(x) = 0$ が $-1 < x < 1$ の範囲に異なる 2 つの実数解をもつための条件は

$$\frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}} < a < \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}} \text{ または } \boxed{\text{ク}} < a < \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

(2002年追試)

5. 2次関数 $f(x) = x^2 + ax + 3$ について

(1) すべての x に対し $a < f(x)$ であるための a の範囲は

$$\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウ}}$$

(2) $-2 < x < 2$ であるすべての x に対し $a < f(x)$ であるための a の範囲は

$$\boxed{\text{エオ}} < a < \boxed{\text{カ}}$$

完全類題

4. $x^2 + ax + 4 = 0$ が次のような解をもつように a の値の範囲を定めよ。

- (1) 2つの解がともに -1より大きいとき, a である。
 (2) 2つの解がともに -1より小さいとき, $a <$ である。
 (3) 1つの解が -1より大きく他の解が -1より小さいとき, $a >$ である。

(文化女子大・改)

5. $1 < x < 2$ を満たすすべての x について, 不等式 $x^2 - 2ax + a + 6 > 0$ (a は実数)が成り立つような a の値の範囲を求めてみよう。

$f(x) = x^2 - 2ax + a + 6$ とおくと, 関数 $y = f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で, その頂点(座標は(a , $a^2 +$ $a +$))だから, 条件を満たすためには,

() a のとき, f () = $a +$

() $< a <$ のとき, $a^2 +$ $a +$ $>$

() a のとき, $f(x) =$ $a +$

したがって, 求める a の値の範囲は a $\frac{\text{ツテ}}{\text{ト}}$ である。

解答

1.

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ
2	1	3	3	2	4	1

2.

アイ	ウ	エ
15	4	2

3.

ア	イウ	エ	オカ	キ
1	-1	3	-1	1

4.

ア	イウ	エ	オカ	キ	ク	ケ	コ
0	-1	3	-1	4	0	1	5

5.

アイ	ウ	エオ	カ
-6	2	-7	2

完全類題

1.

アイ	ウ	エオ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ
-3	1	-3	1	3	1	9	3	3

2.

アイ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ
-2	1	0	1	2	9	8	2	0
サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	
1	2	4	9	1	9	2	9	

3.

ア	イ	ウ	エ	オ	カキ
1	2	2	1	2	-1

4.

アイ	ウ	エ	カ
-4	4	5	5

5.

ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ
1	-	1	6	1	1	-	7	0
コ	サ	シ	スセ	ソタ	チ	ツテ	ト	
2	0	2	-3	10	0	10	3	

春期講習会 基礎からのセンター数学 A 三角比編

1. 次の空欄を埋めよ。

(1) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ で $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\sin\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$, $\cos\theta = -\frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$

(2) $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{3}$ のとき、 $\sin\theta\cos\theta = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$, $\sin^3\theta + \cos^3\theta = \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$

(3) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき、 $\cos^2\theta + \sin\theta + \alpha = 0$ が解をもつための α の値の範囲は

$\frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}} \leq \alpha \leq \boxed{\text{タチ}}$ である。

(4) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき、 $P = 2\cos^2\theta + \sin\theta$ の最大値は $\frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であり、
最小値は $\boxed{\text{ナ}}$ である。

2. (1) $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ のとき、 $\tan\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ を満足する角 α の大きさは $\boxed{\text{アイ}}$ $^\circ$ である。

(四日市大)

(2) 等式 $2\cos^2A - \sqrt{3}\sin A + 1 = 0$ を満たす角 A の大きさは $\boxed{\text{ウエオ}}$ $^\circ$ である。とする。
ただし、 $90^\circ < A < 180^\circ$ であるとする。

(東京家政学院大)

完全類題

1. 次の各問いの空欄を埋めよ。

$$(1) \frac{\sin 150^\circ}{\sin 135^\circ - \tan 30^\circ} - \frac{\cos 60^\circ}{\cos 45^\circ - \tan 150^\circ} = \boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}} \quad (\text{龍谷大})$$

$$(2) (\cos 110^\circ - \cos 160^\circ)^2 + (\sin 70^\circ + \cos 70^\circ)^2 = \boxed{\text{ウ}} \quad (\text{龍谷大})$$

$$(3) 0^\circ \quad 90^\circ \text{ で } \tan \theta = \frac{3}{4} \text{ であれば, } \sin \theta = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \cos \theta = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \text{ である。} \quad (\text{順天堂大})$$

$$(4) \cos \theta = \frac{1}{2} \text{ であれば, } \sin \theta \tan \theta = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \text{ である。} \quad (\text{久留米大})$$

$$(5) 0^\circ \quad 180^\circ, \sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5} \text{ のとき, } \sin \theta = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \text{ である。} \quad (\text{広島文教女子大})$$

$$(6) \sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3} \text{ のとき, } \sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}} \text{ である。} \quad (\text{天理大})$$

2. (1) ABC において、 $AC = 2$, $B = 45^\circ$, $C = 105^\circ$ のとき、

$$BC = \sqrt{\text{ア}}, AB = \sqrt{\text{イ}} + \text{ウ} \text{ であり、}$$

外接円の半径は $\sqrt{\text{エ}}$ である。

(愛知学院大)

(2) ABC において、 $AB = 4$, $AC = 3$, $A = 60^\circ$ ならば、

$$BC = \sqrt{\text{オカ}}, \text{外接円の半径は } \frac{\sqrt{\text{キク}}}{\text{ケ}} \text{ であり、また、}$$

ABC の面積は $\text{コ} \sqrt{\text{サ}}$ である。

(東海大)

(3) ABC において、 $BC, CA, AB = 3:5:7$ ならば、

$$\sin A : \sin B : \sin C = \text{シ} : \text{ス} : \text{セ} \text{ であり、}$$

3つの角 A, B, C のうち最大のものの大きさは ソタチ $^\circ$ である。(大阪国際大)

第1問 (配点 20)

(1) 長方形 ABCD において, $AB = CD = 8$, $BC = DA = 12$ とする。

辺 AB 上に点 P, 辺 BC 上に点 Q, 辺 CD 上に点 R を

$AP = BQ = CR$ となるようにとり, $AP = x$ とおく ($0 < x < 8$)。

このとき, 台形 PBCR の面積は アイ である。また, PQR の面積 S は

$$S = x^2 - \text{ウエ} x + \text{オカ}$$

$S < 24$ となる x の範囲は キ $< x <$ ク である。

(2) 次の ケ ~ シ に当てはまるものを, 下の ① ~ ③のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

自然数 m, n について, 条件 p, q, r を次のように定める。

p : $m + n$ は 2 で割り切れる

q : n は 4 で割り切れる

r : m は 2 で割り切れ, かつ n は 4 で割り切れる

また, 条件 p の否定を \bar{p} , 条件 r の否定を \bar{r} で表す。このとき

p は r であるための ケ ,

\bar{p} は \bar{r} であるための コ ,

「 p かつ q 」は r であるための サ ,

「 p または q 」は r であるための シ ,

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件でない
- ③ 十分条件であるが必要条件でない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

第2問 (配点 25)

a, b を定数とし, $a \neq 0$ とする。2次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b \quad \dots\dots\dots$$

のグラフが点 $(-2, 6)$ を通るとする。このとき $b = -a + \boxed{\text{ア}}$ であり,
 グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}} a}, \frac{-\left(\boxed{\text{エ}} a + \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}} a} \right) \quad \text{である。}$$

さらに2次関数のグラフの頂点の y 座標が -2 であるとする。
 このとき, a は

$$\boxed{\text{キ}} a^2 - \boxed{\text{クケ}} a + \boxed{\text{コ}} = 0 \quad \text{を満たす。}$$

これより a の値は

$$a = \boxed{\text{サ}}, \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \quad \text{である。}$$

以下, $a = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるとする。

このとき, 2次関数のグラフの頂点の x 座標は $\boxed{\text{セ}}$ であり,

のグラフと x 軸の2交点の x 座標は $\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}$ である。

ただし $\boxed{\text{ソ}}$ と $\boxed{\text{タ}}$ は解答の順序を問わない。

また関数は $0 \leq x < 9$ において

$x = \boxed{\text{チ}}$ のとき, 最小値 $\boxed{\text{ツテ}}$ をとり,

$x = \boxed{\text{ト}}$ のとき, 最大値 $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとる。

第3問 (配点 30)

ABC において, $AB = 7$, $BC = 4\sqrt{2}$, $\angle C = 45^\circ$ とする。
 また ABC の外接円の中心を O とする。

このとき, $CA = \boxed{\text{ア}}$ であり, 外接円 O の半径は $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

外接円 O 上の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を $CD = \sqrt{10}$ であるようにとる。 $\angle ADC = \boxed{\text{オカ}}$ であるから, $AD = x$ とすると, x は2次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}x - \boxed{\text{ケコ}} = 0$$

を満たす。 $x > 0$ であるから $AD = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ となる。

下の $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ツ}}$ には, 次の ① ~ ⑤ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① AC ② AD ③ AE ④ BA ⑤ CD ⑥ ED

点 A における外接円 O の接線と辺 DC の延長の交点を E とする。このとき, $\angle ADC = \boxed{\text{ス}}\angle E$ であるから, ACE と D $\boxed{\text{セ}}$ は相似である。

これより,

$$EA = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}BC$$

である。また $EA^2 = \boxed{\text{ツ}} \cdot EC$ である。したがって

$$EA = \frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}BC$$

であり, ACE の面積は $\frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

第4問 (配点 25)

さいころを 3 回投げ、次の規則にしたがって文字の列を作る。ただし、何も書かれていないときや文字が 1 つだけのときも文字の列と呼ぶことにする。

1 回目は次のようにする。

- ・ 出た目の数が 1, 2 のときは、文字 A を書く
- ・ 出た目の数が 3, 4 のときは、文字 B を書く
- ・ 出た目の数が 5, 6 のときは、何も書かない

2 回目, 3 回目は次のようにする。

- ・ 出た目の数が 1, 2 のときは、文字の列の右側に文字 A を 1 つ付け加える
- ・ 出た目の数が 3, 4 のときは、文字の列の右側に文字 B を 1 つ付け加える
- ・ 出た目の数が 5, 6 のときは、いちばん右側の文字を削除する。ただし、何も書かれていないときはそのままにする

以下の問いでは、さいころを 3 回投げ終わったときにできる文字の列について考える。

(1) 文字の列が AAA となるさいころの目の出方は 通りである。

文字の列が AB となるさいころの目の出方は 通りである。

(2) 文字の列が A となる確率は $\frac{\text{ウ}}{\text{エオ}}$ であり、何も書かれていない文字の列

となる確率は $\frac{\text{カ}}{\text{キク}}$ である。

(3) 文字の列の字数が 3 となる確率は $\frac{\text{ケ}}{\text{コサ}}$ であり、字数が 2 となる確率は

$\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}$ である。また、文字の列の字数の期待値は $\frac{\text{ソ}}{\text{タチ}}$ である。

ただし、何も書かれていないときの字数は 0 とする。

問題番号 (配点)	解答記号	正 解	配点	問題番号 (配点)	解答記号	正 解	配点
	アイ	48	3		ア	5	3
	- ウエ x + オカ	- 10 x + 48	3		$\frac{イ}{ウ}\sqrt{エ}$	$\frac{5}{2}\sqrt{2}$	3
	キ < x < ク	4 < x < 6	4		オカ°	45°	2
第1問 (20)	ケ	1	2	第3問 (30)	- キ $\sqrt{ク}x$ - ケコ	- 2 $\sqrt{5}x$ - 15	3
	コ	2	3		サ $\sqrt{シ}$	3 $\sqrt{5}$	2
	サ	0	3		ス	1	3
	シ	1	2		セ	2	2
	ア	2	2		$\frac{ソ}{タ}\sqrt{チ}$	$\frac{3}{5}\sqrt{5}$	3
	$\left(\frac{-a+イ}{ウa}, \frac{-(エa-オ)^2}{カa}\right)$	$\left(\frac{-a+2}{2a}, \frac{-(3a-2)^2}{4a}\right)$	3		ツ	5	3
	キ a^2 - クケ a + コ	9 a^2 - 20 a + 4	3		$\frac{テト}{ナ}\sqrt{ニ}$	$\frac{15}{4}\sqrt{2}$	3
	サ, $\frac{シ}{ス}$	2, $\frac{2}{9}$	3		$\frac{ヌネ}{ノ}$	$\frac{75}{8}$	3
第2問 (25)	セ	4	2		ア	8	3
	ソ, タ	1, 7 または 7, 1	3		イ	8	3
	チ	4	2		$\frac{ウ}{エオ}$	$\frac{5}{27}$	3
	ツテ	- 2	2	第4問 (25)	$\frac{カ}{キク}$	$\frac{5}{27}$	4
	ト	9	2		$\frac{シ}{コサ}$	$\frac{8}{27}$	4
	$\frac{ナニ}{ヌ}$	$\frac{32}{9}$	3		$\frac{シ}{スセ}$	$\frac{4}{27}$	4
					$\frac{ソタ}{チ}$	$\frac{14}{9}$	4

第1問 (必答問題) (配点 30)

(1) 実数 x, y は

$$3^{1 + \log_{10} x} - 5^y = 1 \quad \dots\dots\dots (*)$$

を満たしている。このとき $K = \frac{5^y}{3} + 3^{-\log_{10} x}$ の最小値を求めよう。

真数の条件により, $x > \boxed{\text{ア}}$ である。ただし, 対数 $\log_a b$ に対し, a を底といい, b を真数という。次に, (*) より

$$5^y = \boxed{\text{イ}} \cdot 3^{\log_{10} x} - 1$$

である。 $z = 3^{\log_{10} x}$ とおくと, $5^y > 0$ であるから, z の取り得る値の範囲は

$$z > \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \quad \text{となる。}$$

さらに

$$K = z + \frac{\boxed{\text{オ}}}{z} - \frac{1}{\boxed{\text{カ}}}$$

となるから, K は $z = \boxed{\text{キ}}$ のとき, 最小値 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ をとる。このとき,

$$x = \boxed{\text{コ}}, y = \log_{\boxed{\text{カ}}}\boxed{\text{シ}}$$

(2) a を正の定数とする。点 O を原点とする座標平面において, 中心が O で, 半径が 1 の円と半径が 2 の円をそれぞれ, C_1, C_2 とする。

0 を満たす実数 θ に対して, 角 a の動径と C_1 との交点を P とし, 角 $\frac{a}{2} - \frac{a}{3}$ の動径と C_2 との交点を Q とする。
ここで, 動径は O を中心とし, その始線は x 軸の正の部分とする。

(1) $= x$ のとき, Q の座標は $(\sqrt{\boxed{\text{ス}}}, \boxed{\text{セ}})$ である。

(2) 3点 O, P, Q がこの順に一直線上にあるような最小の $\boxed{\text{ソ}}$ の値は

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}} a + \boxed{\text{チ}}} \quad \text{である。}$$

が 0 $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}} a + \boxed{\text{チ}}}$ の範囲を動くとき,

円 C_2 において点 Q の軌跡を弧とする ^{おうぎ}扇形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}} a + \boxed{\text{ト}}} \quad \text{である。}$$

(3) 線分 PQ の長さの 2乗 PQ^2 は

$$\boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}} a + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\right) \quad \text{である。}$$

(4) x の関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ニ}} \sin\left(\frac{\boxed{\text{ヌ}} a + \boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} x\right)$$

とおき, $f(x)$ の正の周期のうち最小のものが 4 であるとするとき,

$$a = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \quad \text{である。}$$

第2問 (必答問題) (配点 30)

a を正の実数とし, x の 2次関数 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{8}x^2 \quad g(x) = -x^2 + 3ax - 2a^2$$

とする。また放物線 $y = f(x)$ および $y = g(x)$ をそれぞれ C_1, C_2 とする。

- (1) C_1 と C_2 の共通点を P とすると, 点 P の座標は $\left(\frac{\text{ア}}{\text{イ}} a, \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} a^2 \right)$

である。また, 点 P における C_1 の接線の方程式は

$$y = \frac{\text{オ}}{\text{カ}} ax - \frac{\text{キ}}{\text{ク}} a^2 \quad \text{である。}$$

- (2) C_1 と x 軸および直線 $x = 2$ で囲まれた図形の面積は $\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$ である。

また, C_2 と x 軸の交点の x 座標は $\text{サ}, \text{シス}$ であり,

C_2 と x 軸で囲まれた図形の面積は $\frac{\text{セ}}{\text{ソ}} a^2$ である。

- (3) $0 < x < 2$ の範囲で, 二つの放物線 C_1, C_2 と 2直線 $x=0, x=2$ で囲まれた図形を R とする。 R の中で, $y \geq 0$ を満たすすべての部分の面積 $S(a)$ は

$$0 < a < \text{タ} \quad \text{のとき} \quad S(a) = -\frac{\text{セ}}{\text{ソ}} a^2 + \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$$

$\text{タ} < a < \text{チ}$ のとき

$$S(a) = -\frac{\text{ツ}}{\text{テ}} a^3 + \text{ト} a^2 + \text{ナ} a + \text{ニ}$$

$\text{チ} < a$ のとき $S(a) = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$ である。したがって

a が $a > 0$ の範囲を動くとき, $S(a)$ は $a = \frac{\text{ヌ}}{\text{ネ}}$ で最小値 $\frac{\text{ノ}}{\text{ハヒ}}$ をとる。

第3問 (選択問題) (配点 20)

(1) 数列 $\{a_n\}$ は初項が 7, 公差が -4 の等差数列とする。

数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{アイ}} n + \boxed{\text{ウエ}}$ であり,

初項から第 n 項までの和は $\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n$ である。

(2) 数列 $\{b_n\}$ は, 第 n 項が $b_n = pn^2 - qn - r$ という n の2次式で表され

$$b_{n+1} - 2b_n = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots$$

を満たすとする。このとき $p = \boxed{\text{ク}}, q = \boxed{\text{ケ}}, r = \boxed{\text{コ}}$ であり,

$b_1 = \boxed{\text{サシ}}$ である。

さらに, 次の条件によって定まる数列 $\{c_n\}$ を考えよう。

$$c_1 = 1$$

$$c_{n+1} - 2c_n = \boxed{\text{オカ}} n^2 + \boxed{\text{キ}} n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots$$

と より, $d_n = c_n - b_n$ とおくと

$$d_{n+1} - \boxed{\text{ス}} d_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{が成り立つ。}$$

これより, 数列 $\{c_n\}$ の一般項は

$$c_n = \boxed{\text{セ}} \cdot \boxed{\text{ソ}}^{n-1} + \boxed{\text{ク}} n^2 - \boxed{\text{ケ}} n - \boxed{\text{コ}} \quad \text{である。}$$

数列 $\{c_n\}$ の初項から第 n 項までの和 $\sum_{k=1}^n c_k$ は

$$\boxed{\text{タ}} \cdot \boxed{\text{チ}}^n + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} n^3 - \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} n^2 - \frac{\boxed{\text{ニ又}}}{\boxed{\text{ネ}}} n - \boxed{\text{ノ}} \quad \text{となる。}$$

第4問 (選択問題) (配点 20)

四面体 OABC において, $OA = OB = BC = \sqrt{2}$, $OC = CA = AB = \sqrt{3}$ である。 $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$ とおく。

(1) $|\vec{a} - \vec{b}|^2 = \boxed{\text{ア}}$ であり, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

また, $\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = \boxed{\text{カ}}$ である。

(2) 直線 AB 上の点 P を $\vec{CP} \cdot \vec{a} = 0$ であるようにとると

$$\vec{CP} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \vec{b} - \vec{c} \quad \text{となり,}$$

点 P は線分 AB を $1 : \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に内分する。

また, $\vec{CP} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ス}}$ であり, $|\vec{CP}| = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

\vec{CP} は三角形 $\boxed{\text{チ}}$ の各辺と垂直であるから, 直線 CP は三角形 $\boxed{\text{チ}}$ を含む平面に垂直である。ただし, $\boxed{\text{チ}}$ については, 当てはまるものを次の ① ~ ③ のうちから一つ選べ。

- ① ABC ② OBC ③ OAC ④ OAB

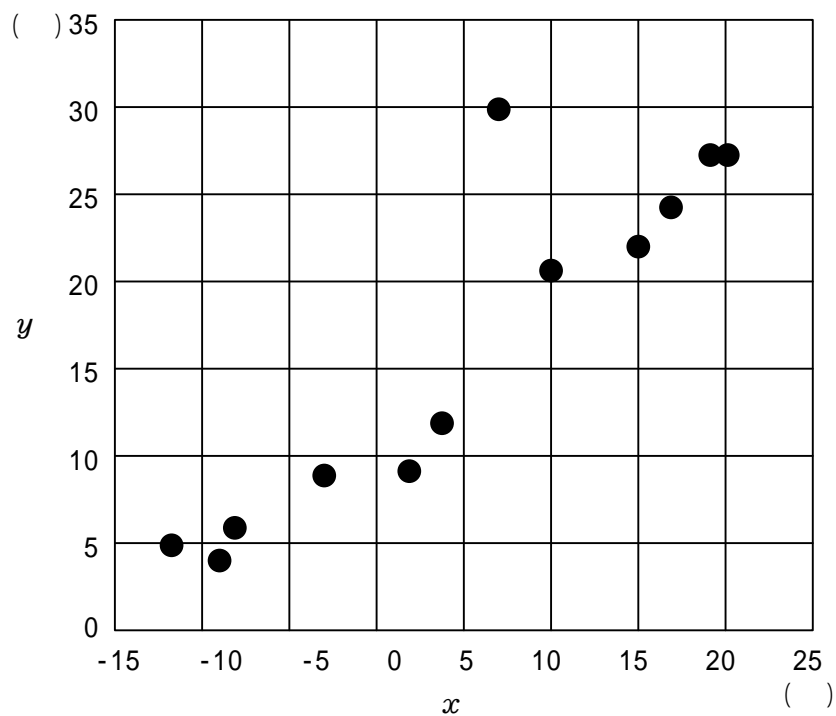
三角形 $\boxed{\text{チ}}$ の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ツテ}}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であるから, 四面体 OABC の体積は

$\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

第5問 (選択問題) (配点 20)

ある都市におけるある年の月ごとの最低気温を变量 x , 最高気温を变量 y とする。ただし, 単位は $^{\circ}\text{C}$ とし, 最低気温と最高気温は, 一日の最低気温と最高気温について月ごとに平均をとり, 小数第1位を四捨五入したものとする。

次の図は变量 x と变量 y の相関図(散布図)である。



以下, 小数の形で解答する場合は, 指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し, 解答せよ。

途中で割り切れた場合は, 指定された桁まで◎にマークすること。

(1) 1月から12月までの变量 x は次のとおりであった。

- 12, - 9, - 3, 3, 10, 17, 20, 19, 15, 7, 1, - 8 (単位は $^{\circ}\text{C}$)

この12個の値の平均値は . ,

中央値は . である。

(2) 1月から12月までの12か月を变量 x が 0 未満の四つの月からなるAグループと, 0 以上の八つの月からなるBグループとに分けて分析した。このときAグループにおける变量 x の平均値は . であり、分散は . である。

また, Aグループにおける变量 y の平均値は 6 で, Bグループにおける变量 y の平均値は 21.5 であった。このとき, 1月から12月までの变量 y の平均値は . である。

变量 x と变量 y の相関図のデータの中で, 入力ミスが見つかった。变量 x の値が 7 , 变量 y の値が 30 となっている月の变量 y の値は, 正しくは 18 であった。

(3) この誤りを修正すると, 变量 y の平均値は . 減少する。また, 变量 y の分散は する。ただし, については, 当てはまるものを, 次の ① ~ ② のうちから一つ選べ。

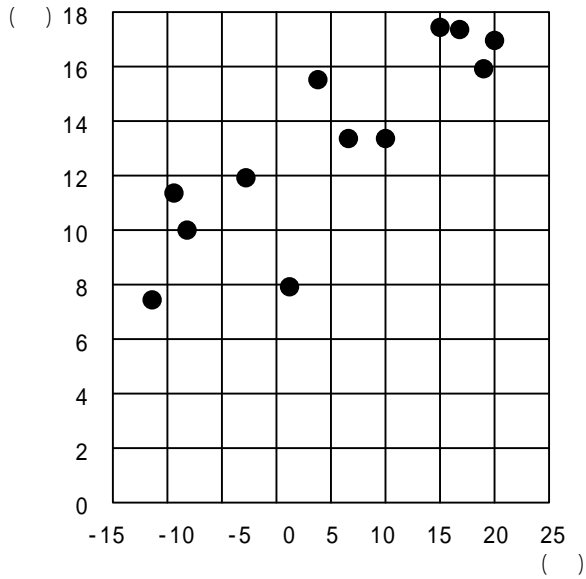
- ① 修正前より増加 ① 修正前より減少 ② 修正前と一致

(4) 修正前の变量 y の中央値は であるが, 修正後の变量 y の中央値は となる。 , の数値として適当なものを, 相関図を参考にして, 次の ① ~ ③ のうちから一つ選べ。

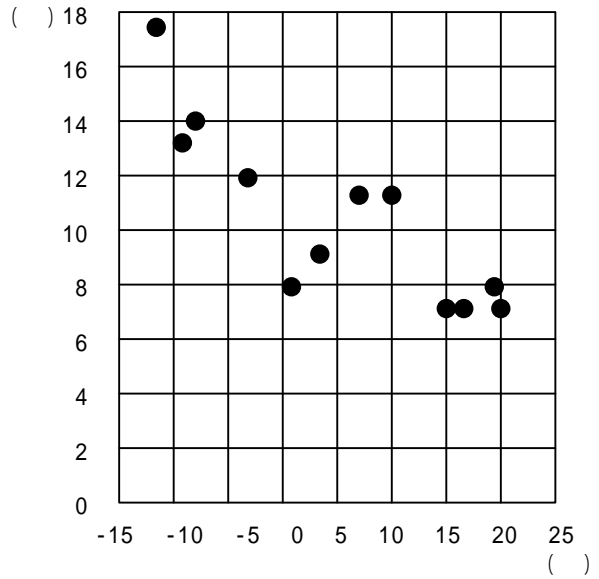
- ① 13.5 ① 15.0 ② 16.5 ③ 18.0

(5) 誤りを修正した後の寒暖の差(最高気温と最低気温の差)を变量 $z (= y - x)$ とする。变量 z の平均値は . であり, 变量 x と变量 z の相関図として適当なものは である。ただし, については, 当てはまるものを, 次の ① ~ ③ のうちから一つ選べ。

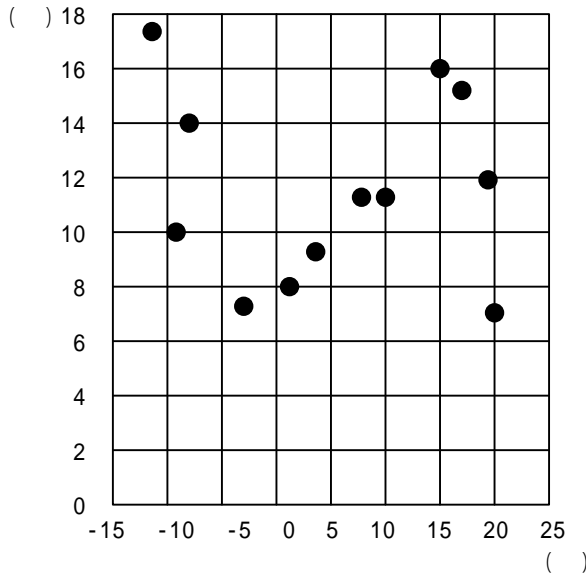
①



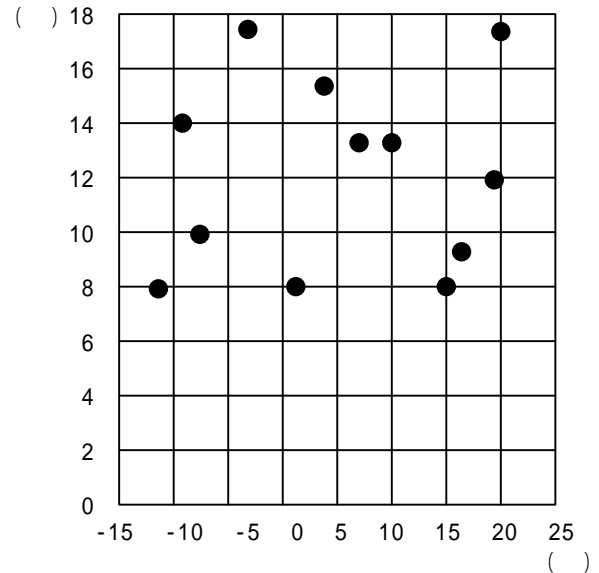
②



③



④



(6) この都市の1月から12月までの最低気温 y と寒暖の差 z について、
 又 という傾向があると考えられる。

又 に当てはまるものを、次の ① ~ ④のうちから一つ選べ。

- ① 正の相関があり、最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい
- ② 正の相関があり、最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい
- ③ 負の相関があり、最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい
- ④ 負の相関があり、最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい
- ⑤ 相関関係はほとんどなく、最低気温によって寒暖の差は影響を受けない。

第6問 (選択問題) (配点 20)

互除法(ユークリッドの互除法)によって自然数 x, y の最大公約数を求めるため, 次の〔プログラム〕を作成した。

〔プログラム〕

```
100 INPUT PROMPT "x=": X
110 INPUT PROMPT "y=": Y
120 IF X<Y THEN
  ア
160 END IF
170 IF Y=0 THEN
180  PRINT イ
190  GOTO ウ
200 END IF
210 LET R=X
220 LET R=R-Y
230 IF R>=Y THEN GOTO 220
240 LET X=Y
250 LET Y=R
260 GOTO エ
270 END
```

ただし, ア は3行からなり, 変数 X と変数 Y の値を交換する処理を表す。

(1) {プログラム}の に入る3行に当てはまるものを, 次の ① ~ ⑤のうちから一つ選べ。

① $\begin{cases} 130 & \text{LET X=Y} \\ 140 & \text{LET Y=Z} \\ 150 & \text{LET Z=X} \end{cases}$

① $\begin{cases} 130 & \text{LET X=Y} \\ 140 & \text{LET Z=X} \\ 150 & \text{LET Y=Z} \end{cases}$

② $\begin{cases} 130 & \text{LET Y=Z} \\ 140 & \text{LET Z=X} \\ 150 & \text{LET X=Y} \end{cases}$

③ $\begin{cases} 130 & \text{LET Y=Z} \\ 140 & \text{LET X=Y} \\ 150 & \text{LET Z=X} \end{cases}$

④ $\begin{cases} 130 & \text{LET Z=X} \\ 140 & \text{LET X=Y} \\ 150 & \text{LET Y=Z} \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 130 & \text{LET Z=X} \\ 140 & \text{LET Y=Z} \\ 150 & \text{LET X=Y} \end{cases}$

(2) に当てはまるものを, 次の ① ~ ⑤のうちから一つ選べ。

① X ① Y ② R ③ X*Y ④ X*R ⑤ Y*R

(3) , に当てはまる行番号を, 次の ① ~ ⑤のうちから一つずつ選べ。

① 100 ① 170 ② 210 ③ 230 ④ 260 ⑤ 270

(4) {プログラム}を実行して, 変数 X に 98, 変数 Y に 54を入力したとき, 170行は 回, 220行は 回実行される。

(5)〔プログラム〕の中の次の3行

210 LET R=X

220 LET R=R-Y

230 IF R>=Y THEN GOTO 220

で行う処理は〔ク〕で置き換えることができる。

〔ク〕に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

ただし、 $\text{INT}(X)$ は X を超えない最大の整数を表す関数である。

① LET R=X-INT(X/Y)*X

① LET R=X-INT(Y/X)*X

② LET R=X-INT(X/Y)*Y

③ LET R=Y-INT(Y/X)*Y

④ LET R=Y-INT(X/Y)*Y

⑤ LET R=Y-INT(Y/X)*X

〔プログラム〕を変更して、 x と y の最大公約数のかわりに x と y の最小公倍数を求めるようにしたい。

自然数 x と y の最小公倍数と最大公約数について、〔ケ〕、このことを用いると、新たに

LET T=〔コ〕

という行を〔プログラム〕の〔サ〕の部分に挿入し、さらに〔イ〕を

〔シ〕に変更することで、 x と y の最小公倍数を求めることができる。

(6)〔ケ〕に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

① 最小公倍数が最大公約数よりも大きくなるのは、 $x > y$ の場合だけである。

① 最小公倍数と最大公約数の和は、 x と y の和に等しい。

② 最小公倍数と最大公約数の差は、 x と y の差に等しい。

③ 最小公倍数と最大公約数の積は、 x と y の積に等しい。

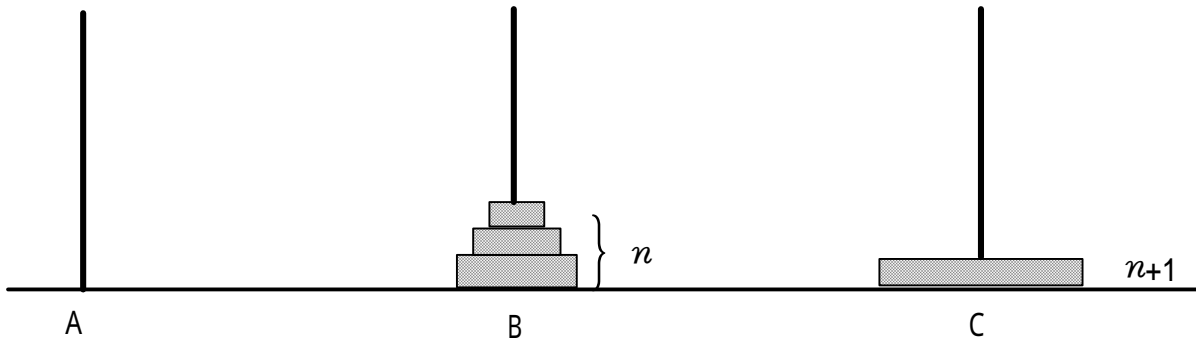
④ 最小公倍数を最大公約数で割った商は、 x を y で割った商に等しい。

問題番号 (配点)	解答記号	正解	配点	問題番号 (配点)	解答記号	正解	配点
第1問 (30)	ア	0	1	第4問 (20)	ア	3	1
	イ	3	1		イ ウ	$\frac{1}{2}$	2
	ウ エ	$\frac{1}{3}$	2		エ オ	$\frac{3}{2}$	2
	オ $z + \frac{1}{z} - \frac{1}{3}$	$z + \frac{1}{z} - \frac{1}{3}$	2		カ	1	2
	キ	1	2		キ→ケ→コ $a + \frac{b}{c} - c$	$\frac{1}{3}a + \frac{2}{3}b - c$	2
	ク ケ	$\frac{5}{3}$	2		1: サ シ	$1: \frac{1}{2}$	1
	コ	1	2		ス	0	1
	log ₅ シ	log ₅ 2	2		√セソ タ	$\frac{\sqrt{15}}{3}$	2
	(√ス,セ)	(√3,1)	2		チ	3	2
	ソ タa+チ	$\frac{3}{6a+2}$	3		√ツテ ト	$\frac{\sqrt{15}}{4}$	3
	ツ テa+ト	$\frac{1}{3a+1}$	3		ナ ニヌ	$\frac{5}{12}$	2
	ナ	5	1		ア.イ	5.0	1
	ニ	4	1		ウ.エ	5.0	1
	ヌa+ネ ノ	$\frac{3a+1}{3}$	3		オカ.キ	-8.0	1
	ハ ヒ	$\frac{1}{6}$	3		クケ.コ	10.5	2
ア イ	$\frac{4}{3}$	3	サシ.ス	16.3	2		
ウ エ	$\frac{2}{9}$	2	第5問 (20)	セ.ソ	1.0	2	
オ カ	$\frac{1}{3}$	2		タ	1	1	
キ ク	$\frac{2}{9}$	2		チ	2	2	
ケ コ	$\frac{1}{3}$	3		ツ	1	2	
第2問 (30)	サ,シス	a,2a		3	テト.ナ	10.3	2
セ ソ	$\frac{1}{6}$	3		ニ	1	2	
タ	1	2		ヌ	3	2	
チ	2	2		ア	4	2	
- $\frac{ツ}{テ}a^3 + \frac{ト}{ナ}a^2 - ナ + ニ$	$-\frac{5}{6}a^3 + 4a^2 - 6a + 3$	4		イ	0	2	
ヌ ネ	$\frac{6}{5}$	2		ウ	5	2	
ノ ハヒ	$\frac{3}{25}$	2		エ	1	2	
アイn+ウエ	-4n+11	2		オ	6	2	
オカn ² +キn	-2n ² +9n	3		カキ	10	2	
ク,ケ,コ	2,5,3	4		第6問 (20)	ク	2	2
サシ	-6	1			ケ	3	2
第3問 (20)	ス	2	1		コ	4	1
セ.ソ ⁿ⁻¹	7·2 ⁿ⁻¹	3	サ		2	2	
タ.チ ⁿ	7·2 ⁿ	2	シ		0	1	
ツ テn ³	$\frac{2}{3}n^3$	2	(注)第1問,第2問は必答, 第3問~第6問のうちから2問選択,計4問を解答				
- $\frac{ト}{ナ}n^2 - \frac{ニヌ}{ネ}n - ノ$	$-\frac{3}{2}n^2 - \frac{31}{6}n - 7$	2					

数理トピックスレポート

大学生のレポート提出
すべてカルキングで作成

Q1 再帰アルゴリズムを用いてハノイの塔の問題を解け。



カルキングの作図機能で作成

ハノイの塔の問題にはAからCへ全部が移動する前に、上図のような状態になるという法則がある。これを利用して回数を求める。

円盤が1枚の時、1回でAからCへ移動する。

円盤が2枚の時、上図の状態になるまで1回、それから2回移動して、計3回でCへ移動する。

円盤が3枚の時、Bに2枚移動するまで、より、2回移動することがわかる。

このBの2枚をCに移動するため、更に3回移動する。

この時、一番大きい円盤を移動するのに、さらに1回移動させるため

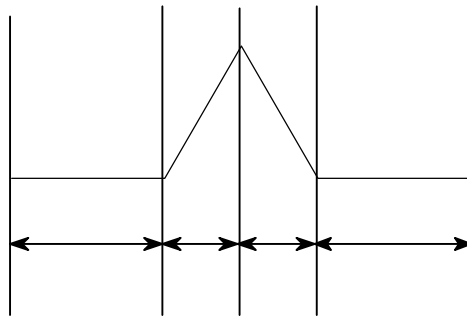
回数は $(3 \times 2) + 1 = 7$ となる。

円盤が $n+1$ 枚の時、Bに n 枚移動するまでの回数を c_n とすると

$$c_{n+1} = 2c_n + 1 \quad c_1 = 1$$

階差数列が等比数列だから求める回数は $c_n = 2^n - 1$

Q2 再帰アルゴリズムで描いたゴッホ曲線をアフィン関数で描け。



Sheet1

0	0
1	0
$\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	0
3	0

(1,0)とする

この4区間に場合分けして求める

カルキングのグラフと作図機能で作成

アフィン変換は回転角を α 、 x 軸方向の縮小率を λ_x 、 y 軸方向の縮小率を λ_y 、 x 軸方向の平行移動を x_1 、 y 軸方向の平行移動を y_1 とすると

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad \text{と表される}$$

縮小率はどの場合も $\lambda_x = \frac{1}{3}$ $\lambda_y = \frac{1}{3}$

アフィン変換を求める

この場合は縮小のみで回転も平行移動もないから $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

この場合

$$\alpha = \frac{\pi}{3} \quad \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\sqrt{3} \\ \frac{1}{6}\sqrt{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

平行移動は $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\sqrt{3} \\ \frac{1}{6}\sqrt{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

の場合

$$\alpha = -\frac{\pi}{3} \quad \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{6}\sqrt{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$\text{平行移動は} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{6}\sqrt{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{の場合は回転はなく、縮小と平行移動} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

上で求めたアフィン変換を使って2次コッホ曲線を作成する。

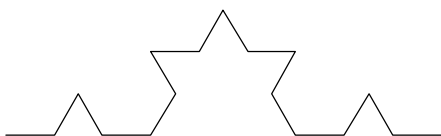
$$A_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & -\frac{1}{6}\sqrt{3} \\ \frac{1}{6}\sqrt{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{6}\sqrt{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} \quad B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$A_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + B_1 = \begin{pmatrix} \frac{7}{6} \\ \frac{1}{6}\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad A_1 \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} + B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3}\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad A_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + B_1 = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ \frac{1}{3}\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$A_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + B_2 = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} \\ \frac{1}{3}\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad A_2 \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} + B_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{1}{3}\sqrt{3} \end{pmatrix} \quad A_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + B_2 = \begin{pmatrix} \frac{11}{6} \\ \frac{1}{6}\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

右のような表になる
これを使ってグラフを描くと下のようになる

右の表をグラフ化したもの
図はグラフ機能で作成



Sheet 2

0	0
$\frac{1}{3}$	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{6}$
$\frac{2}{3}$	0
1	0
$\frac{7}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{6}$
1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{4}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{5}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\frac{11}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{6}$
2	0
$\frac{7}{3}$	0
$\frac{5}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{6}$
$\frac{8}{3}$	0
3	0

Q3 $f(x)=x+\sin x$ で定められる離散力学系 $X_{n+1}=f(x_n)$ ($n=0,1,2,\dots$) について、次の問に答えよ。

不動点を全て求めよ。

解— $f(x)=x$ の解が不動点となる。

$$x+\sin x=x \quad \sin x=0$$

$$x=0, \pi, \dots, n\pi \quad \text{が不動点となる。}$$

双曲不動点はどれか調べよ。

解— $|f'(p)| < 1$ を満たすものが双曲型不動点となる。

$$f(x)=x+\sin x$$

$$f'(x)=\cos x+1$$

$$p=0, \pi, \dots, n\pi$$

$f'(x)$ は周期が2 だから $p=0,$ のときの値を計算する

$$f'(0)=2 \quad f'(\pi)=0 \quad \text{となり、すべて双曲型不動点である。}$$

双曲型不動点の中で漸近安定なものはどれか。

解— $|f'(p)| < 1$ の時、漸近安定である。

$$\text{より } p=2n \text{ の時 } |f'(p)| > 1 \quad p=(2n-1) \text{ の時 } |f'(p)| < 1$$

よって $p=(2n-1)$ の時、漸近安定となる。

Q4 $f(x)=x^2-7$ で定められる離散力学系 $x_{n+1}=f(x_n)$ ($n=0,1,2,\dots$) において2周期点がもしあればそれを求めよ。

$$f(x)=x^2-7$$

$$f(f(x))=f(x^2-7)=x^4-14x^2+42$$

$$x^4-14x^2+42=x$$

$$x^4-14x^2+42-x=0$$

$$x^4-14x^2+42-x=(x+3)(x-2)(x^2-x-7)$$

$$f(2)=-3$$

$$f(-3)=2$$

よって $x=2, -3$ が2周期点である。

すべて「カルキング」で作成。

< 遺伝 >

エンドウの子葉の色が緑色のものと黄色のものについて形質の遺伝の実験を行った。これについて次の問いに答えなさい。ただし図中や文中のAやaは染色体にある遺伝子を表し、Aは子葉を黄色にする遺伝子、aは子葉を緑色にする遺伝子とする。

(1) かけ合わせによってできた、雑種第1代の細胞の遺伝子を次のア～ウから1つ選び、記号で答えよ。

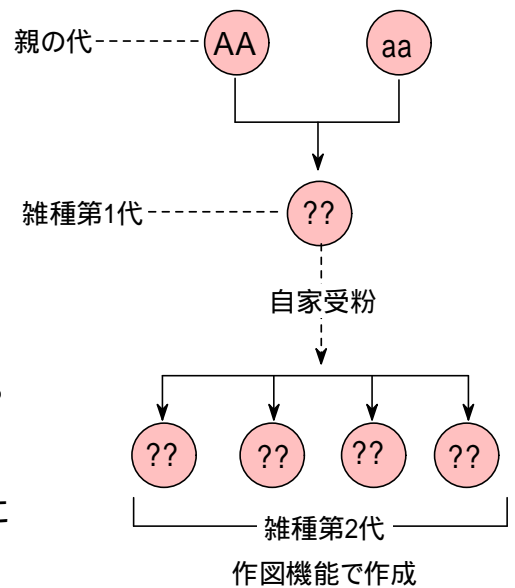
ア. AA イ. Aa ウ. aa ()

(2) 雑種第1代で子葉の色はすべて黄色になった。このとき子葉の色の黄色は緑色に対して何というか。
()

(3) 雑種第1代の自家受粉によってできた雑種第2代の細胞の中の遺伝子の組み合わせの比はいくらになるか。

AA : Aa : aa = (: :)

(4) (3)のとき、できた雑種第2代の子葉の色の比はいくらになるか。
黄色:緑色=(:)



< 地震のゆれの伝わり方 >

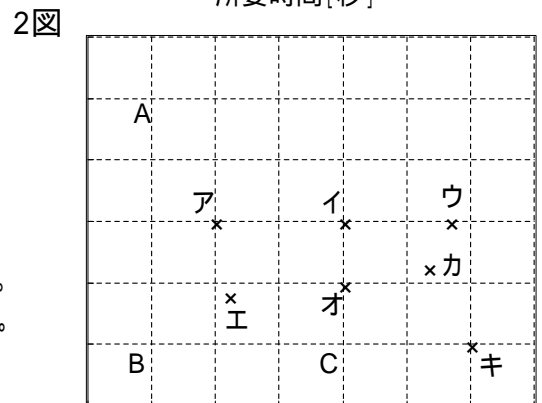
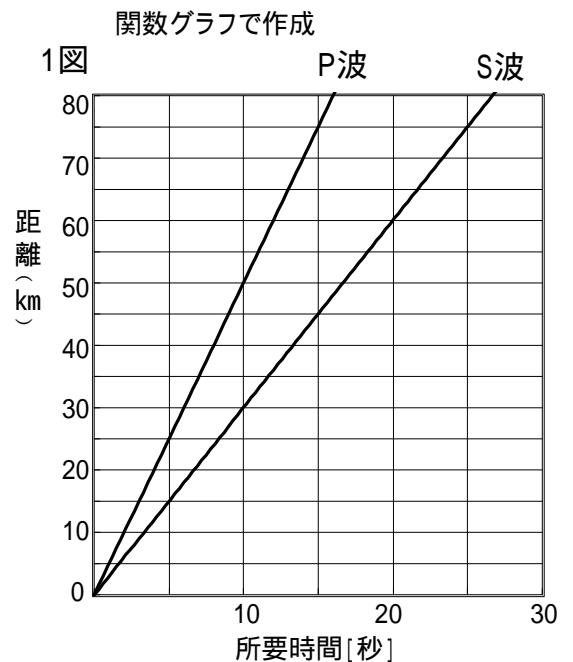
1図は、地表付近で発生したある地震の初期微動をおこすゆれ(P波という)および主要動をおこすゆれ(S波という)の、伝わる距離と所要時間との関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

(1) この地震で、初期微動をおこすゆれ(P波)の伝わる速さは、何km/秒か。
(km/秒)

(2) この地震は、震源で9時10分10秒に発生した。震源からの距離が60kmの地点で主要動が始まるのは、何時何分何秒か。
(時 分 秒)

(3) この地震で、震源からの距離が75kmの地点での初期微動の継続時間は何秒か。(秒)

(4) 2図のA、B、Cは、この地震を観測した3地点の位置を表している。この3地点の初期微動の継続時間は、A、B 2地点ではともに同じ時間であり、C地点では8秒間であった。この地震の震央(震源とほぼ同じ位置とする)はどこか。2図のア～キから適切なものを1つ選び、記号で答えよ。
()



方眼の1目盛りは30kmとする
関数グラフで作成

「学研」中学理科より抜粋
すべて「カルキング」で作成しています。

高校化学

すべてカルキングで作成

< 元素の性質 >

右の表は、周期律表の一部を表したものである。

周期	族	1	2	3	4	5	6	7	8
2		Li			C	N	O		
3		Na	Mg			P	S		Ar

問1. 周期律表の ~ の空所に入る元素の元素記号を記せ。

問2. (a) 元素 と酸素との化合物で、最も可能性のある化合物の分子式を1つ記せ。

(b) 酸化物の化学式が X_2O_5 で示される元素 X の元素記号を記せ。

問3. 2種の同素体があり、そのうちの1種は有毒で、空気中に放置すると発火する。
この単体の元素記号と名称を記せ。

問4. 常温で水と激しく反応し、水溶液は強いアルカリ性を示す単体がある。
その元素記号と水と反応するときの化学反応式を記せ。

問5. 塩酸とも水酸化ナトリウム水溶液とも反応する単体がある。
その元素記号と、(a) 塩酸と反応するとき、(b) 水酸化ナトリウム水溶液と反応するとき、
の化学反応式をそれぞれ記せ。

< 単位格子とアボガドロ数 >

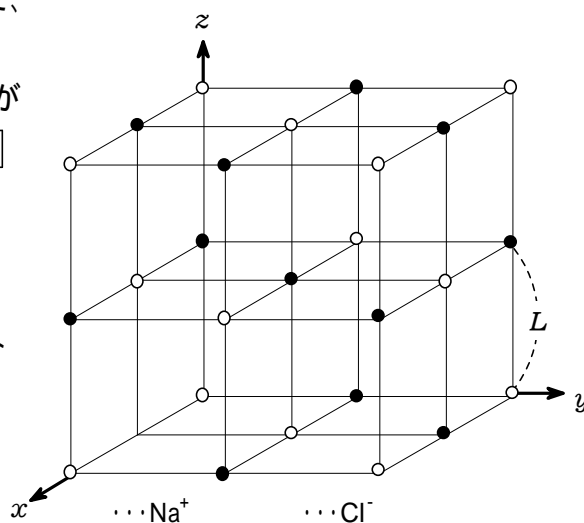
問1. ある金属結晶は体心立方格子を作っている。

その単位格子の1辺の長さを 3.00 とすると、この金属原子の半径は何 か。

問2. 次の文中の(a) ~ (c)には数字、(d)には式をいれて、
文章を完成させよ。

右図に示すような塩化ナトリウム結晶の単位格子がある。この結晶中で、 Na^+ あるいは Cl^- は (a) 個の隣接する Cl^- あるいは Na^+ に (b) 面体的に囲まれ、また単位格子は (c) 個の Na^+ と同数の Cl^- を含む。

いま、 Na^+ と Cl^- の間の最短距離を Lm 、塩化ナトリウムの質量を $M \text{ kg/mol}$ 、結晶の密度が $D \text{ kg/m}^2$ であるとき、アボガドロ定数は (d) /mol で表される。

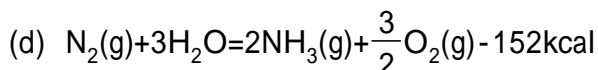
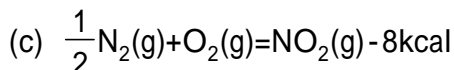
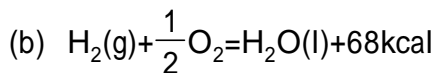
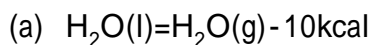


作図機能とグラフ機能で作成

< 結合エネルギーと反応熱 >

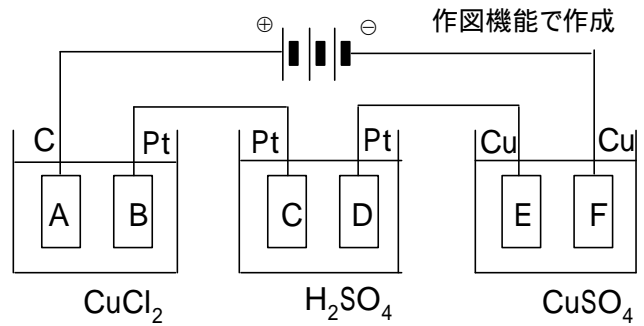
次の 25 , 1atm におけるデータを用いて、アンモニア1molの生成熱を求めよ。

なお、(g)は気体を、(l)は液体を表す。気体はすべて理想気体として考えよ。

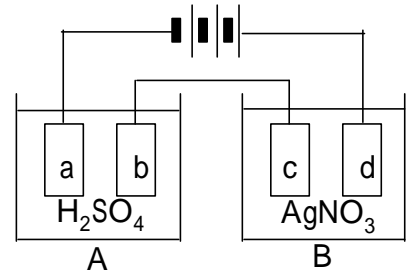


< 電気分解 >

問1. 右図のように、電解槽、
直列に接続した回路がある。
電極Aは炭素、電極BとCとDは白金、
電極EとFは銅電極である。
電解槽には塩化銅()水溶液、
電解槽には希硫酸、電解槽には
硫酸銅水溶液が入れている。
これに直流の電流を通したとき、A～Fの各電極で起こる変化をイオン反応式で記せ。



問2. 右図のように、白金電極a～dを用いた2つの電解槽を
直列につなぎ、電解槽Aには希硫酸を、電解槽Bには
硝酸銀水溶液を入れた。これに電流を16分間通し、電気
分解を行ったところ、電解槽Bの陰極に4.32gの銀が析出した。
このとき次の問いに答えよ。
ただし、原子量は Ag=108, 1Fは $9.65 \times 10^4 C$ とする。



- (1) 溶液中を通った電気量は何クーロンか。
- (2) 溶液中を流れた電流は何アンペアか。
- (3) 電解槽Aのa極とb極で発生した気体の分子式と、0、1atmにおける体積(l)をそれぞれ記せ。ただし気体は水に溶けないものとする。

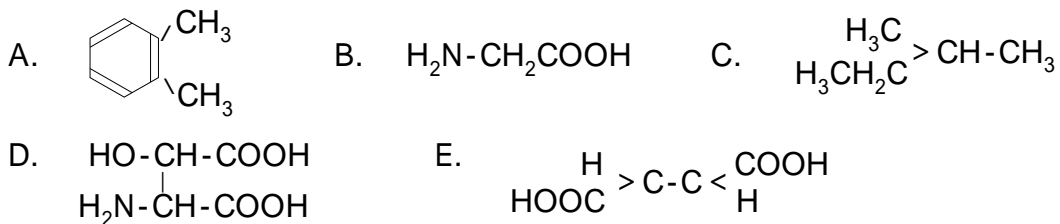
< 異性体 >

下記の解答をA～Eの中から選び、記号で答えよ。

(1) C_4H_8 には、非環状の異性体が何種類存在するか。

- A. 2種類 B. 3種類 C. 4種類 D. 5種類 E. 6種類

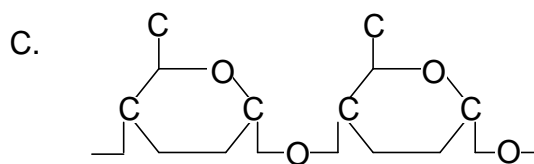
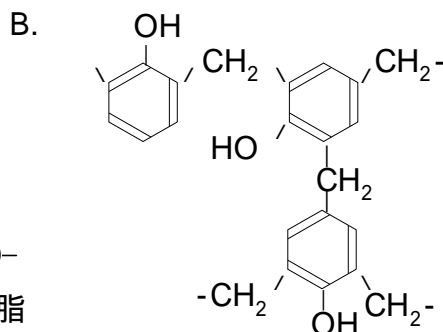
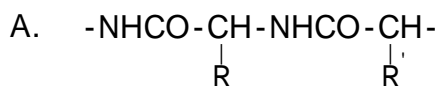
(2) 次の化合物で、光学異性体が存在するものを選べ。



< フェノール樹脂 >

次のA～Cは、(ア)～(オ)のいずれかに特有な化学構造である。

A～Cの構造をもつ高分子の名称を(ア)～(オ)から選び、それらの単量体の名称を記せ。



- (ア) フェノール樹脂 (イ) 尿素樹脂
(ウ) デンプン (エ) 油脂 (オ) タンパク質

グラフ機能で作成

高校化学解答

< 元素の性質 >

- 問1. Be B F Ne Al Si Cl 問2. (a) B₂O₃ (b) N, P
 問3. P 黄リン 問4. Na 2Na + 2H₂O 2NaOH + H₂
 問5. Al (a) 2Al + 6HCl 2AlCl₃ + 3H₂ (b) 2Al + 2NaOH + 6H₂O 2Na[Al(OH)₄] + 3H₂

< 単位格子とアボガドロ数 >

問1. $r = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3.00[\text{Å}] = 1.3[\text{Å}]$

- 問2. (a) 6 (b) 8 (c) 4

(d) 単位格子中には4個ずつの Na⁺ と Cl⁻ が含まれるから、アボガドロ数を N_A とすると、単位格子の密度について次式が成り立つ。

$$\frac{\text{質量} \times 4}{\text{体積}} = \frac{\frac{M[\text{kg}]}{N_A} \times 4}{(2L[\text{m}])^3} = D[\text{kg/m}^3] \quad \frac{\frac{M}{N_A} \times 4}{(2L)^3} = D \quad \text{これを解くと} \quad N_A = \frac{M}{2DL^3}$$

< 結合エネルギーと反応熱 >

与えられた式より (a) × 3 + (b) × 3 + (d) を計算する

$$-10[\text{kcal}] \times 3 + 68[\text{kcal}] \times 3 - 152[\text{kcal}] = 22[\text{kcal}] \quad \text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) = 2\text{NH}_3(\text{g}) + 22\text{kcal}$$

生成熱は、NH₃ 1mol あたりの熱量だから、11kcal/mol となる。

< 電気分解 >

- 問1. A: 2Cl⁻ Cl₂ + 2e⁻ B: Cu²⁺ + 2e⁻ Cu C: 4OH⁻ O₂ + 2H₂O + 4e⁻
 D: 2H⁺ + 2e⁻ H₂ E: Cu Cu²⁺ + 2e⁻ F: Cu²⁺ + 2e⁻ Cu

- 問2. (1) Ag + e⁻ Ag 4.32g の銀が析出している。

これは $\frac{4.32}{108} = 0.04$ mol だから 0.04F の電気量が各電解槽を流れた。

$$0.04F = 0.04 \times 9.65 \times 10^4 = 3860 \quad \text{クーロン}$$

$$(2) \quad i = \frac{3860[\text{C}]}{16 \times 60[\text{s}]} = 4.02[\text{A}]$$

- (3) a極は陰極で 2H⁺ + 2e⁻ H₂ となり、1Fで $\frac{1}{2}$ mol の H₂ が発生する。

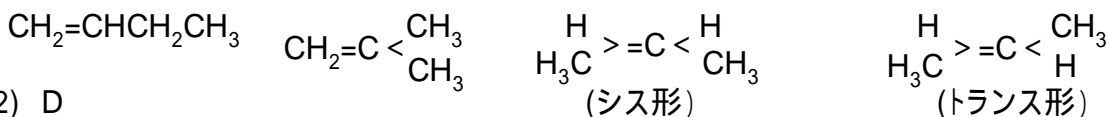
$$\text{体積は} \quad 0.04 \times \frac{1}{2} \times 22.4[\ell] = 0.448[\ell]$$

b極は陽極で 4OH⁻ O₂ + 2H₂O + 4e⁻ となり、1Fで $\frac{1}{4}$ mol の O₂ が発生する。

$$\text{体積は} \quad 0.04 \times \frac{1}{4} \times 22.4[\ell] = 0.224[\ell]$$

< 異性体 >

- (1) 鎖状の C₄H₈ には次の4種の異性体がある。



< フェノール樹脂 >

- A. (オ) - アミノ酸 B. (ア) フェノール、ホルムアルデヒド C. (ウ) - グルコース

高校物理

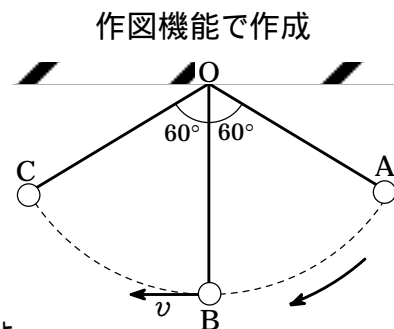
すべてカルキングで作成

< 力と運動 >

問1 長さ2.0mの単振り子をO点につるし、1.0kgのおもりをつけ、糸がたるまないように鉛直から60度傾けて、おもりをすずかに離した。

重力加速度を 9.8m/s^2 として次の問いに答えよ。

- (1) 最下点Bを通るときの速さ v はいくらか。
- (2) (1)のときの遠心力および糸の張力はいくらか。
- (3) おもりがAからBを通りCまでふれたとき、重力のした仕事はいくらか。
- (4) おもりがAからBまで運動したとき、糸の張力がおもりにする仕事を求めよ。

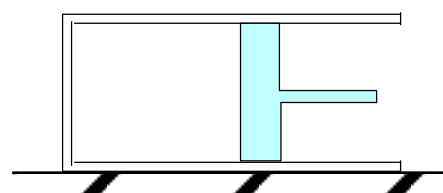


問2 なめらかに動くピストンを備えたシリンダーが、気圧一定の大気中に、図のように水平に置かれている。シリンダーの中には、単原子分子の理想気体が1モル入っていて、温度は27℃であった。

この気体をゆっくり熱して体積を2倍まで膨張させた。

気体定数 R を $2.0\text{cal/K}\cdot\text{mol}$ 、熱の仕事当量 J を 4.2J/cal として次の問いに答えよ。

- (1) 気体の温度は何℃になったか。
- (2) 気体が吸収した熱量は何calか。
- (3) 気体の内部エネルギーの増加は何Jか。
- (4) 気が大気圧にさかたってした仕事は何Jか。
- (5) 気体が吸収した熱の何%が仕事に利用されたか。

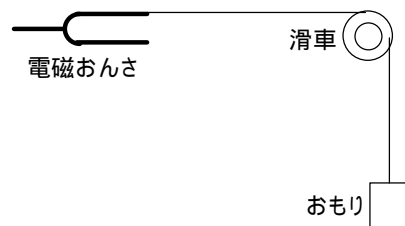


< 波動 >

問1 一樣な太さの軽い糸を弦とし、右図のように一端を電磁おんさの一枝に固定し、他端に軽い定滑車を通しておもりをつるす。

おんさの振動数 f は100Hzである。いま、おんさを振動させながら、おもりの質量 m と、おんさから滑車までの弦の長さ l を調節して、弦に5個の腹をもつ定常波を作った。このとき l は1.5mであった。

- (1) 波の波長および波の速さはいくらか。
- (2) おもりの質量 m を2倍にして、3個の腹をもつ定常波をつくるには、弦の長さ l はいくらにすればよいか。

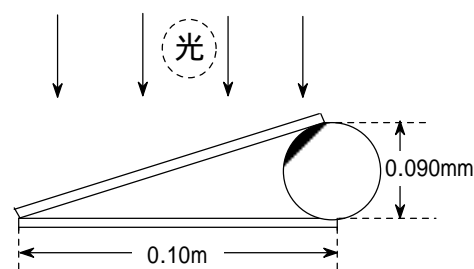


問2 長さ0.10mのたいらなガラス板2枚の間に、右図のように

直径0.090mmの毛髪を入れて、薄いくさび形をつくる。

この板の上から単色光を当てると、明暗の干渉じまが観察できる。

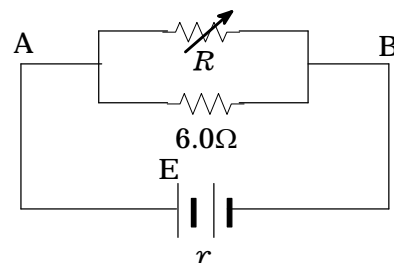
- (1) 波長 $4.7 \times 10^{-7}\text{m}$ の青色光を当てるとき、干渉じまの間隔はいくらになるか。
- (2) ガラス板の間に屈折率1.3の液体が入ると間隔はいくらになるか。



< 電磁気 >

可変抵抗 R 、固定抵抗 6.0Ω と起電力9.0V、内部抵抗 1.2Ω の電池 E を右図のように接続した回路について次の問いに答えよ。

- (1) $R=6.0\Omega$ にしたとき、AB間の消費電力は何Wか。
- (2) AB間の消費電力を最大にするためには、 R を何 Ω にすればよいか。



< 原子 >

次の文中の の中に文字または数式をいれよ。

金属を真空中で高温に熱すると負電気を帯びた粒子がとびだす。この粒子は ア である。

この粒子を50kVの電圧で加速し、金属板にぶつけると イ とよぶ電磁波がでる。

この電磁波の最小波長 λ は $\lambda = hc/eV$ で与えられる。プランク定数 $h=6.6 \times 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$ 、光速 $c=3 \times 10^8\text{m/s}$ 、 $e=1.6 \times 10^{-19}\text{C}$ とすれば、 $\lambda =$ ウ となり、結晶の エ とだいたい同程度であることがわかる。したがって、この電磁波は結晶によって オ の現象を起こす。

高校物理解答

< 力と運動 >

問1 $g=9.8$ [m/s²] $l=2.0$ [m] $\theta=60^\circ$ $m=1.0$ [kg]

(1) $mg \cdot l(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv^2$ $v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)} = \sqrt{2 \times 9.8$ [m/s²] $\times 2$ [m] $\times (1-\cos 60^\circ)} = 4.4$ [m/s]

(2) 遠心力: $F = \frac{mv^2}{l} = 2mg(1-\cos\theta) = 2 \times 1$ [kg] $\times 9.8$ [m/s²] $\times (1-\cos 60^\circ) = 9.8$ [N]

張力: $mg + F = 1$ [kg] $\times 9.8$ [m/s²] $+ 9.8$ [N] = **19.6** [N]

(3) おもりは重力の向きには移動していないので **0** (4) おもりは張力の向きには移動していないので **0**

問2 $T_0=300$ [K] $R=2.0$ [cal/K] $n=1$

(1) $\frac{PV_0}{T_0} = \frac{PV_1}{T_1}$ $V_1=2V_0$ $T_1=2T_0=2 \times 300$ [K] = **600** [K] つまり **327**°C

(2) $\Delta T = T_1 - T_0 = 600$ [K] - 300 [K] = **300** [K] $Q = n \cdot \frac{5}{2} R \Delta T = 1 \times \frac{5}{2} \times 2$ [cal/K] $\times 300$ [K] = **1500** [cal]

(3) $\Delta U = n \cdot \frac{3}{2} R \Delta T = 1 \times \frac{3}{2} \times 2$ [cal/K] $\times 300$ [K] = **3800** [J]

(4) $W = Q - \Delta U = 1500$ [cal] - 3800 [J] = **2500** [J]

(5) $\frac{W}{Q} = \frac{2500$ [J] $}{1500$ [cal]} = **40** [%]

< 波動 >

問1 $K=5$ $l=1.5$ [m] $f=100$ [Hz]

(1) $\frac{\lambda}{2} \times K = l$ $\lambda = \frac{2l}{K} = \frac{2 \times 1.5$ [m] $}{5} = 0.6$ [m] $f = \frac{v}{\lambda}$ $v = f\lambda = 100$ [Hz] $\times 0.6$ [m] = **60** [m/s]

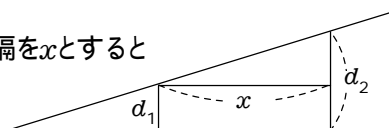
(2) $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$ $v_1 = \sqrt{2}v$ $\lambda_1 = \sqrt{2}\lambda$ $l_1 = \frac{\lambda_1}{2} \times 3 = \frac{3}{2} \sqrt{2}\lambda = \frac{3}{2} \times \sqrt{2} \times 0.6$ [m] = **1.3** [m]

問2 $\lambda = 4.7 \times 10^{-7}$ [m] $n=1.3$

(1) 右図のように明るいしまの見える空気層の厚さを d_1 , その隣りを d_2 , 間隔を x とすると

$2d_1 = \frac{\lambda}{2}(2m+1)$ $2d_2 = \frac{\lambda}{2}\{(2(m+1)+1)\}$

$\frac{d_2 - d_1}{x} = \frac{0.090$ [mm] $}{0.10$ [m]} = 0.0009 $x = \frac{\lambda}{2} \times \frac{1}{0.0009} = \frac{(4.7 \times 10^{-7})$ [m] $}{2} \times \frac{10000}{9} = 2.6 \times 10^{-4}$ [m]



(2) 液体中の波長を λ' , 間隔を x' とすると

$x' = \frac{\lambda'}{2} \times \frac{1}{0.0009} = \frac{1}{2} \times \frac{\lambda}{n} \times \frac{1}{0.0009} = \frac{1}{2} \times \frac{(4.7 \times 10^{-7})$ [m] $}{1.3} \times \frac{10000}{9} = 2 \times 10^{-4}$ [m]

< 電磁気 >

AB間の合成抵抗を R_{AB} とする $V=9.0$ [V] $r=1.2$ [Ω]

(1) $R_{AB}=3$ [Ω] となるから回路全体の抵抗は $R_{AB}+r=3$ [Ω] $+ 1.2$ [Ω] = **4.2** [Ω]

$I = \frac{V}{4.2$ [Ω]} = $\frac{9$ [V] $}{4.2$ [Ω]} = 2.14 [A] $P = I^2 R_{AB} = (2.14$ [A])² $\times 3$ [Ω] = **14** [W]

(2) $I = \frac{9}{R_{AB} + 1.2}$ $P = I^2 R_{AB} = \frac{81 R_{AB}}{R_{AB}^2 + 2.4 R_{AB} + 1.44} = \frac{81}{\left(\sqrt{R_{AB}} - \frac{1.2}{\sqrt{R_{AB}}}\right)^2 + 4.8}$

$\sqrt{R_{AB}} = \frac{1.2}{\sqrt{R_{AB}}}$ のときつまり $R_{AB}=1.2$ のとき P は最大になる $\frac{1}{R} + \frac{1}{6.0} = \frac{1}{1.2}$ これを解いて $R = 1.5$

< 原子 >

(ア) 電子 (イ) X線

(ウ) $h=6.6 \times 10^{-34}$ [Js] $c=3 \times 10^8$ [m/s] $e=1.6 \times 10^{-19}$ [C] $V=50$ [kV]

$\lambda = \frac{hc}{eV} = \frac{(6.6 \times 10^{-34})$ [Js] $\times (3 \times 10^8)$ [m/s] $}{(1.6 \times 10^{-19})$ [C] $\times 50$ [kV]} = **0.25** [Å]

(エ) 格子定数 (オ) 回折

冬期講習 物理

すべてカルキングで作成

1 (放物運動)

[]

問1 ビルの高さを h , ある速さ(初速)を v_0 とおく。

A, B において等加速度運動の公式より

$$A: -h = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 \dots\dots$$

$$B: -h = -v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \dots\dots$$

, 式より h を消去すると

$$v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = -v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2$$

$$v_0(t_1 + t_2) - \frac{1}{2} g(t_1 + t_2)(t_1 - t_2) = 0$$

$$(t_1 + t_2) \left\{ v_0 - \frac{1}{2} g(t_1 - t_2) \right\} = 0$$

$$t_1 + t_2 \neq 0 \text{ より, } v_0 = \frac{g(t_1 - t_2)}{2} \dots\dots$$

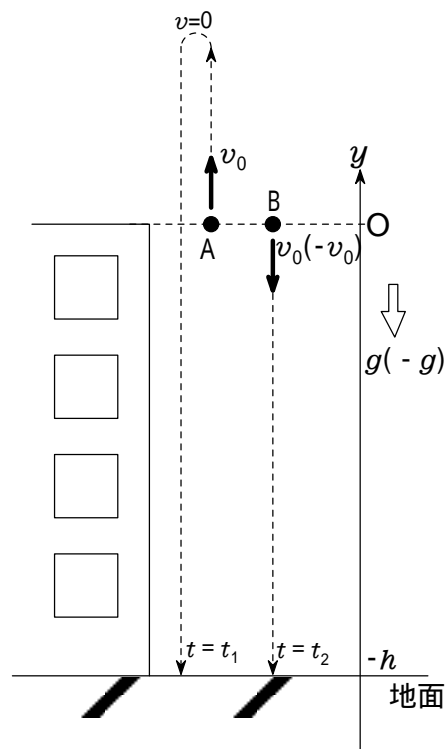


図1

問2 Aが最高点では速度が0になっているので, 最高点に達する時刻を t_0 とおくと,

$$0 = v_0 - g t_0 \quad t_0 = \frac{v_0}{g} \quad \text{式より, } v_0 \text{ を消去すると } t_0 = \frac{t_1 - t_2}{2}$$

問3 最高点の y 座標を H とおくと $0^2 - v_0^2 = 2(-g)H$ より, $H = \frac{v_0^2}{2g}$

$$\text{これに 式より, } v_0 \text{ を消去すると最高点の } y \text{ 座標は } H = \frac{g(t_1 - t_2)^2}{8}$$

問4 式(式でもよい), 式より, v_0 を消去すると 地面の y 座標は

$$-h = \frac{g(t_1 - t_2)}{2} t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = -\frac{g t_1 t_2}{2}$$

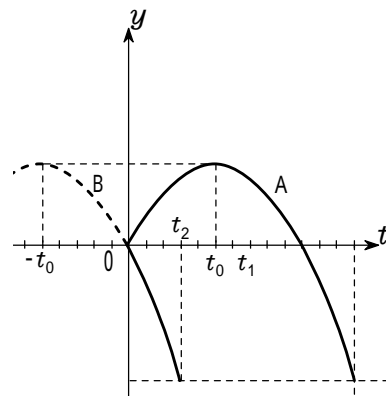
問5 Aが再び原点を通過するときの速さは v_0 であり, これはBが原点から投げ下ろされた速さに等しい。

したがって, Aが再び原点を通過してからの時間とAの y 座標の関係は, Bが投げ下ろされてからの時間とBの y 座標の関係と同じである。

また, Aが再び原点を通過する時刻は, Aが最高点に達する時刻の2倍 ($2t_0$) であるから, Aのグラフは, Bのグラフ ($t < 0$ の破線部分も含む) を t 軸の正方向に $2t_0$ だけ平行移動したものである。

一方, Bのグラフより, t_0 に相当する時間は t 軸の5目盛り分の時間であることがわかる。

以上のことから, グラフは 図(a) のようになる。



破線はBの運動を表すグラフを延長したものである。 図(a)

2 (小球の運動)

問1. 力学的エネルギー保存則より,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgr(\cos \theta - \cos 60^\circ)$$

$$v = \sqrt{gr(2\cos \theta - 1)}$$

問2. 円運動の運動方程式より

$$m\frac{v^2}{r} = N - mg\cos \theta$$

v を代入すると

$$N = m\frac{\sqrt{gr(2\cos \theta - 1)}^2}{r} + mg\cos \theta$$

$$= \underline{mg(3\cos \theta - 1)}$$

問3. 点Cは $\theta = 0$ の点であるから,

問1の結果に $\theta = 0$ を代入して $v_C = \underline{\sqrt{gr}}$

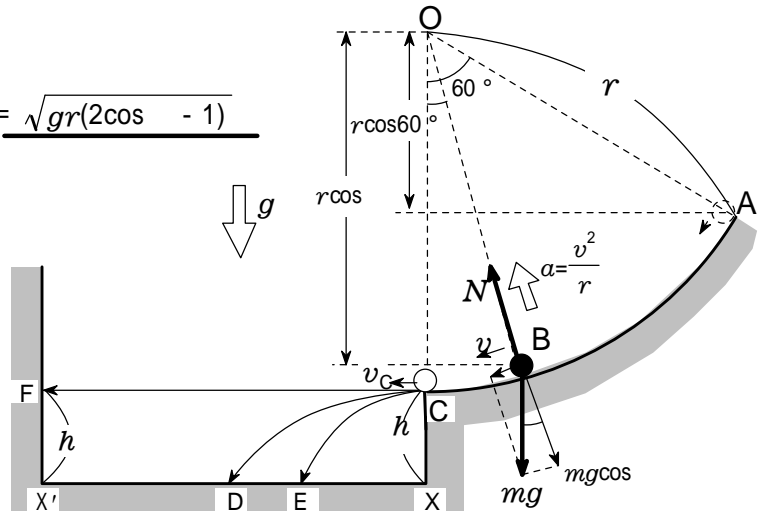


図1

問4. C D の時間を t とすると $h = \frac{1}{2}gt^2$ したがって, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$$XD = v_C t = \underline{\sqrt{2hr}}$$

問5 ローレンツ力は運動の方向に垂直に作用するから,

ローレンツ力がする仕事は0である。

したがって, ローレンツ力によって速さは変化しないので,

Bにおける速さは問1の v に等しい。

(a) 図2のように, 磁界の向きが紙面の裏から表の場合,

ローレンツ力は円の中心の向きになるから,

円運動の運動方程式より $m\frac{v^2}{r} = N + qvB - mg\cos \theta$

v を代入して, N について解くと,

$$N = \underline{mg(3\cos \theta - 1) - qB\sqrt{gr(2\cos \theta - 1)}}$$

(b) 磁界の向きが紙面の表から裏の場合, ローレンツ力は

円の中心と反対の向きになるから,

円運動の運動方程式より $m\frac{v^2}{r} = N - qvB - mg\cos \theta$

$$N = \underline{mg(3\cos \theta - 1) + qB\sqrt{gr(2\cos \theta - 1)}}$$

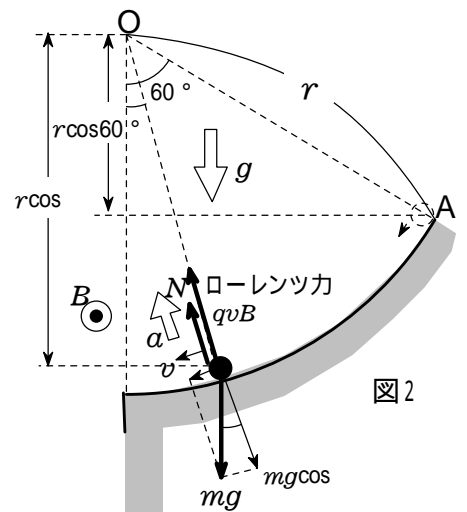


図2

ローレンツ力が働いても垂直抗力が減少し, 向心力は変化しないことがわかる。

問6 点Cでの小球の速さ v_0 は問3で求めた v_C に等しいから $v_0 = v_C = \underline{\sqrt{gr}}$

問7 図3のようにCで水平投射されたとき, 小球にはたらく

ローレンツ力が鉛直下向きの成分をもてば Dより手前のEに落ちる。

フレミング左手の法則より, 磁場の向きは 紙面の表から裏の向きで

ある。 答え (2)

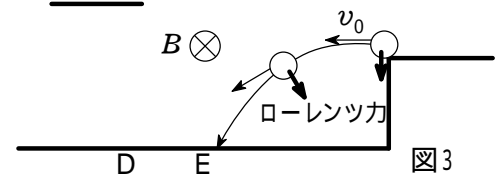


図3

問8 図4のように, 磁場の向きが紙面の裏から表であれば,

ローレンツ力と重力がつり合い 直進するので

$$qv_0B = mg \quad B = \underline{\frac{m}{q} \sqrt{\frac{g}{r}}}$$

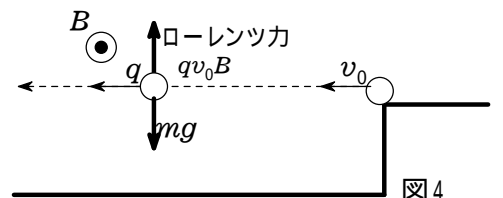


図4

3 (物体を乗せた台車とばねの衝突)

(1) 求めるばねの縮みを x_0 とすると、
力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}(M+m)V^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 \quad x_0 = V\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

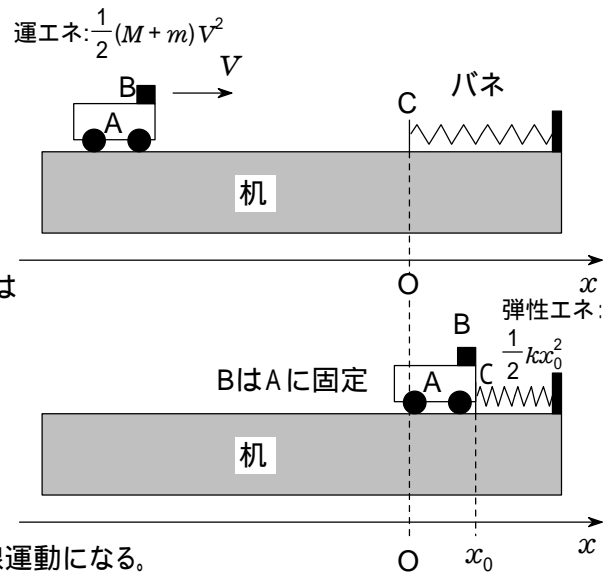
(2) Aが板C(バネ)と接触している間のAとBの運動方程式は

$$(M+m)a = -kx \quad a = -\frac{k}{M+m}x$$

したがって、Aがばねと接触している間は、

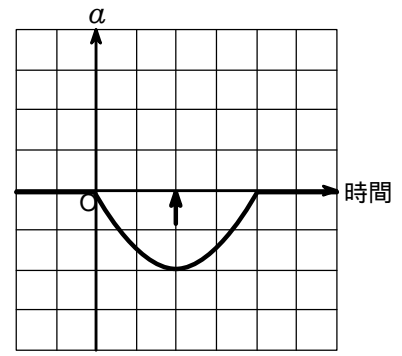
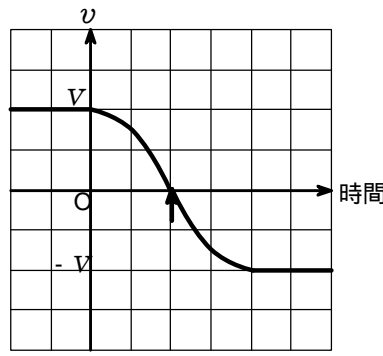
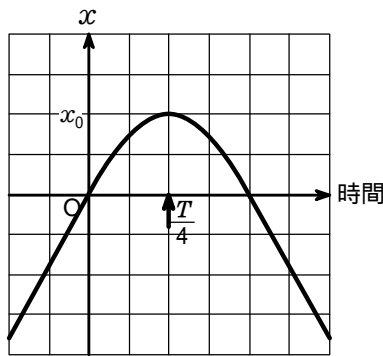
$$x=0 \text{ を中心として、角振動数} = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

の単振動をする。自然長の位置にもどると離れ、等速直線運動になる。



【補足】単振動のグラフは三角関数であるが、最大値、最小値、0 になるポイントを探してグラフを描けばよい。
式にすることは、このグラフを元に立式する。

$$x = A\sin(\omega t + \phi), \quad v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi), \quad a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi) \text{ などを用いる必要はない。}$$



$t < 0$, $\frac{T}{4} < t$ では等速運動だから、一次関数となる。傾きは速度 V であるが、正確には書きにくいのでなめらかにつなげて描けばよい。

$t < 0$, $\frac{T}{4} < t$ では等速運動だから速度一定となる。

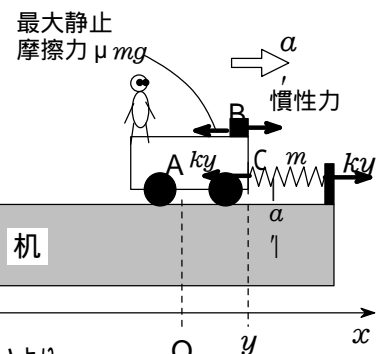
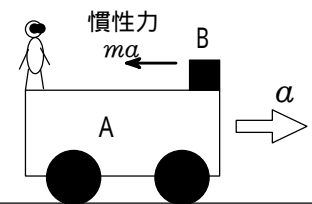
単振動しているとき、 $a = -\omega^2 x$ の関係があるので、 x のグラフを反転させたグラフになる。

(3) 慣性力は、Aの加速度と反対向きにはたらく、 $-ma$ である。

したがって、慣性力は $F = -ma = \frac{mk}{M+m}x$ となる。

AとBの加速度の大きさが最大になるのは、バネの縮みの最大値 $x = x_0$ のときだから、Bにはたらく慣性力の大きさの最大値は

$$F = \frac{mk}{M+m}x_0 = \frac{mk}{M+m}V\sqrt{\frac{M+m}{k}} = mV\sqrt{\frac{k}{M+m}}$$



(4) 【ポイント】滑り始めるとき、最大静止摩擦力がはたらいっている。

ばねの縮みが y になったときのAとBの加速度を a' とすると、

$$(M+m)a' = -ky \quad a' = -\frac{k}{M+m}y$$

このとき、Bにはたらく静止摩擦力が最大摩擦力になっているから、AとBの間の静止摩擦力を μ とすると、A上から見たBにはたらく力のつり合いより、

$$m|a'| = \mu mg \quad \mu = \frac{ky}{(M+m)g}$$

4 (回転板上の振り子)

問1 「重力と遠心力の合力」(みかけの重力)と円筒面から受ける抗力が

$$\text{つり合うから } \tan = \frac{mR^2}{mg} = \frac{R^2}{g}$$

【別解】 水平、鉛直方向のつり合いより, $mR^2 = N\sin$, $mg = N\cos$

$$N \text{ を消去すると, } \tan = \frac{\sin}{\cos} = \frac{mR^2}{mg} = \frac{R^2}{g}$$

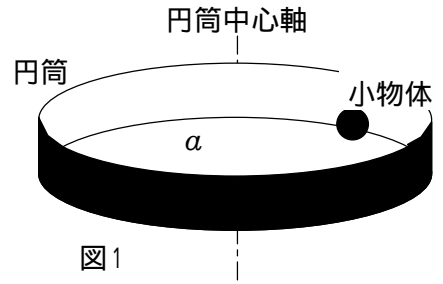


図1

問2 図2-1のように, 見かけの重力加速度を g' とすると, 三平方の定理より,

$$mg' = \sqrt{(mg)^2 + (mR^2)^2} \quad g' = \sqrt{g^2 + (R^2)^2}$$

問3 T_0 の式で g g' と置き換えればよいから

$$T = 2\sqrt{\frac{a}{g'}}$$

$$T = T_0\sqrt{\frac{g}{g'}} = T_0\sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + (R^2)^2}}}$$

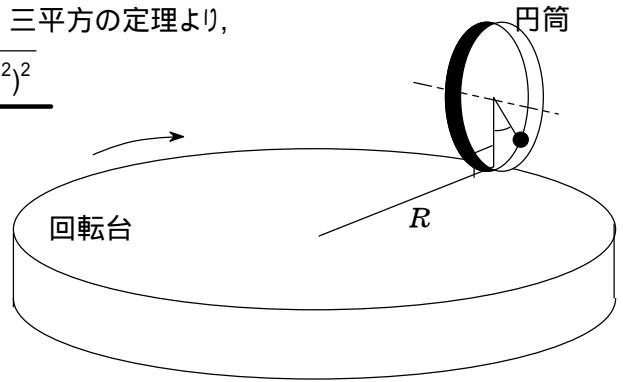


図2

問4 問3の結果を近似する。

$$T = T_0\sqrt{\frac{g}{\sqrt{g^2 + (R^2)^2}}} = T_0\left\{1 + \left(\frac{R^2}{g}\right)^2\right\}^{-\frac{1}{4}} = T_0(1 + \tan^2)^{-\frac{1}{4}}$$

$$T_0\left(1 - \frac{1}{4}\tan^2\right)$$

題意より T が T_0 より 0.25% 小さいから, $T = \left(1 - \frac{0.25}{100}\right)T_0$ となる。

$$\text{この式に } T \text{ を代入すると, } \frac{1}{4}\tan^2 = 0.0025 \quad \tan = \frac{1}{10}$$

$$\text{したがって, 遠心力の大きさは } mR^2 = mg\tan = \frac{1}{10}mg$$

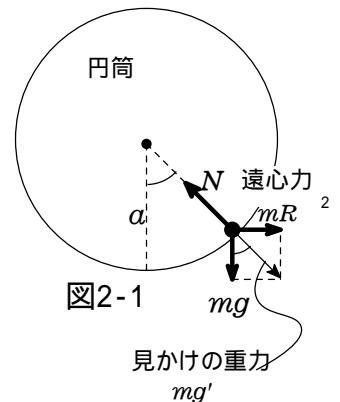


図2-1

問5 遠心力 mR^2 を見かけの重力と考える。

このときの見かけの重力加速度を g'' とすると,

$$mg'' = mR^2 \quad g'' = R^2$$

(a) 力学的エネルギー保存則より, $\frac{1}{2}mv_1^2 = mg''a$

$$v_1 = \sqrt{2g''a} = \sqrt{2Ra}$$

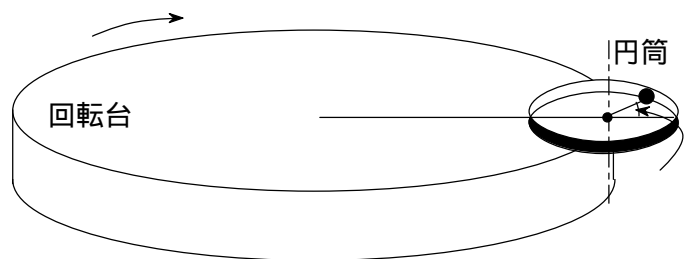


図3

(b) 初速度が $v_0 = v_2$ のとき, はじめて円運動になったことから, $=$ で円筒内面からの抗力が 0 になる。この位置での小物体の速さを v_3 とおくと

$$\text{力学的エネルギー保存則より, } \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mg'' \cdot 2a$$

$$\text{円運動の運動方程式より, } m\frac{v_3^2}{a} = mg''$$

$$2 \text{ 式より } v_3 \text{ を消去すると } v_2 = \sqrt{5g''a} = \sqrt{5Ra}$$

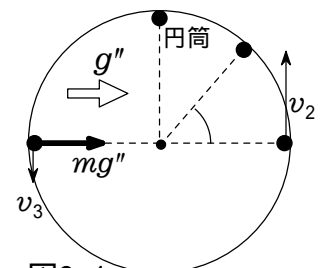


図3-1

5 (極板間にはたらく力)

(1) コンデンサーに蓄える電荷は

$$q = Cv \text{ [C]}$$

(2) 微小電荷 q を導体2から導体1まで運ぶのに必要な仕事は

$$W = v q = \frac{1}{C} q^2 \text{ [J]}$$

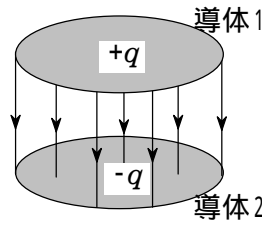


図1

微小電荷 q を運ぶのに必要な仕事量は $W = v q$

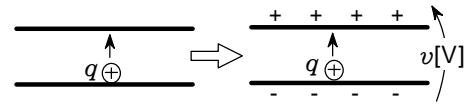


図1-1

(3) 図1-2のように、 v - q グラフの面積が仕事に相当するから仕事の総和は三角形の面積になる。したがって、

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} Q \cdot \frac{Q}{C} = \frac{Q^2}{2C} \text{ [J]}$$

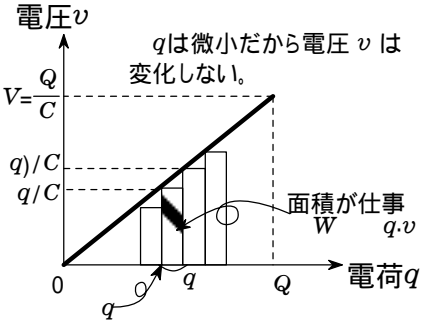


図1-2

[補足] 電荷を運ぶのに要した仕事が、コンデンサーに静電エネルギーとして蓄えられる。

(4) 極板間隔が x だけ減少したので、電気容量は $C = \frac{S}{d-x}$

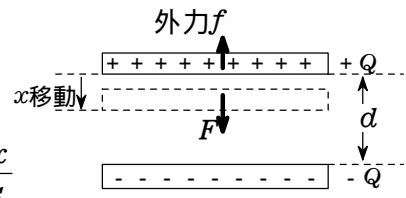
$$C + C = \frac{S}{d-x} \text{ と表される。}$$

したがって、コンデンサーの静電エネルギーの変化は

$$W = \frac{Q^2}{2(C + C)} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{d-x}{S} - \frac{d}{S} \right) = -\frac{Q^2 x}{2S}$$

電界による力 F がする仕事 $F x$ により、静電エネルギーは失われるので $F x = -W$ となる。よって、極板間引力は

$$F = -\frac{W}{x} = \frac{Q^2}{2S} \text{ [N]}$$

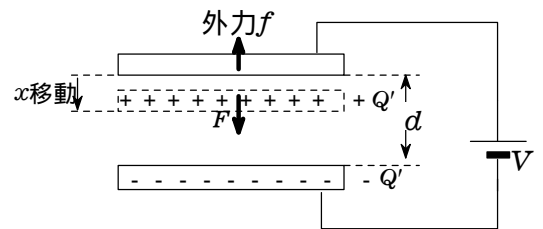


電荷は Q で保存される。

極板間引力 F は仕事とエネルギーの関係を用いて求める。

[補足] 極板間引力は $F = \frac{1}{2} QE$ となることは覚えておいた方がよい。
ガウスの法則で証明できる。

$$F = \frac{1}{2} QE = \frac{1}{2} Q \times \frac{V}{d} = \frac{Q^2}{2Cd} = \frac{Q^2}{2S}$$



電源が接続されているので、電圧は V で一定

(5) 仕事とエネルギーの関係より、静電エネルギーの変化 W は電源から供給されるエネルギー W_e から電界による力した仕事 $F x$ を引けばよいから

$$W = W_e - F x \quad F x = W_e - W \text{ [J]}$$

(6) 静電エネルギーの変化は $W = \frac{1}{2} (C + C) V^2 - C V^2 = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \text{ [J]}$

(7) [ポイント] 電源の負極から正極に向けて移動した電荷を Q とおくと、電源がした仕事(電源から供給されるエネルギー)は $W_e = Q \cdot V$ である。
 Q はコンデンサーの電荷の変化量に等しいから $Q = (C + C) V - C V = C V$
 $W_e = Q \cdot V = C \cdot V^2$ 2 W に等しい。

(8) 電気容量の変化は

$$C = \frac{S}{d-x} - \frac{S}{d} = \frac{S}{d} \left(\frac{1}{1-x/d} - 1 \right) = \frac{S}{d} \left\{ \left(1 + \frac{x}{d} \right) - 1 \right\} = \frac{S x}{d^2}$$

6 (ソレノイドによる磁界)

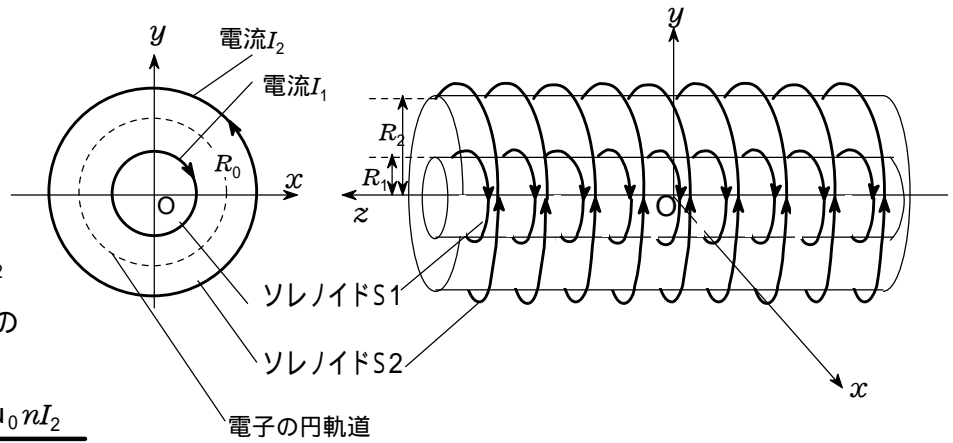
S1のみによる磁束密度の z 成分を B_1 , S2のみによる磁束密度の z 成分を B_2 とすると

$$B_1 = -\mu_0 n I_1, B_2 = \mu_0 n I_2$$

(1) 磁束密度の z 成分は S2 の外側では 0 である。

(2) S1とS2の間では $B_2 = \mu_0 n I_2$

(3) S1の内側では $B_1 + B_2 = \mu_0 n (I_2 - I_1)$



【補足】ソレノイドは コイルの長さが十分長く、面積が十分小さいという条件があり、ソレノイドの外部の磁界は 0 とみなすことになっている。

電子は円運動をしているので、点 $(R_0, 0, 0)$ で電子にはたらくローレンツ力が中心の向きになる。したがって、このときの電子の速度は $+y$ 方向であり、その大きさを v_y とすると、円運動の運動方程式は

$$m \frac{v_y^2}{R_0} = e v_y B_2 \text{ となる。よって、運動量の } y \text{ 成分は } p_y = m v_y = e R_0 B_2$$

(4) 運動量の x 成分は $p_x = 0$

(5) 運動量の y 成分は (2) で求めた B_2 を代入して、 $p_y = e R_0 B_2 = \mu_0 n e R_0 I_2$

(6) 電子の円軌道で囲まれた領域を z 軸の正方向に貫く磁束は

$$= R_0^2 B_2 + R_1^2 B_1 = \mu_0 n (R_0^2 I_2 - R_1^2 I_1)$$

(7) S1電流を $I_1 - I_1$ にまで一定の割合で減少させ、S2の電流を $I_2 + I_2$ にまで一定の割合で増加させると、磁束変化は (6)の結果より

$$= \mu_0 n \left[R_0^2 (I_2 + I_2) - R_1^2 (I_1 - I_1) \right] - (R_0^2 I_2 - R_1^2 I_1) = \mu_0 n (R_0^2 I_2 + R_1^2 I_1) (> 0)$$

(8) 電子の軌道上に生じる誘導電場の強さを E とする。

誘導起電力の大きさは $V = \left| -\frac{\Delta \Phi}{t} \right| = \frac{\Delta \Phi}{t}$ であるから、

$$E = \frac{V}{2 R_0} = \frac{1}{2 R_0} \frac{\Delta \Phi}{t}$$

【別解】この電場が単位正電荷を円軌道に沿って1周させるときにする仕事は、起電力の大きさに等しいから、

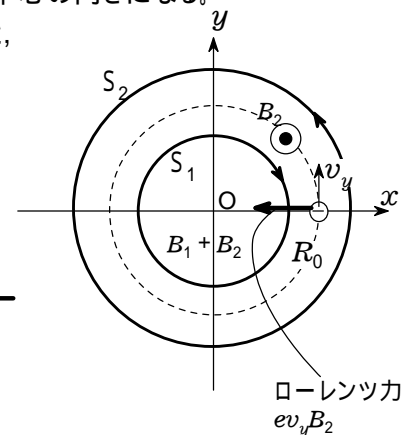
$$E \times 2 R_0 = \frac{V}{t} \quad E = \frac{1}{2 R_0} \frac{\Delta \Phi}{t}$$

(9) > 0 だから、レンツの法則より、起電力の向きは電子の運動方向と反対向きである。

誘導電場の向きは、起電力の向きと同じであるから、電子の運動方向と反対向きとなる。 答 (b)

(10) 電子の運動量の変化は、電子が誘導電場から受ける力積に等しいから、

$$p = e E \cdot t = e \times \frac{1}{2 R_0} \frac{\Delta \Phi}{t} \times t = \frac{e}{2 R_0} \Delta \Phi$$



必要があれば，原子量および定数は次の値を使うこと

H 1.0 He 4.0 C 12 O 16 Cu 64 Br 80

アボガドロ数 $6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$

また，問題文中の単位記号 l はリットルを表す。

第1問 次の問い(問1～6)に答えよ。(解答番号 ～) (配点 25)

問1 次の a～c に当てはまるものを，それぞれの解答群の①～⑤のうちから一つずつ選べ。

a 三重結合をもつ分子

① N_2 ② O_2 ③ Cl_2 ④ C_2H_2 ⑤ H_2O_2

b イオン化エネルギー(第一イオン化エネルギー)が最も大きい原子

① P ② S ③ O ④ Ar ⑤ K

c 純物質でないもの

① ナフサ ② ミョウバン ③ ダイヤモンド ④ 氷 ⑤ 硫酸銅()五水和物

問2 物質を構成している原子はきわめて小さい。ヘリウム原子について次の

a・b に当てはまる数値を，それぞれの解答群の①～④のうちから一つずつ選べ。

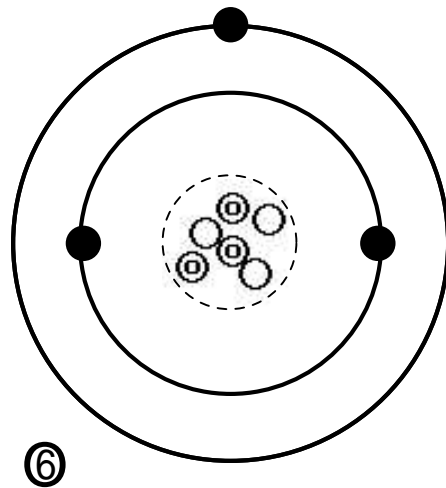
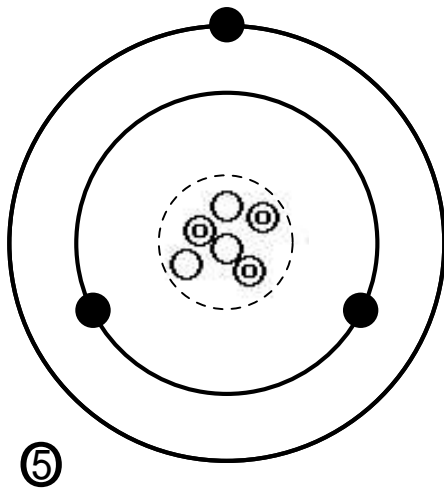
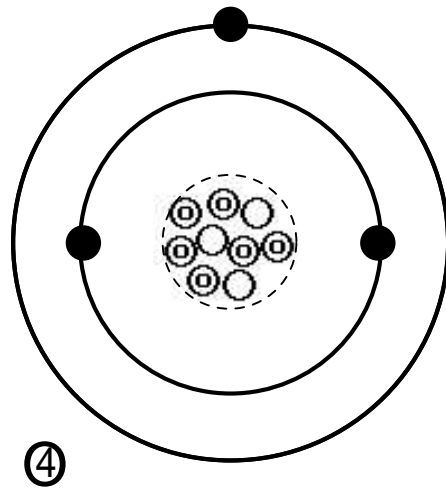
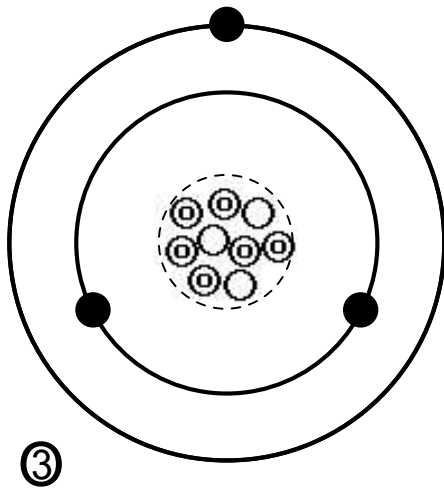
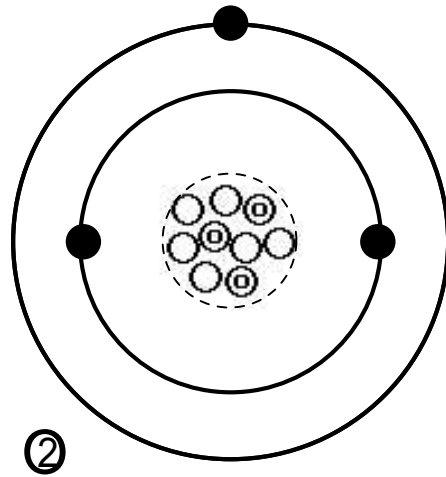
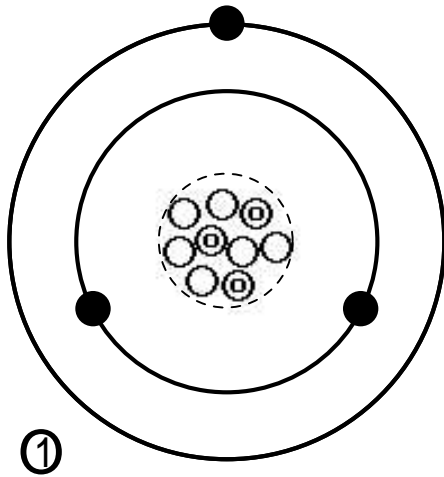
a ヘリウム原子の直径 m程度

① 10^{-20} ② 10^{-15} ③ 10^{-10} ④ 10^{-5}

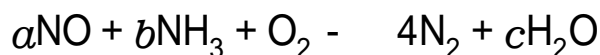
b ヘリウム原子の質量 g

① 6.7×10^{-24} ② 7.5×10^{-24} ③ 1.3×10^{-23} ④ 1.5×10^{-23}

問3 陽子を \oplus , 中性子を \ominus , 電子を \bullet で表すとき, 質量数 6 のリチウム原子の構造を示す模式図として最も適当なものを, 図1の① ~ ⑥のうちから一つ選べ。ただし, 破線の円内は原子核とし, その外側にある実線の同心円は内側から順に K 殻, L 殻を表す。 6



問4 我が国の火力発電所では、燃料の燃焼で生じるガス中に含まれる微量の一酸化炭素を、触媒の存在下でアンモニアおよび酸素と反応させる方法で、無害な窒素に変えて排出している。このことに関連する次の化学反応式中の係数($a \sim c$)の組合せとして正しいものを、下の① ~ ⑥のうちから一つ選べ。 7



	a	b	c
①	2	4	4
②	2	6	4
③	2	6	9
④	4	4	6
⑤	4	9	6
⑥	6	2	3

問5 身の回りのさまざまな出来事と、それに関係している反応や変化の組合せとして適当でないものを、次の① ~ ⑤のうちから一つ選べ。 8

	身の回りの出来事	反応や変化
①	漂白剤を使うと洗濯物が白くなった。	酸化・還元
②	水にぬれたままの衣服を着ていて体が冷えた。	蒸発
③	夜空に上がった花火がさまざまな色を示した。	炎色反応
④	包装の中にシリカゲルがいれてあったので、食品が湿らなかった。	吸着
⑤	衣装ケースにいれてあったナフタレンを主成分とする防虫剤が小さくなった。	風解

第2問 次の問い(問1～4)に答えよ。〔解答番号 ～ 〕(配点 25)

問1 分子式 C_3H_n で表される気体を十分な量の酸素と混合して完全燃焼させたところ、二酸化酸素 3.30g と水(液体)が生成し、48.0kJの熱が発生した。次の問い(a・b)に答えよ。

a この気体の燃焼熱は何 kJ/molか。最も適当な数値を、次の①～⑤のうちから一つ選べ。 kJ/mol

- ① 640 ② 960 ③ 1280 ④ 1920 ⑤ 3840

b この反応で生成した水の質量は 0.900g であった。分子式中の n として最も適当な値を、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

問2 0.036mol/l の酢酸水溶液の pH は 3.0 であった。次の問い(a・b)に答えよ。

a この酢酸水溶液 10.0ml を、水酸化ナトリウム水溶液で中和滴定したところ 18.0ml を要した。用いた水酸化ナトリウム水溶液の濃度は何 mol/l か。最も適当な数値を、次の①～⑤のうちから一つ選べ。
 mol/l

- ① 0.010 ② 0.020 ③ 0.040 ④ 0.065 ⑤ 0.130

b この酢酸水溶液中の酢酸の電解度として最も適当な数値を、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 1.0×10^{-6} ② 1.0×10^{-3} ③ 2.8×10^{-2}
④ 3.6×10^{-2} ⑤ 3.6×10^{-1}

問3 次の化合物(a～d)のうち、下線を引いた原子の酸化数が等しいものの組み合わせを、下の①～⑥のうちから一つ選べ。 5

a $\text{Ca}\underline{\text{C}}\text{O}_3$ b $\text{Na}\underline{\text{N}}\text{O}_3$ c $\text{K}_2\underline{\text{Cr}}_2\text{O}_7$ d $\text{H}_3\underline{\text{P}}\text{O}_4$

① a・b ② a・c ③ a・d ④ b・c ⑤ b・d ⑥ c・d

問4 次の記述(ア・イ)のような電気分解と電池に関する実験を、3種類の金属(A～C)としてCu, Pt, Znを用いて行った。下の問い(a・b)に答えよ。

ア 金属Aを陰極および陽極に用いて CuSO_4 水溶液を電気分解したところ、陽極で気体が発生した。

イ 金属Bおよび金属Cを希硫酸に浸して電池を作ったところ、金属Bが正極となった。

a 金属(A～C)として最も適当な組み合わせを、下の①～⑥のうちから一つ選べ。 6

	A	B	C
①	Cu	Zn	Pt
②	Cu	Pt	Zn
③	Zn	Cu	Pt
④	Zn	Pt	Cu
⑤	Pt	Zn	Cu
⑥	Pt	Cu	Zn

b アの電気分解では陰極に 0.32g の銅が析出した。このとき陽極で発生した気体の物質量は何 mol か。もっとも適当な数値を、次の①～⑥のうちから一つ選べ。 7 mol

① 0.0025 ② 0.0050 ③ 0.010
 ④ 0.025 ⑤ 0.50 ⑥ 0.10

第3問 次の問い(問1～6)に答えよ。〔解答番号 ～ 〕(配点 25)

問1 元素の性質に関する記述として正しいものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 同じ周期に属する元素の化学的性質はよく似ている。
- ② 典型元素の単体は、常温・常圧で気体か固体のどちらかである。
- ③ 金属元素の単体は、すべて常温・常圧で固体である。
- ④ 1属元素の単体は、すべて常温・常圧で固体である。
- ⑤ 18属元素の単体は、すべて常温・常圧で気体である。

問2 ハロゲンの単体及び化合物に関する記述として誤りをふくむものを、次の

①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 単体の融点及び沸点は、 $\text{Cl}_2 < \text{Br}_2 < \text{I}_2$ の順に高い。
- ② 単体の酸化力は、 $\text{Cl}_2 < \text{Br}_2 < \text{I}_2$ の順に強い。
- ③ AgCl 、 AgBr 、 AgI は、いずれも水に溶けにくい。
- ④ AgCl 、 AgBr 、 AgI は、いずれも光によって分解して銀を析出する。
- ⑤ HCl 、 HBr 、 HI の水溶液は、いずれ強酸である。

問3 無機化合物の工業的製法の記述の中で、下線部に酸化還元反応を含まないものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 硫酸の製造には、酸化バナジウム() V_2O_5 を触媒として二酸化硫黄から三酸化硫黄をつくる工程がある。
- ② アンモニアの製造には、鉄を主成分とする触媒を用いて水素と窒素からアンモニアをつくる工程がある。
- ③ 硫酸の製造には、白金を触媒としてアンモニアから一酸化窒素をつくる工程がある。
- ④ 硫酸の製造には、一酸化窒素を空気と反応させて二酸化窒素をつくる工程がある。
- ⑤ 炭酸ナトリウムの製造には、塩化ナトリウム飽和水溶液、アンモニアおよび二酸化炭素から炭酸ナトリウムをつくる工程がある。

問4 図1は、アンモニアの発生装置および上方置換による捕集装置を示している。これらの装置を用いた実験に関する下の問い(a・b)に答えよ。

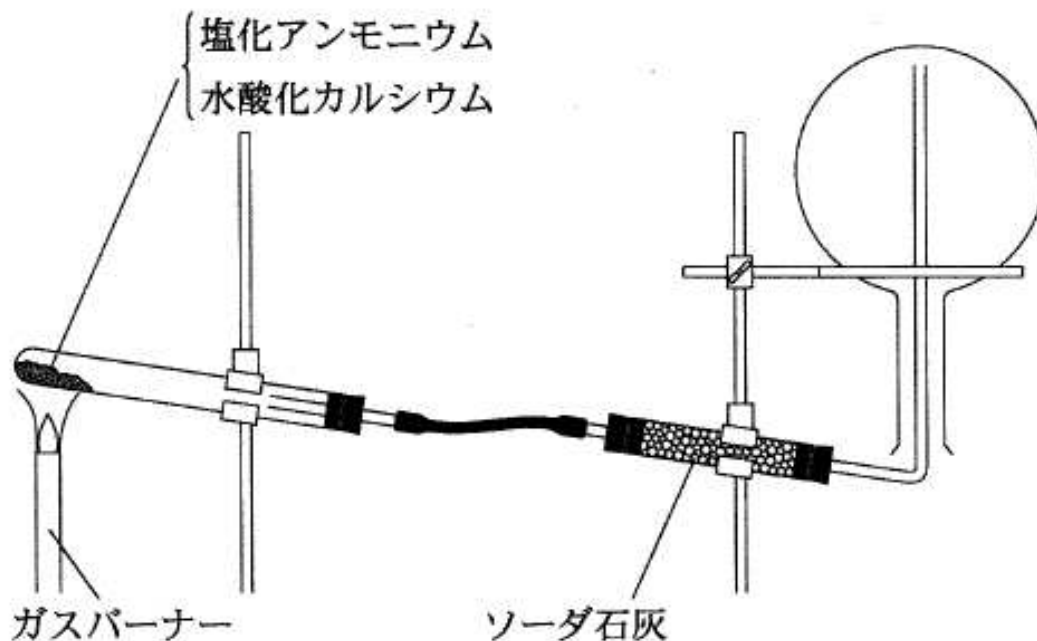
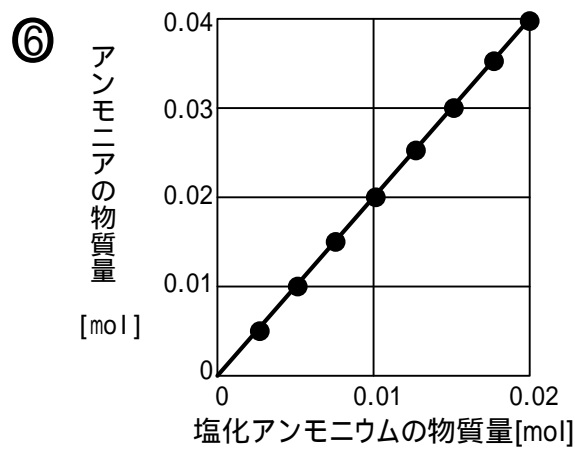
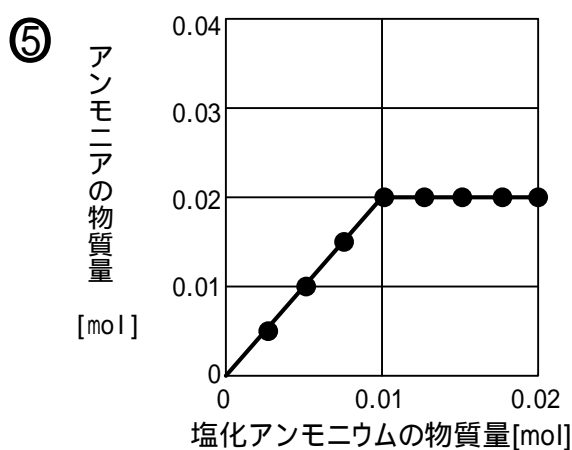
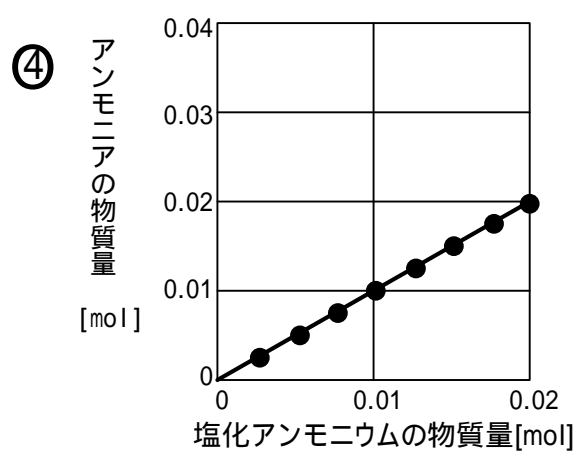
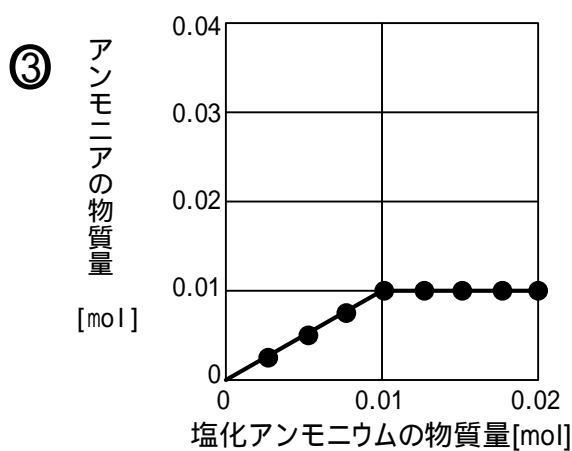
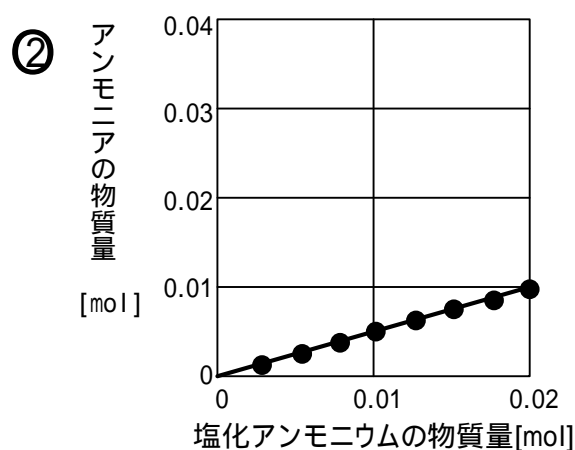
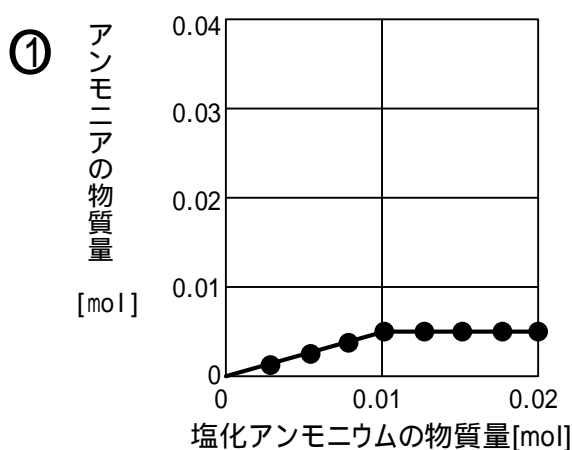


図1

a この実験に関する記述として誤りを含むものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① アンモニアを集めた丸底フラスコ内に、湿らせた赤色リトマス紙を入れると、リトマス紙は青色になった。
- ② アンモニアを集めた丸底フラスコ内に、濃塩酸をつけたガラス棒を近づけると、白煙が生じた。
- ③ 水酸化カルシウムの代わりに硫酸カルシウムを用いると、アンモニアがより激しく発生した。
- ④ ソーダ石灰は、発生した気体から水分を除くために用いている。
- ⑤ アンモニア発生反応が終了した後、試験管内には固体が残った。

b 8本の試験管に水酸化カルシウムを 0.010mol ずつ入れた。次に、それぞれの試験管に 0.0025mol から 0.0200mol まで 0.0025mol きざみの物質の塩化アンモニウムを加えた。この8本の試験管を1本ずつ順に図1の発生装置の試験管と取りかえて加熱した。アンモニア発生が終了した後、発生したアンモニアの物質をそれぞれ調べた。発生したアンモニアと加えた塩化アンモニウムの物質の関係を示すグラフとして最も適当なものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。 5



問5 2種類の金属イオンを含む水溶液について、次の操作(a~c)を行った。どちらか一方の金属イオンのみを沈殿させることのできる操作はどれか。正しく選択しているものを、下の①~⑦のうちから一つ選べ。 6

a Al^{3+} と Fe^{3+} を含む水溶液に、過剰のアンモニア水を加えた。

b Cu^{2+} と Ba^{2+} を含む水溶液に、希硫酸を加えた。

c Ag^+ と Pb^{2+} を含む水溶液に、硫化水素を吹き込んだ。

① a ② b ③ c ④ a · b

⑤ a · c ⑥ b · c ⑦ a · b · c

問6 下線の化合物 1mol がすべて反応したとき、発生する気体の物質量が最も少ないものを、次の①~⑤のうちから一つ選べ。 7

① 硫化鉄 FeS に希硫酸を加える。

② 塩素酸カリウム KClO_3 に、触媒である酸化マンガン()を加えて加熱する。

③ 過酸化水素 H_2O_2 の水溶液を、触媒である酸化マンガン()に加える。

④ 炭酸水素ナトリウム NaHCO_3 に希硫酸を加える。

⑤ 亜硫酸水素ナトリウム NaHSO_3 に希硫酸を加える。

第4問 次の問い(問1~6)に答えよ。〔解答番号 1 ~ 7〕(配点 25)

問1 高分子化合物に関する記述として誤りを含むものを、次の①~⑤のうちから一つ選べ。 1

① テレフタル酸は、ポリエチレンテレフタラートの原料である。

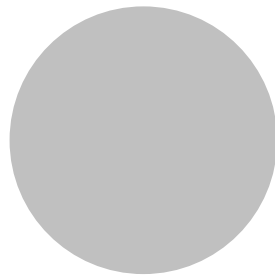
② ヘキサメチレンジアミンとアジピン酸を反応させると、ナイロン66(6,6-ナイロン)が得られる。

③ ポリエチレンはエチレングリコールの縮合重合により得られる。

④ ポリ酢酸ビニルの原料である酢酸ビニルは、アセチレンに酢酸を付加して得られる。

⑤ 塩化ビニルを付加重合させると、ポリ塩化ビニルが得られる。

問2 油をセッケン水にいれて振り混ぜると、微細な油滴となって分散する。
 このときのセッケン分子と油滴が形成する構造のモデル図(断面の図)として最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。
 ただし油滴とセッケン分子を図1のように表す。 2



油滴

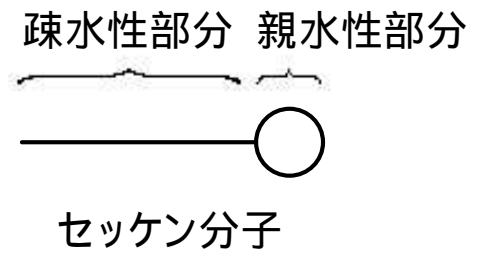
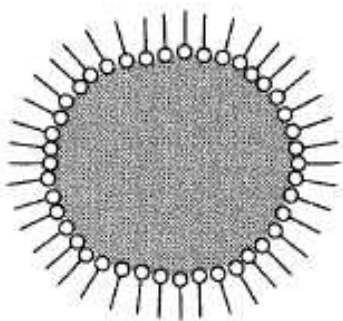
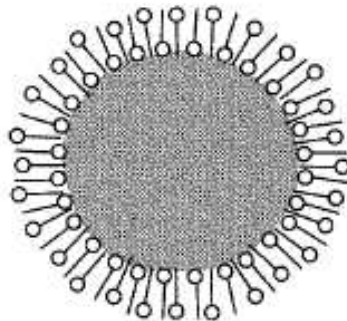


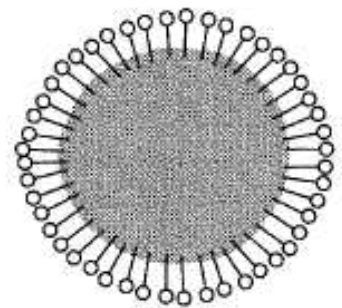
図1



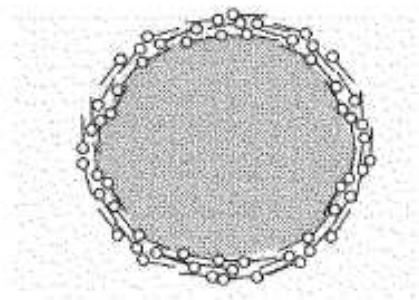
①



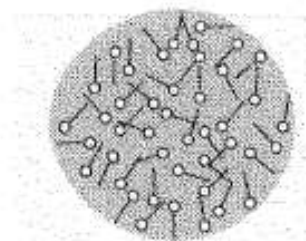
②



③



④



⑤

問3 有機化合物の反応に関する記述のうち、付加反応であるものを、次の

① ~ ⑤のうちから一つ選べ。 3

- ① メタンと塩素の混合物に光を照射すると、テトラクロロメタン(四塩化炭素)が生成する。
- ② ベンゼンと塩素の混合物に光を照射すると、ヘキサクロロシクロヘキサン(ベンゼンヘキサクロリド)が生成する。
- ③ ベンゼンに塩素と鉄粉を作用させると、クロロベンゼンが生成する。
- ④ ベンゼンに濃硫酸を作用させると、ベンゼンスルホン酸が生成する。
- ⑤ トルエンに過マンガン酸カリウム水溶液を作用させると、安息香酸の塩が生成する。

問4 次の文章を読み、有機化合物 A の構造式として最も適当なものを、下の

① ~ ⑤のうちから一つ選べ。 4

化合物 A に水酸化ナトリウム水溶液を加えて加熱した後、希硫酸を加えて酸性にしたところ、化合物 B と C が生成した。B はヨードホルム反応を示した。C は炭酸水素ナトリウム水溶液に気体を発生しながら溶けた。また、C には幾何異性体 D が存在することがわかった。

- ①
$$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2 - \underset{\text{O}}{\text{C}} - \text{O} - \text{CH}_2\text{CH}_3$$
- ②
$$\text{CH}_3 - \text{O} - \text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_2 - \text{O} - \text{CH}_3$$
- ③
$$\text{CH}_3 - \underset{\text{O}}{\text{C}} - \text{CH} = \text{CH} - \underset{\text{O}}{\text{C}} - \text{O} - \text{CH}_3$$
- ④
$$\text{CH}_3\text{CH}_2 - \underset{\text{O}}{\text{C}} - \text{CH} = \text{CH} - \underset{\text{O}}{\text{C}} - \text{O} - \text{CH}_2\text{CH}_3$$
- ⑤
$$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ | \\ \text{CH} - \text{O} - \underset{\text{O}}{\text{C}} - \text{C}_6\text{H}_4 - \underset{\text{O}}{\text{C}} - \text{O} - \text{CH} \\ | \qquad \qquad \qquad | \qquad \qquad \qquad | \\ \text{CH}_3 \qquad \qquad \qquad \text{O} \qquad \qquad \qquad \text{O} \qquad \qquad \qquad \text{CH}_3 \end{array}$$

問5 サリチル酸の誘導体 A を合成する実験に関する次の文章を読み、下の問い(a・b)に答えよ。

サリチル酸とメタノールから A を合成する反応は、次のように表される。



図1に示すように、乾いた太い試験管にサリチル酸 0.5g、メタノール 5ml、濃硫酸 1ml を入れ、沸騰石を加えた。この試験管に十分に長いガラス管を取りつけ、熱水の入ったビーカーの中で30分間加熱した。この試験管の内容物を冷やした後、30ml の ウ が入ったビーカーに少しずつ加えたところ、A が生成した。

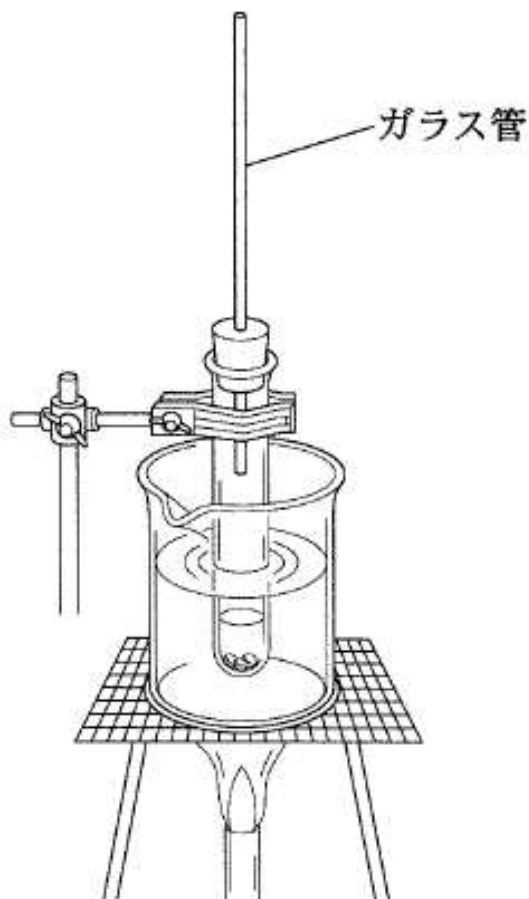


図1

a A の構造式に示された空欄(・)に当てはまる官能基と、文中の空欄()に当てはまる溶液の組み合わせとして最も適当なものを、次の① ~ ⑥のうちから一つ選べ。

	ア	イ	ウ
①	- COOH	- OCH ₃	6mol/l 水酸化ナトリウム水溶液
②	- COOCH ₃	- OCH ₃	6mol/l 水酸化ナトリウム水溶液
③	- COOCH ₃	- OH	6mol/l 水酸化ナトリウム水溶液
④	- COOH	- OCH ₃	飽和炭酸水素ナトリウム水溶液
⑤	- COOCH ₃	- OCH ₃	飽和炭酸水素ナトリウム水溶液
⑥	- COOCH ₃	- OH	飽和炭酸水素ナトリウム水溶液

b この実験では、得られた A は微小な油滴として存在していたので、ピペットを使って A だけを取り出すことはできなかった。A を他の内容物から分離し、取り出す方法として最も適当なものを、次の① ~ ⑤のうちから一つ選べ。

- ① ビーカーの内容物をろ過してろ紙の上に集める。
- ② ビーカーの内容物をろ過してろ液を蒸発皿に入れて溶媒を蒸発させる。
- ③ ビーカーの内容物にメタノールを加えてかき混ぜた後、溶液を蒸発皿に入れて溶媒を蒸発させる。
- ④ ビーカーの内容物を分液漏斗ろとに移し、エーテルを加えて振り混ぜた後、静置して上層を取り出す。これを蒸発皿に入れて溶媒を蒸発させる。
- ⑤ ビーカーの内容物を分液漏斗ろとに移し、エーテルを加えて振り混ぜた後、静置して層を取り出す。これを蒸発皿に入れて溶媒を蒸発させる。

問6 分子量 94 の芳香族化合物は、塩化鉄()水溶液を加えると紫色の呈色反応を示す。この化合物に十分な量の臭素水を加えると置換反応が起こった。得られた化合物の分子量として最も適当な数値を、次の① ~ ⑤のうちから一つ選べ。

- ① P ② S ③ O ④ Ar ⑤

化学

解答 (100点満点)

問題番号(配点)	設問	解答番号	正解	配点
		1	1	3
	1	2	4	3
		3	1	3
第1問(25)	2	4	3	2
		5	1	2
	3	6	6	4
	4	7	4	4
	5	8	5	4
	1	1	4	4
	1	2	1	3
		3	2	3
第2問(25)	2	4	3	4
	3	5	5	4
		6	6	3
	4	7	1	4
	1	1	5	3
	2	2	2	4
	3	3	5	4
第3問(25)	4	4	3	3
		5	4	4
	5	6	2	4
	6	7	3	3
	1	1	3	3
	2	2	3	3
	3	3	2	4
第4問(25)	4	4	4	4
	5	5	6	4
		6	4	3
	6	7	3	4

第1問 次の問い(問1～6)に答えよ。〔解答番号 ～ 〕(配点 30)

問1 次の文章中の空欄 ・ に入れる数値として正しいものを、
下の①～⑧のうちからひとつずつ選べ。

水平な地面からの高さが h の位置から小球を静かに落としたところ、
地面で鉛直上方にはね返った。小球は、衝突の際にエネルギーの一部
を失ったため元の位置まで戻らず、はね返った後に達した最高点の高さ
は $\frac{h}{2}$ であった。衝突後の小球の運動エネルギーは、衝突直前の運動
エネルギーの であり、衝突後の小球の速さは衝突直前の小球
の速さの 倍である。

- ① 1 ② $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
⑤ $\frac{1}{4}$ ⑥ $\frac{1}{8}$ ⑦ $\frac{1}{16}$ ⑧ 0

問2 エネルギー形態の移り変わりに関する次の文章中の空欄

・ に入れる数値として正しいものを、下の①～⑥のうちから
ひとつずつ選べ。

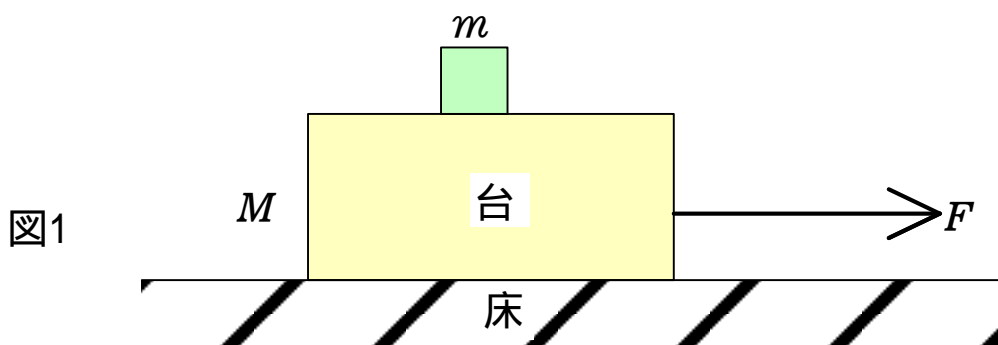
ある火力発電所では、重油の燃焼によって水を沸騰させ、生じる水蒸気
でタービンをまわして、発電機を運転している。このとき、重油の は
燃焼によって熱に変換され、さらにタービンの となり、発電機に
よって電気エネルギーに変換される。

- ① 核エネルギー ② 電気エネルギー ③ 力学的エネルギー
④ 熱 ⑤ 光エネルギー ⑥ 化学エネルギー

問3 私たちの日常生活で使われている電磁波の波長について考える。電気製品のリモコンで使われている赤外線の波長を A 、テレビ放送で使われている電波の波長を B 、トンネルの照明で使われているナトリウムランプのだいだい橙色の光の波長を C と表す。これらの電磁波の波長の長短を示した関係として正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。 5

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
 ④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$ ⑥ $C < B < A$

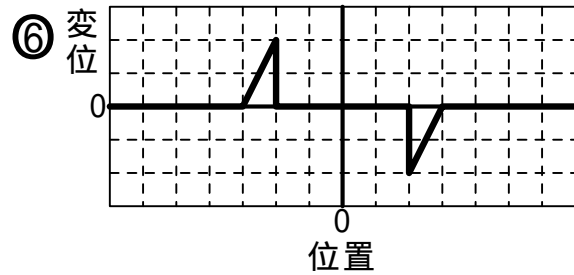
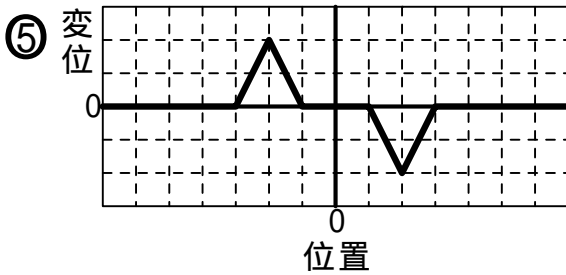
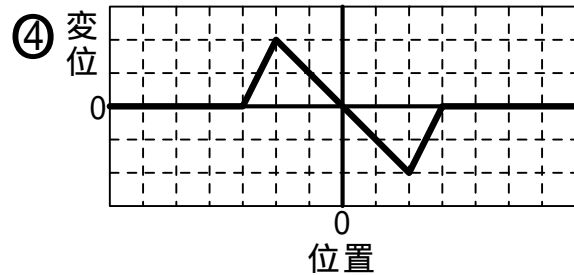
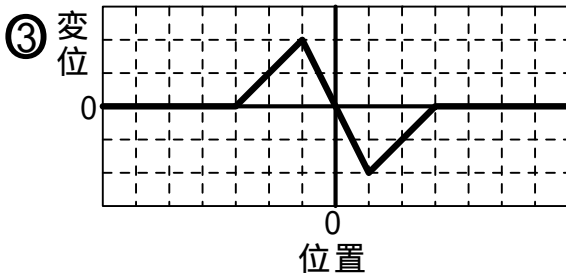
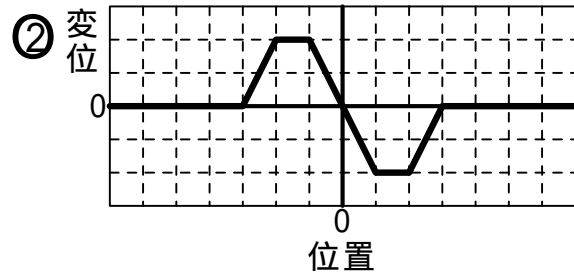
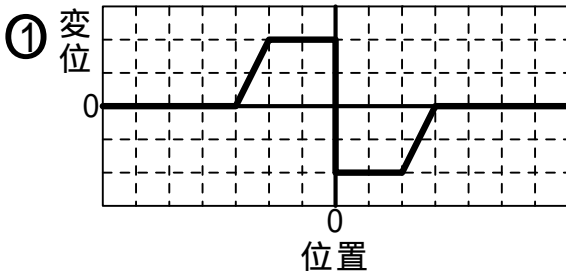
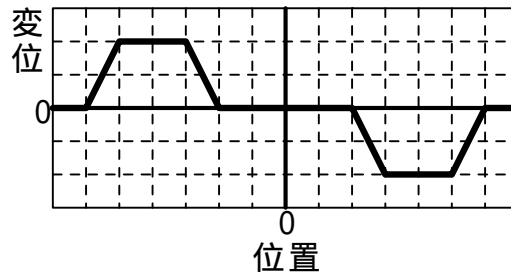
問4 図1のように、水平な床の上に質量 M の直方体の台があり、その上に質量 m の小物体がのっている。台を力 F で水平に引っ張ったところ台は動きだして、小物体は台上を滑りだした。このとき台の加速度 a はいくらか。正しいものを、下の①～⑧のうちから一つ選べ。ただし、台と小物体の間に摩擦はなく、台と床の間の動摩擦係数を μ とする。また、重力加速度の大きさを g とする。 $a =$ 6



- ① $\frac{F + \mu Mg}{M}$ ② $\frac{F + \mu Mg}{M + m}$ ③ $\frac{F - \mu Mg}{M}$
 ④ $\frac{F - \mu Mg}{M + m}$ ⑤ $\frac{F + \mu (M + m)g}{M}$ ⑥ $\frac{F + \mu (M + m)g}{M + m}$
 ⑦ $\frac{F - \mu (M + m)g}{M}$ ⑧ $\frac{F - \mu (M + m)g}{M + m}$

問5 図2は互いに逆向きに進む二つのパルス波の、ある時刻における波形を表している。この後、二つのパルス波がそれぞれ矢印の向きに3目盛り進んだときの合成波の波形を表す図として正しいものを、下の①～⑥のうちから一つ選べ。 7

図2



問6 深い海の水面を伝わる波の速さ v は、波長 λ と重力加速度の大きさ g を使って、 $v^2 = \frac{1}{2} g^p \lambda^q$ という関係式で与えられる。ここで π は円周率である。 p と q の数値の組み合わせとして正しいものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。ただし国際単位系 (SI) では速さの単位は m/s 、波長の単位は m 、重力加速度の単位は m/s^2 である。 8

- ① $p = 1, q = 1$ ② $p = 1, q = 2$ ③ $p = 2, q = 1$
 ④ $p = 1, q = 3$ ⑤ $p = 2, q = 2$ ⑥ $p = 3, q = 1$

第2問 次の文章(A・B)を読み,下の問い(問1~5)に答えよ。

(解答番号 ~) (配点 20)

A 黒鉛筆で方眼紙のマスを濃く均一に塗りつぶして電気抵抗を作り,合成抵抗の実験をする。図1のように, 12×1 マスの太線を2本描き,太線の端を導線に接続し,導線他端を端子に接続する。端子間の合成抵抗をテスターを使って測定する。ただし,同じ幅の太線の抵抗は長さに比例するものとし,方眼紙は電気を通さないものとする。

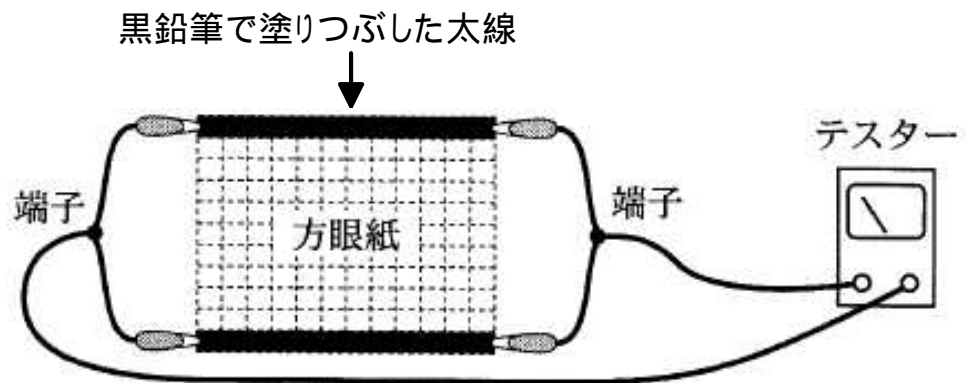


図1

問1 図2のように, 12×1 マスの太線を描き加え,太線の端を導線で端子に接続する。この操作を繰り返して行い,1回ごとに合成抵抗を測定する。太線の数 M に対する合成抵抗の測定値を示した図として最も適当なものを,次の① ~ ⑤のうちから一つ選べ。

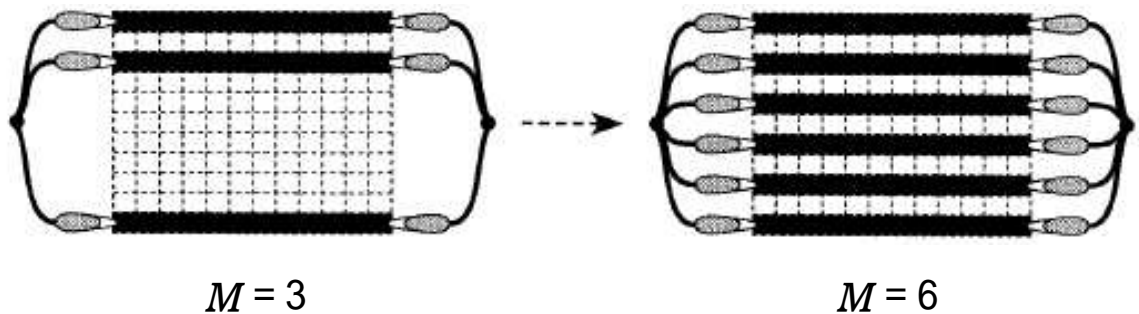
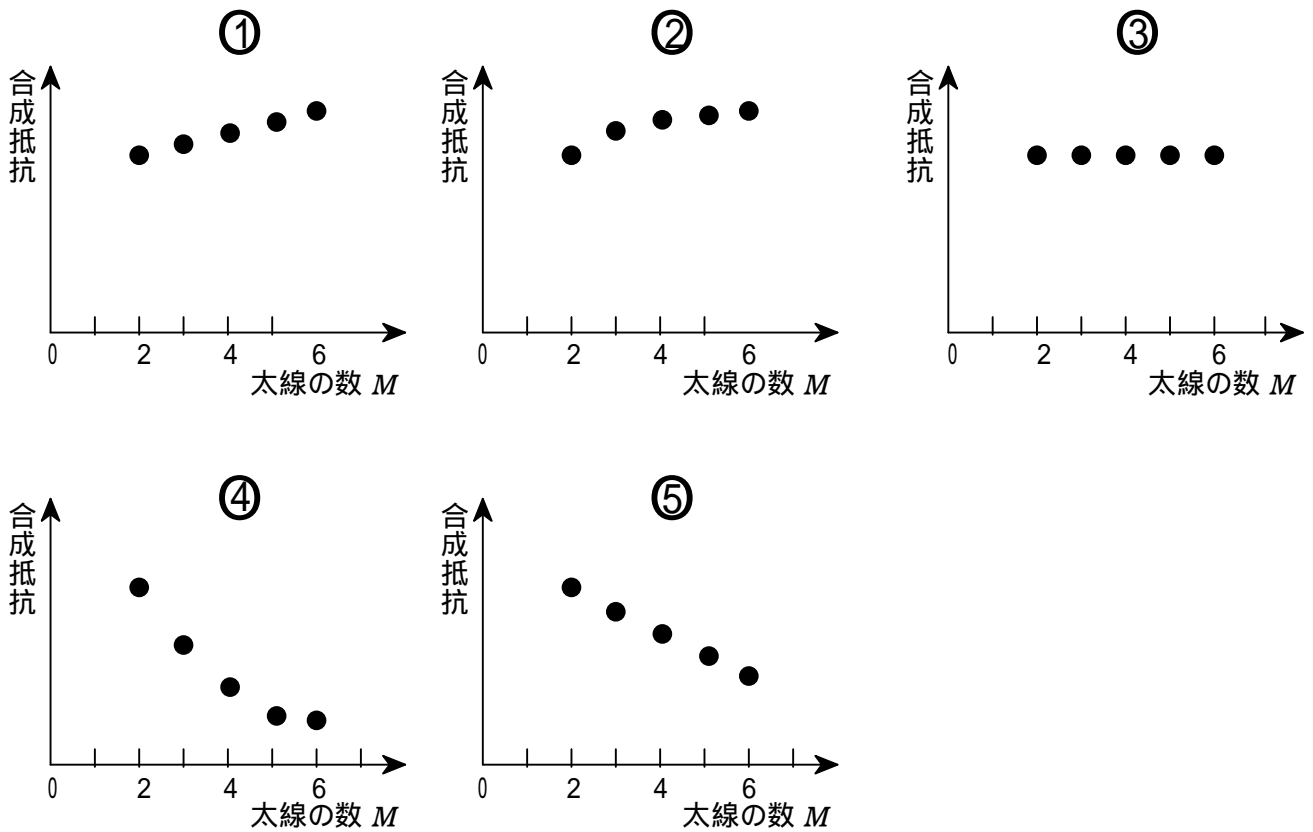


図2



問2 図3のように太線を6等分した位置に針金の両端を接続し，針金の数を増やしながら，そのつど合成抵抗を測定する。最初の針金は太線の左端から2マス離れた位置に置き，2マス間隔で順次針金を追加する。針金の数 N に対する合成抵抗の測定値を示した図として最も適当なものを，下の①～⑤のうちから一つ選べ。
 ただし，針金の抵抗と太さは無視できるものとする。 2

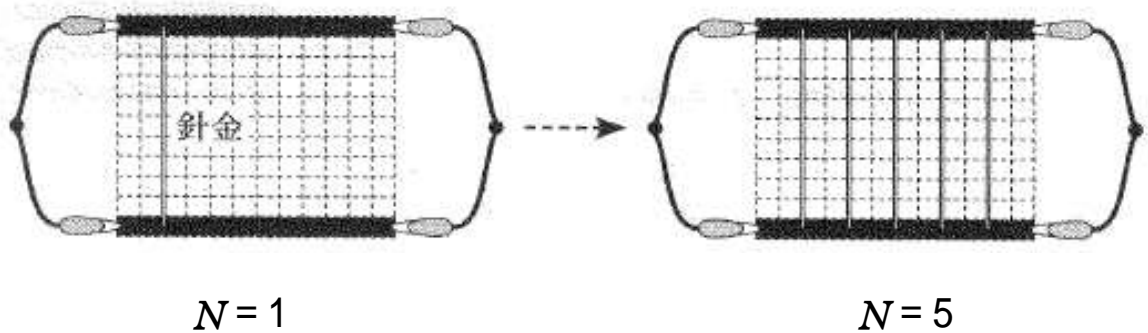
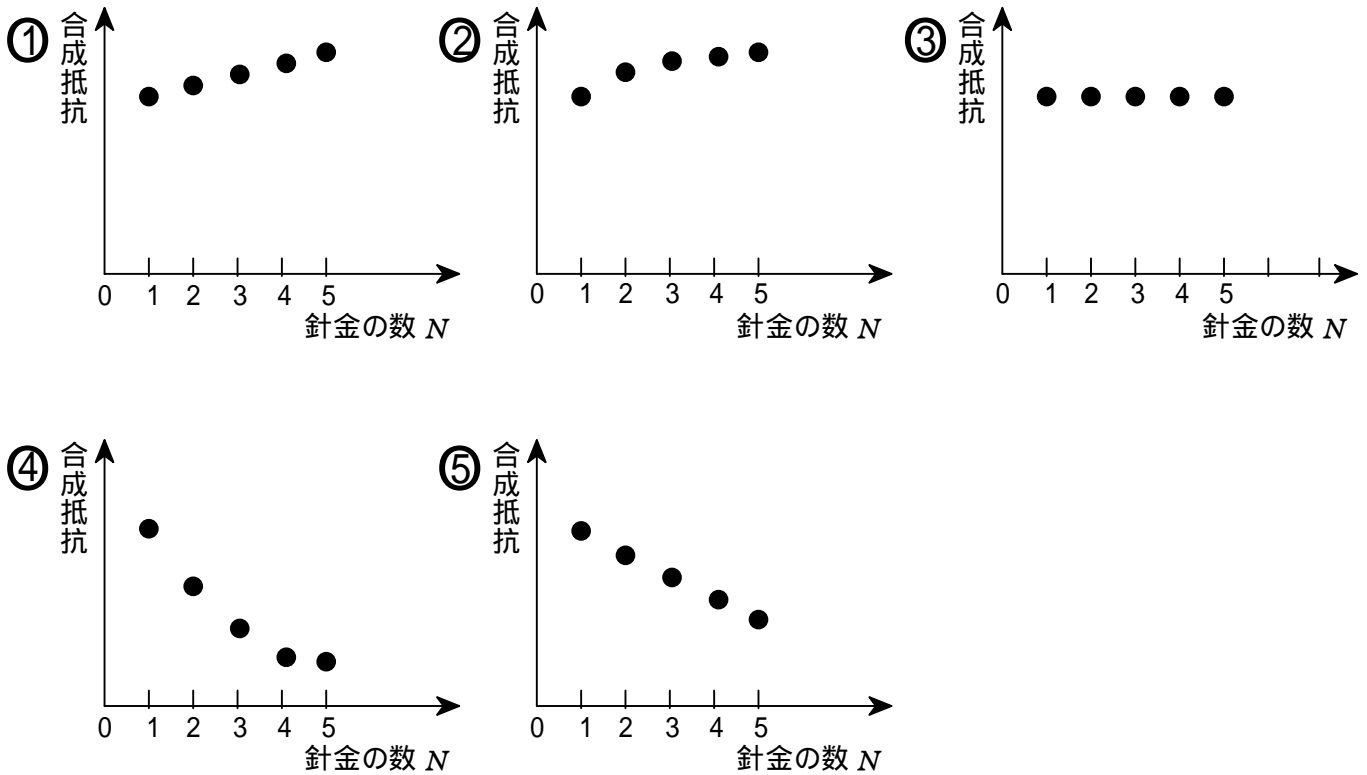


図3



問3 図4のように，太線を3等分した二つの位置に抵抗と太さが無視できる針金の両端を接続し，さらに，2本の針金を導線で接続する。12×1マスの太線1本の抵抗を3.0k とすると，合成抵抗の値はいくらか。最も適当な数値を，下の①～⑨のうちから一つ選べ。 k

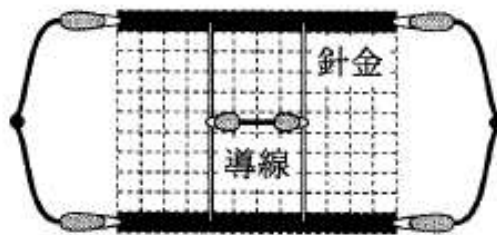


図4

- ① 6.0 ② 4.0 ③ 3.0 ④ 2.0 ⑤ 1.0
 ⑥ 0.50 ⑦ 0.33 ⑧ 0.25 ⑨ 0.17

B 図5のように、銅製のレールを水平な床の上に平行に固定し、三つの電磁石をレールの上に並べて、レールの上に2本の銅製の棒 A、B をレールに直角になるように乗せた。電磁石には N 極が上になるように直流電源が接続され、またレールには電池とスイッチが接続されている。最初、電磁石には一定の電流を流してあり、スイッチは開いた状態である。

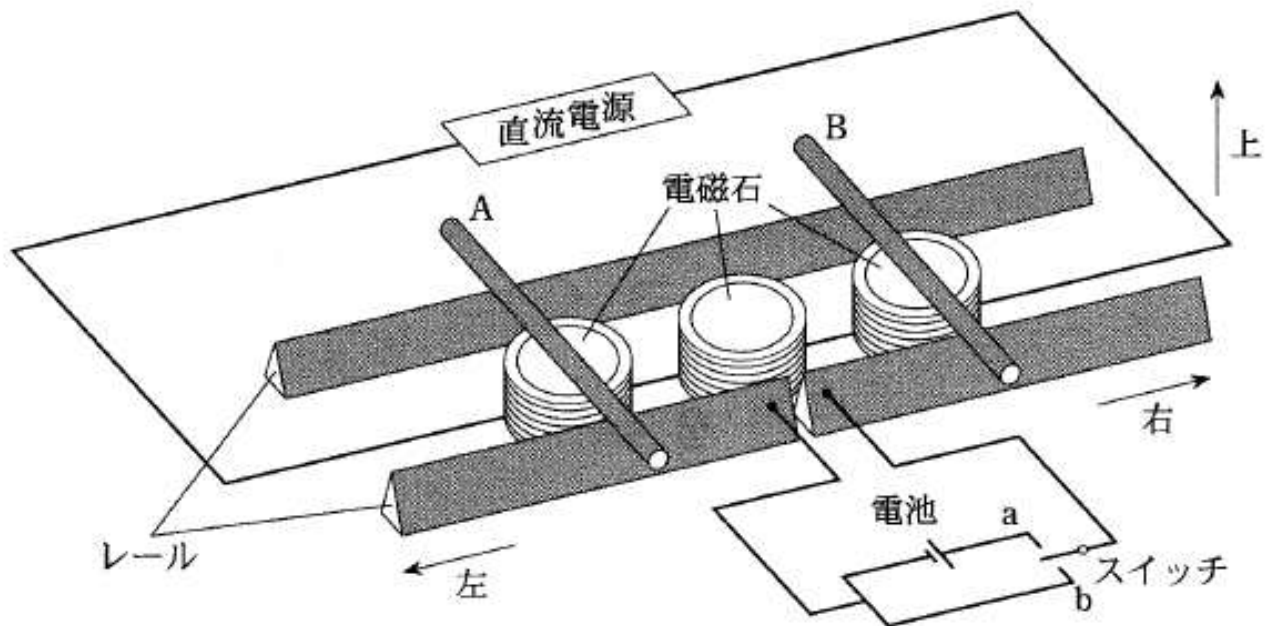


図5

問4 次の文中の空欄 ・ に入れる語の組み合わせとして正しいものを、下の ① ~ ⑧ のうちから一つ選べ。

スイッチを a 側にいれて電池に接続したところ、棒 A は に、棒 B は に動き始めた。

	ア	イ
①	右	右
②	右	左
③	左	右
④	左	左

問5 次の文中の空欄 ~ に入れる語句の組み合わせとして正しいものを、下の ① ~ ⑧ のうちから一つ選べ。

最初の図5の状態に戻してからスイッチを b 側にいれた。次に、電磁石に流れる電流の大きさを急激に増加させると、レールと 2 本の棒からなる回路には、上から見て電流が に流れ、棒 A は に、棒 B は に動き始めた。

	ウ	エ	オ
①	時計回り	右	右
②	時計回り	右	左
③	時計回り	左	右
④	時計回り	左	左
⑤	反時計回り	右	右
⑥	反時計回り	右	左
⑦	反時計回り	左	右
⑧	反時計回り	左	左

第3問 次の文章(A・B)を読み、下の問い(問1~5)に答えよ。

(解答番号 ~) (配点 20)

A 空き箱と焦点距離 100mm の凸レンズを用いて、図1のようなカメラを作った。スクリーンは半透明の紙で、映った像をカメラの後ろ側から観察することができる。図2の配置で、スクリーン上に物体 A の像がはっきり映るように、レンズとスクリーンとの距離 x を調整した。

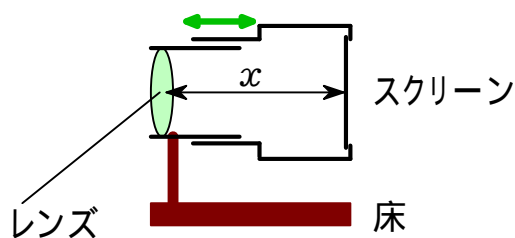
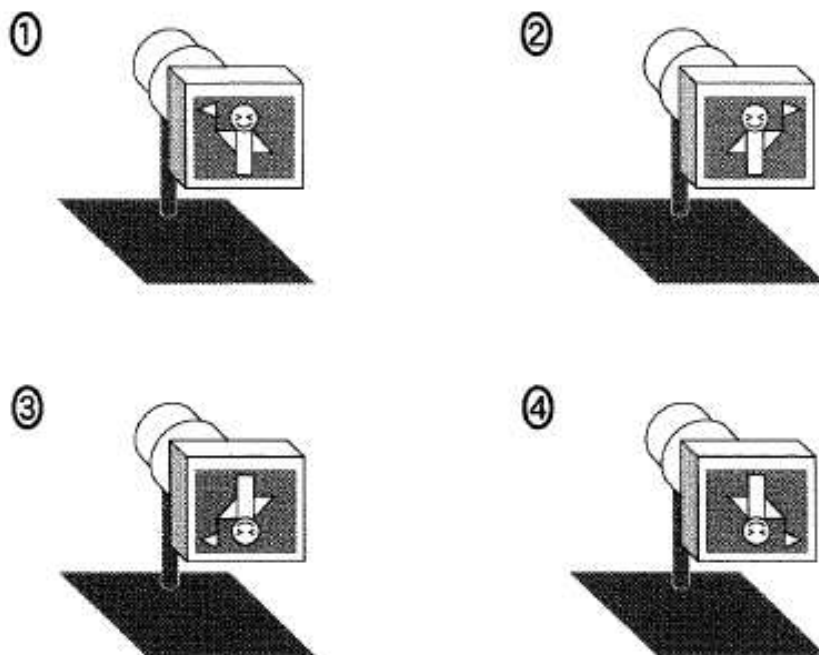


図1



図2

問1 スクリーン上の像を表す図として最も適当なものを、次の①～④のうちから一つ選べ。



問2 レンズと物体 A との距離は 600mm であった。レンズとスクリーンとの距離 x はいくらか。最も適当なものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。 $x =$ mm

- ① 60 ② 80 ③ 100 ④ 120 ⑤ 140

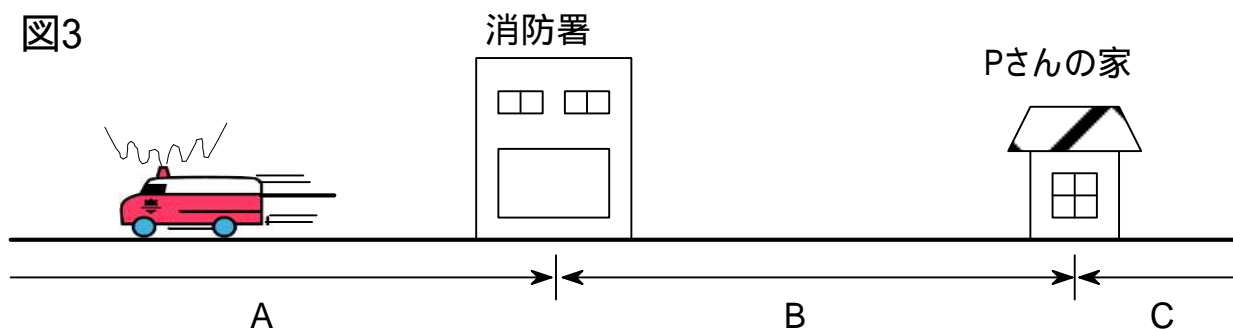
問3 レンズの下半分を黒い紙で覆った。このとき、スクリーン上の像はどのように変化したか。

最も適当なものを、次の①～⑥のうちから一つ選べ。

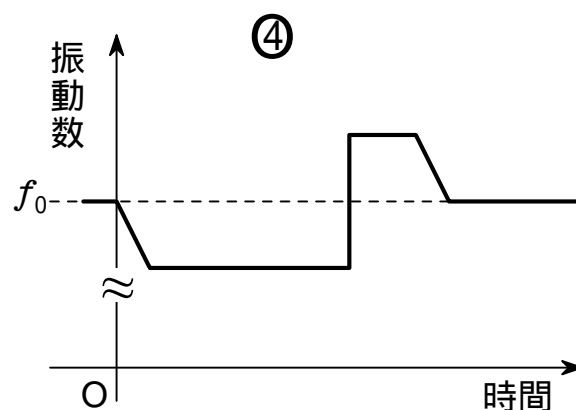
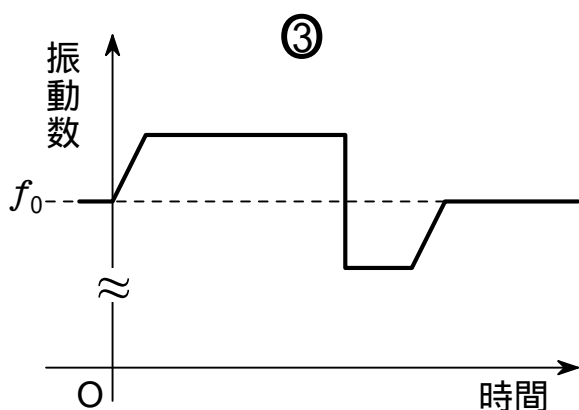
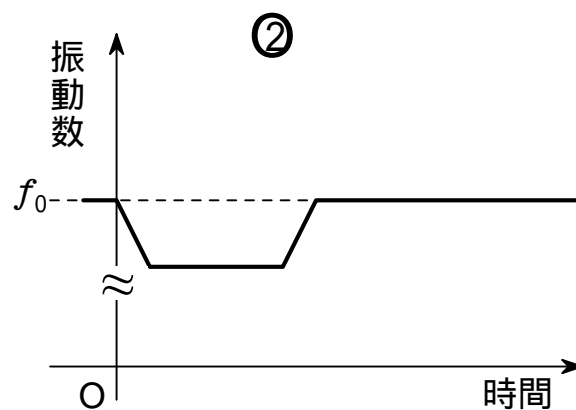
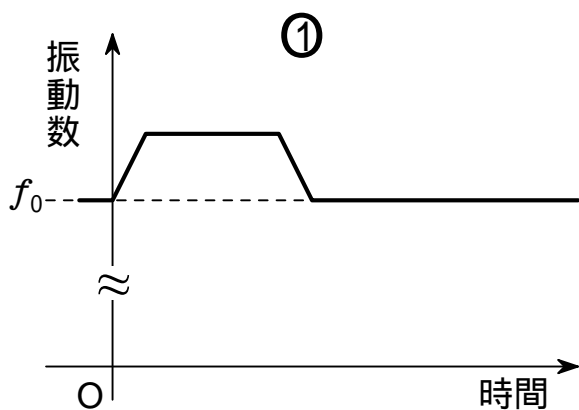
- ① 像の下半分が見えなくなった。 ② 像の上半分が見えなくなった。
 ③ 像全体が暗くなった。 ④ 像全体が明るくなった。
 ⑤ 像が小さくなった。 ⑥ 像が大きくなった。

B Pさんの家と消防署は、図3のように一直線の道路に沿って建っている。救急車がサイレンを鳴らしながら消防署を出発し、一定の速度で走行した後に停車する。サイレンは一定の振動数 f_0 の音を出すとして、Pさんが家で聞く救急車のサイレンの音の振動数について考える。ただし、消防署とPさんの家で区切られる道路の三つの領域を、それぞれ図3のように A, B, Cとする。

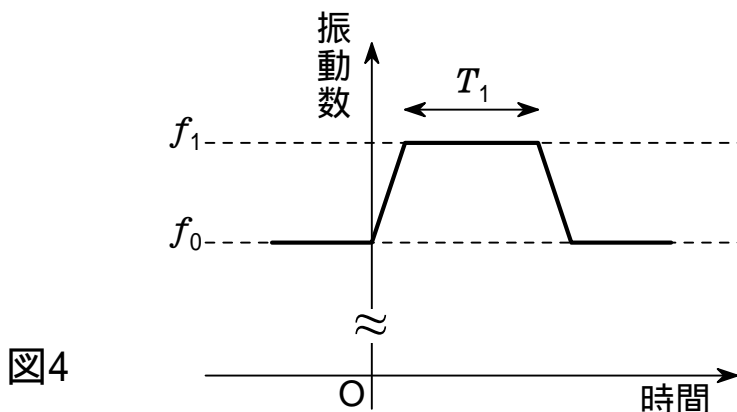
図3



問4 救急車が消防署を出発して、領域 A に停車した。このとき、Pさんの聞く音の振動数は時間とともにどのように変化するか。また領域 C に停車した場合はどうか。それぞれ最も適当なグラフを、次の①～④のうちから一つ選べ。 領域 A 領域 C



問5 救急車は消防署を出発し, 一定の速度で時間 T_0 の間走行した後
 停車した。このときPさんが聞いたサイレンの音の振動数は図4のように
 時間変化した。図4において振動数 f_1 の音が聞こえていた時間 T_1 は
 時間 T_0 の何倍になるか。最も適当なものを, 下の ① ~ ⑤ のうちから
 一つ選べ。 倍

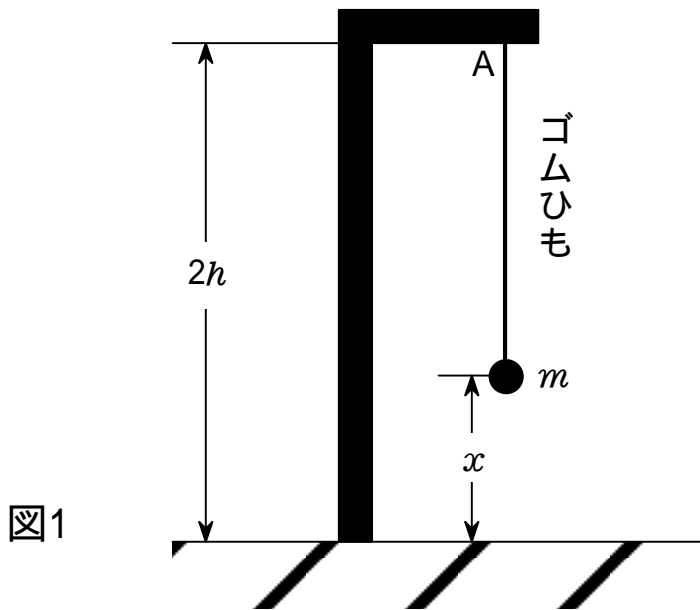


- ① 1 ② $\frac{f_1}{f_1 - f_0}$ ③ $\frac{f_1 - f_0}{f_1}$ ④ $\frac{f_0}{f_1}$ ⑤ $\frac{f_1}{f_0}$

第4問 次の文章(A・B)を読み, 下の問い(問1~7)に答えよ。

(解答番号 ~) (配点 30)

A 図1のように, 床に高さ $2h$ のスタンドを置き, 質量が無視できる自然の
 長さ h のゴムひもを点 A に取り付ける。ゴムひもの他端に質量 m の小球
 を取り付けて, 点 A から小球を静かに離すと, 小球は鉛直に落下し, 床に
 衝突せずに再び上昇した。ここで, ゴムひもの弾性力は, ゴムひもが自然
 の長さから伸びた場合にのみ働き, その大きさは自然の長さからの伸びに
 比例するものとし, その比例定数を k とする。ただし, 重力加速度の大きさを
 g とする。



問1 小球が高さ h の位置を最初に通過したときの、小球の速さはいくらか。正しいものを、次の① ~ ⑧のうちから一つ選べ。 1

- ① $\sqrt{\frac{gh}{2}}$ ② \sqrt{gh} ③ $\sqrt{2gh}$ ④ $2\sqrt{gh}$
- ⑤ $\sqrt{\frac{h}{2g}}$ ⑥ $\sqrt{\frac{h}{g}}$ ⑦ $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ ⑧ $2\sqrt{\frac{h}{g}}$

問2 高さが z ($z < h$) のときの小球の加速度 a はいくらか。正しいものを、次の① ~ ⑦のうちから一つ選べ。ただし、加速度 a は鉛直上向きを正とする。 $a =$ 2

- ① $\frac{k}{m}z - g$ ② $\frac{k}{m}(h - z) - g$ ③ $\frac{k}{m}(h + z) - g$
- ④ $-g$ ⑤ $\frac{k}{m}z$ ⑥ $\frac{k}{m}(h - z)$
- ⑦ $\frac{k}{m}(h + z)$

問3 小球が落下点に達したときの高さを z_0 とするとき, 比例定数 k を表す数式として正しいものを, 次の① ~ ⑥のうちから一つ選べ。 $k = \boxed{3}$

① $mg \frac{z_0}{(h - z_0)^2}$

② $2mg \frac{z_0}{(h - z_0)^2}$

③ $mg \frac{2h - z_0}{(h - z_0)^2}$

④ $2mg \frac{2h - z_0}{(h - z_0)^2}$

⑤ $mg \frac{1}{h - z_0}$

⑥ $2mg \frac{1}{h - z_0}$

B 水平な地面に停めたクレーン車で, 荷物をつり上げて移動することを考える。このクレーン車は, 図2のように, 質量 M_1 の車体部と長さ L で質量 M_2 の一様なアーム(腕の部分)からなり, 車体部はその中心から ℓ の距離にある前後の車輪で支えられている。アームは車体部の前後方向に平行な鉛直面(図の紙面)内でのみ運動し, アームが鉛直方向となす角度 θ が変化する。ただし θ の変化以外にクレーンの変形はなく, ロープは質量が無視でき摩擦なく動くものとする。また上端からロープでつる荷物の質量を m とし, 重力加速度の大きさを g とする。

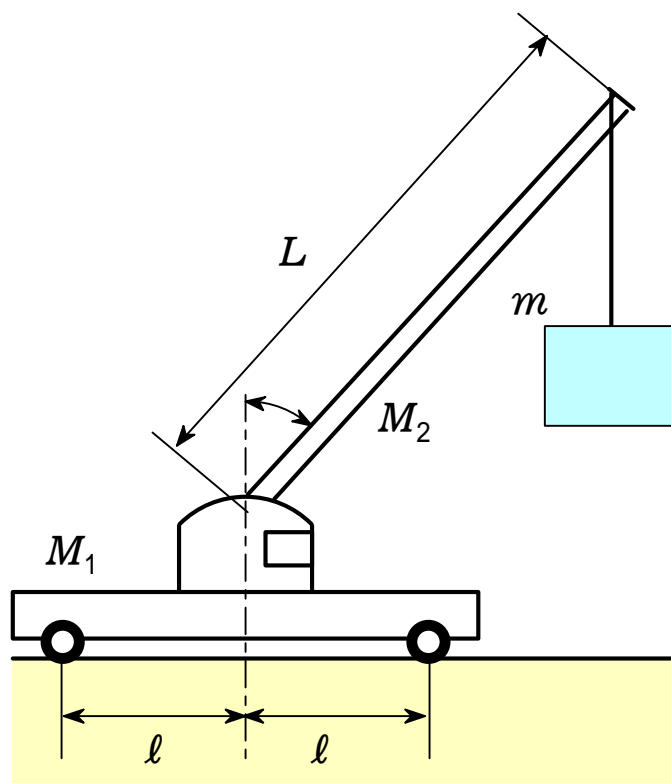


図2

問4 静止したクレーン車には、図3のように、重力 M_1g 、 M_2g 、ロープから受ける張力 mg 以外に、後輪 R と前輪 F を通して地面から大きさ G_1 と G_2 の垂直抗力がはたらく。これらの力が満たすつり合いの式として正しいものを、下の ~ のうちから一つ選べ。 4

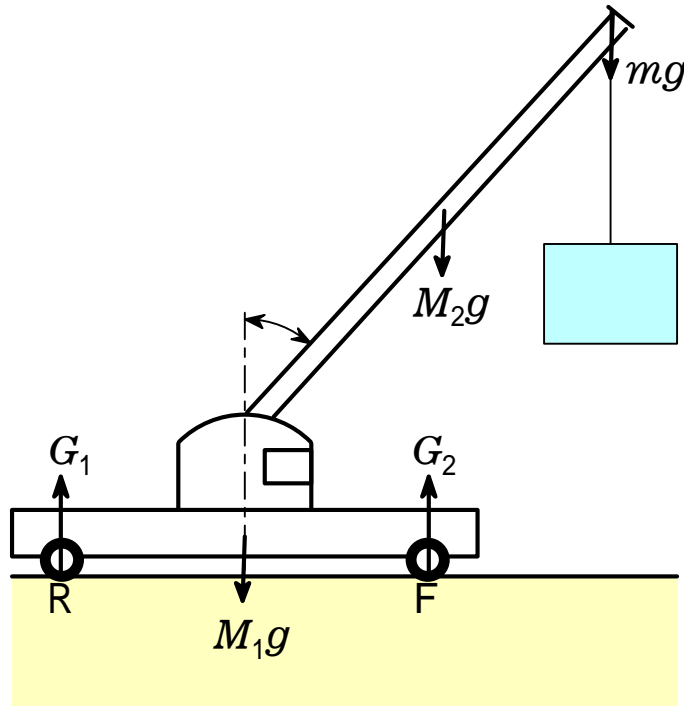


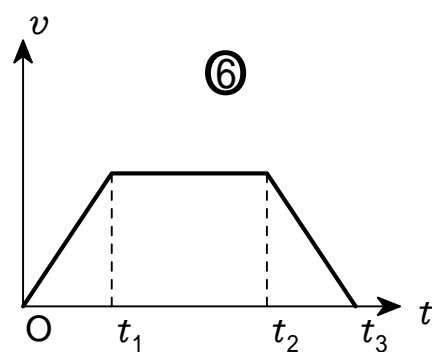
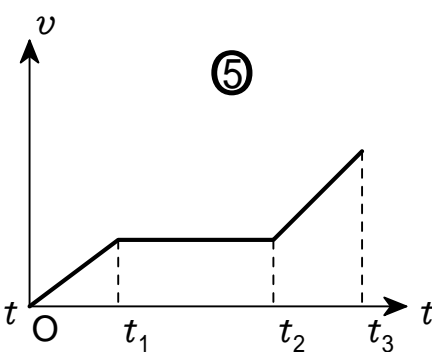
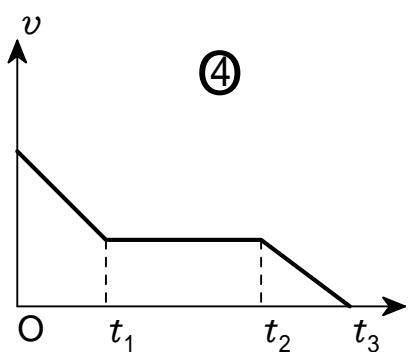
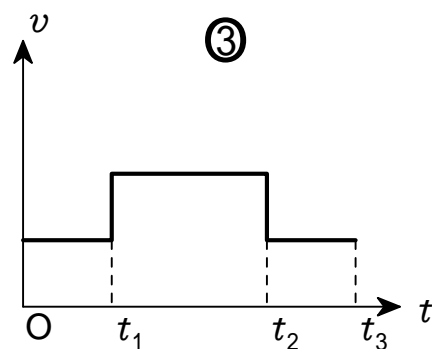
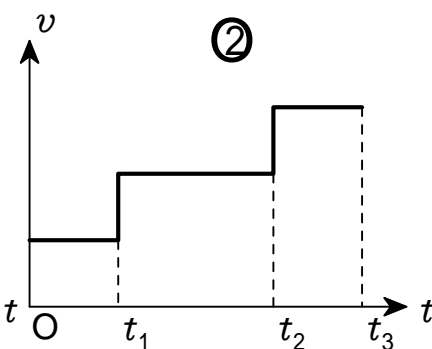
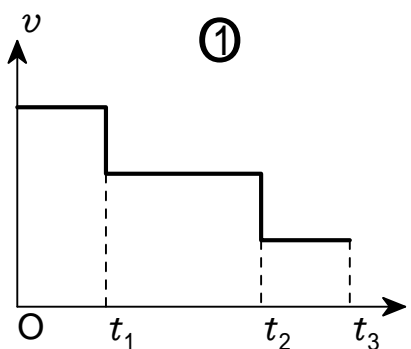
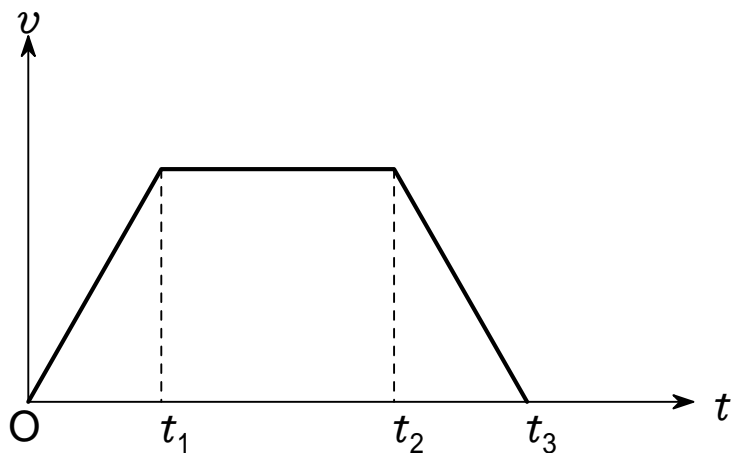
図3

- ① $G_1 + G_2 = M_1g + M_2g + mg$ ② $G_1 - G_2 = M_1g + M_2g + mg$
 ③ $G_1 + G_2 = M_1g + M_2g - mg$ ④ $G_1 - G_2 = M_1g + M_2g - mg$

問5 荷物の質量 m がある値 m_c を超えると、後輪 R が浮いて、クレーン車が転倒することがわかった。 $m = m_c$ では、後輪 R を通してはたらく垂直抗力 G_1 は 0 になる。このときの前輪 F のまわりの力のモーメントのつり合いの式として正しいものを、次の ① ~ ④ のうちから一つ選べ。 5

- ① $M_1gl = M_2g \left(\frac{L}{2} \sin \theta + l \right) + m_c g (L \sin \theta - l)$
 ② $M_1gl = M_2g \left(\frac{L}{2} \sin \theta + l \right) + m_c g (L \sin \theta - l)$
 ③ $M_1gl = M_2g \left(\frac{L}{2} \sin \theta + l \right) + m_c g (L \sin \theta - l)$
 ④ $M_1gl = M_2g \left(\frac{L}{2} \sin \theta + l \right) + m_c g (L \sin \theta - l)$

問6 次に、ロープを巻き上げて、ある高さで静止していた荷物を鉛直につり上げた。時刻 t における荷物を引き上げる速さ v が図4のように変化したとき、ロープの張力 T の変化を表すグラフとして最も適当なものを、下の①～⑥のうちから一つ選べ。 6



問7 アームの角度 をゆっくり変えて、質量 500kg の荷物を鉛直上方に 1m 、水平に 2m 動かした。このときクレーン車のロープの張力が荷物にした仕事 W はいくらか。最も適当な値を、次の①～⑥のうちから一つ選べ。ただし、重力加速度の大きさを 9.8m/s^2 とする。 $W =$ 7 J

① 4.9×10^2

② 9.8×10^2

③ 1.5×10^3

④ 4.9×10^3

⑤ 9.8×10^3

⑥ 1.5×10^4

物理

解答 (100点満点)

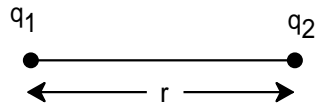
問題番号	設問	解答番号	正解	配点
第1問(30)	1	1	3	5
		2	2	5
	2	3	6	5
		4	3	5
	3	5	5	5
	4	6	7	5
5	7	2	5	
6	8	1	5	
第2問(20)	A	1	1	4
		2	2	4
		3	3	4
	B	4	4	4
		5	5	4
第3問(20)	A	1	1	4
		2	2	4
		3	3	4
	B	4	4	2
		5	5	2
6	6	4	4	
第4問(30)	A	1	1	3
		2	2	4
		3	3	5
	B	4	4	1
		5	5	3
		6	6	4
		7	7	4

< 電気演習 >

「例題 1」

1クーロンの2つの点電荷が真空中で1メートルの距離にあるとき、
及ぼしあう力はいかほどか

電荷 q_1 と電荷 q_2 が距離 r にあるとき、
及ぼしあう力 F はクーロンの法則より、



$$F = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

ここで ϵ_0 は真空の誘電率であり、

$$\epsilon_0 = 8.854185 \times 10^{-12} [\text{F/m}] \quad q_1 = 1 [\text{C}] \quad q_2 = 1 [\text{C}] \quad r = 1 [\text{m}]$$

と代入し、 F を計算する。表示精度を5桁にして求めると

$$F = 8987 [\text{MN}] 554 [\text{kN}] 657 [\text{N}] 698 [\text{mN}] 951.74 [\mu\text{N}] \quad (1)$$

式(1)において[MN]の後を削除して、あるいは右辺をすべて削除してから単位記号の[NM]のみを右辺に記入して、計算を実行すると

$$F = 8987.6 [\text{MN}]$$

あるいは単位を[N]にし、表示精度を5桁、小数表現を指数表示にして、計算を実行すると

$$F = 8.9876 \times 10^9 [\text{N}] \quad \text{を得る。}$$

「例題 2」

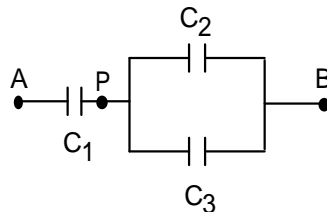
右図の回路において、コンデンサ
の容量は

$$C_1 = 15 [\mu\text{F}]$$

$$C_2 = 2 [\mu\text{F}]$$

$$C_3 = 3 [\mu\text{F}]$$

とし、AB間の電位差は10voltとする。
そのとき、AP間の電位差はいかほどか。



まず、電圧の値を変数 V_{AB} に代入する。

$$V_{AB} = 10 [\text{V}]$$

C_1 と C_2 と C_3 の合成容量を C とすると、

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}}$$

コンデンサ C_1 の電荷を Q_1 とすると $Q_1 = CV_{AB}$

$$\text{また } Q_1 = C_1 V_{AP}$$

それゆえ

$$V_{AP} = \frac{C}{C_1} V_{AB} = 2.5 [\text{V}]$$

備考：2[V]500[mV]と表示されることがあります。そのとき、[V]の後の500[mV]を削除して、
計算を実行しますと、2.5[V]の表示になります。

「例題 3」

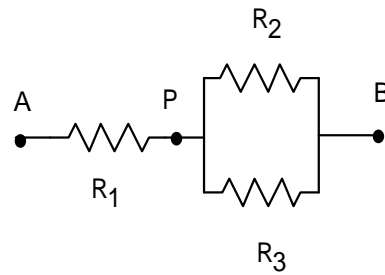
例題 2 のコンデンサー回路とよく似た抵抗回路がある。抵抗の値は

$$R_1=150[\Omega]$$

$$R_2=20[\Omega]$$

$$R_3=30[\Omega]$$

であり，AB間の電位差は10voltである。
そのとき，AP間の電位差はいかほどか



まず，電圧の値を変数 V_{AB} に代入する。

$$V_{AB}=10[V]$$

R_1 と R_2 と R_3 の合成抵抗を R とすると，

$$R=R_1+\frac{1}{\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

抵抗 R_1 に流れる電流を I_1 とすると $I_1=V_{AB}/R$

また $I_1=V_{AP}/R_1$

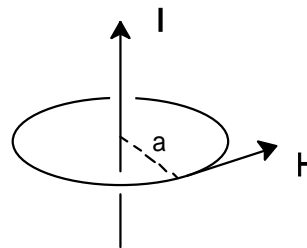
それゆえ

$$V_{AP}=\frac{R_1}{R}V_{AB}=9.2593[V]$$

「例題 4」

2Aの電流が流れている直線状導線から5cmのところの磁界の強さを求めよ。

図において電流の強さを I ，距離を a とすると，磁界の強さ H は次式で与えられる。



$$H=\frac{I}{2a}$$

I および a に次の値を代入する。

$$I=2[A]$$

$$a=5[\text{cm}]$$

H を表示精度を3として計算すると，

$$H=6.37[A \cdot \text{m}^{-1}]$$